Zadanie 1.

Znajdź kwadraturę typu Gaussa w celu obliczenia całki postaci:

$$\int_0^\infty \frac{f(x)}{1+e^x}dx, \int_0^\infty \frac{f(x)\sqrt{1+x}}{1+e^x}dx,$$

Wskazówka: użyj **Orthogonalize** z iloczynem skalarnym adekwatnym do postaci całki.

Zadanie 2.

Napisz numeryczną wersję polecenia **SolveAlways**.

Zadanie 3.

Wyznacz okres rozwiązania równań:

$$\ddot{x} + x = 0 \tag{1a}$$

$$\ddot{x} + \sin x = 0 \tag{1b}$$

$$\ddot{x} + \sin^3 x = 0 \tag{1c}$$

$$\ddot{x} + \sin x^3 = 0 \tag{1d}$$

$$\ddot{x} + x^3 = 0 \tag{1e}$$

z warunkiem początkowym $x(0) = A, x'(0) = 0$.

Wskazówka: użyj **FindRoot** dla problemu $x(t) = x(t+T)$; dla małych A rozwiązanie jest bliskie 2π, dla większych a użyj jako wartości startowej rozwiązania znalezionego dla mniejszych wartości. Istnieje też rozw. symboliczne problemu poprzez całkę pierwszą (energię).

Zadanie 4.

Podana na wykładzie funkcja obliczająca numeryczne rozwiązanie r.r. zwyczajnego z parametrami ma istotną wadę: przedział całkowania jest zadany z góry wewnątrz funkcji. Można go dodać jako kolejny argument funkcji, ale nie jest to elastyczne rozwiązanie. Zmodyfikuj lub napisz od nowa funkcję tak, aby automatycznie rozszerzała zakres funkcji interpolujacej w razie potrzeby (np. wywołania funkcji dla $t > t_{max}$.)