Zadanie 1.

Rozwiązać równanie ruchu oscylatora anharmonicznego:
a)

$$m\ddot{x} = -\alpha x^3$$

b)

$$m\ddot{x} = -k \sin x$$

Zbadać otrzymane rozwiązania.

Zadanie 2.

Rozwiązać równanie ruchu dwóch sprzężonych oscylatorów harmonicznych:

$$\begin{cases} m_1\ddot{x}_1 &= -k_1 x_1 + k(x_2 - x_1) \\ m_2\ddot{x}_2 &= -k_2 x_2 + k(x_1 - x_2) \end{cases}$$

Sprawdzić poprawność rozwiązania korzystając z zasady zachowania energii:

$$E = \frac{1}{2}k_1 x_1^2 + \frac{1}{2}k_2 x_2^2 + \frac{1}{2}k(x_1 - x_2)^2 + \frac{1}{2}m_1 \dot{x_1}^2 + \frac{1}{2}m_2 \dot{x_2}^2 = const$$

Narysować zależności $x_1(t), x_2(t), x_1(x_2), m_1 v_1(x_1), m_2 v_2(x2)$.

Powtórzyć rachunek metodą **ExplicitEuler** dla różnych wartości kroku całkowania.

Zadanie 3.

Rozwiązać (numerycznie) równanie ruchu N sprzężonych oscylatorów harmonicznych:

$$m\ddot{x}_i = -kx_i + K(x_{i-1} - x_i) + K(x_{i+1} - x_i)$$

gdzie $i = 1, 2, \ldots N$. Oscylatory są połączone w ten sposób że $N + 1 \equiv 1$, czyli N-ty jest połączony z $N - 1$ i pierwszym. Sprawdzić zasadę zachowania energii:

$$E = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m \dot{x_i}^2 + \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} k x_i^2 + \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} K(x_i - x_{i-1})^2$$

Wyniki przedstawić w postaci animacji lub wykresu 3D funkcji $\phi : i \to x_i(t)$, gdzie $i = 1, 2, \ldots, N$.