Zadanie 1.

Oblicz całki:

$$\int \frac{4+2x+x^2}{17+2x-7x^2+x^4}\,dx, \quad \int \frac{1}{1+x^2}\,dx, \quad \int |x|\,dx$$

Dokonaj szczegółowej analizy przypadku, czyli:
a) zbadaj przebieg fukcji podcałkowej
b) zbadaj przebieg i ciągłość całki oznaczonej
c) oblicz całkę oznaczoną o zmiennej górnej granicy całkowania symbolicznie i numerycznie
d) zbadaj przebieg i ciągłość całki oznaczonej
e) porównaj wyniki uzyskane znanymi Ci metodami (rachunek ręczny, tablice całek, WolframAlpha, Wolfram Integrator, Maple i inne CAS, ...); sprawdź poprzez różniczkowanie
f*) powtórz punkty a-e w domenie zespolonej

Zadanie 2.

Oblicz część rzeczywistą, urojoną, moduł oraz fazę wyrażenia:

$$\frac{\left(\frac{1}{R}+i\omega C\right)^{-1}}{\left(\frac{1}{R}+i\omega C\right)^{-1}+i\omega L+\frac{1}{i\omega C}+\left(\frac{1}{i\omega L}+i\omega C\right)^{-1}}$$

gdzie R, L, C jest rzeczywiste i większe od zera. Narysuj wykres zależności modułu od ω dla wybranych wartości R, L, C.

Zadanie 3.

Mamy daną krzywą płaską w postaci zespolonej:

$$z = z(t) \equiv x(t) + i\,y(t).$$

Pokaż na przykładach, za pomocą animacji, że pomnożenie prawej strony tego równania przez $e^{i\phi}$ powoduje obrót krzywej o kąt ϕ.

Zadanie 4.

Obliczyć średnią po wszystkich kierunkach wartość n-tej potęgi iloczynu skalarnego wersorów $\mathbf{e}_1$ i $\mathbf{e}_2$ w trzech wymiarach.

Wskazówka:
Iloczyn skalarny wynosi:

$$\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2 = \cos\angle(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2) \equiv \cos\theta$$

Wersory mają składowe we współrzędnych sferycznych:

$$\mathbf{e}_i = (\sin\vartheta_i \sin\varphi_i, \sin\vartheta_i\cos\varphi_i, \cos\vartheta_i), \quad i = 1, 2.$$

Wartość średnia jest równa całce:

$$< (\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2)^n >= \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \cos^n\theta \quad d\Omega_1\, d\Omega_2$$

gdzie element objętości we współrzędnych sferycznych jest równy:
$d\Omega_i = \sin\vartheta_i\, d\vartheta_i\, d\varphi_i, \quad i = 1, 2$