Zadanie 1.

Znajdź kwadraturę typu Gaussa w celu obliczenia całki postaci:

$$\int_{-1}^{1} \frac{T_n(x)\ f(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

Porównaj z kwadraturami dla:

$$\int_{-1}^{1} \frac{f(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx, \quad \int_{-1}^{1} f(x) dx, \quad \int_{-1}^{1} T_n(x)\ f(x) dx$$

gdzie $T_n(x)$ to wielomian Czybyszewa **ChebyshevT[n,x]**.

Wyprowadź, korzystając ze znalezionej kwadratury, przyblizony wzór aproksymacyjny Czybyszewa: http://mathworld.wolfram.com/ChebyshevApproximationFormula.html

Zadanie 2.

Podany na wykładzie sposób znajdywania optymalnego (w sensie twierdzenia Czybyszewa o alternantach) wielomianu działa tylko dla n parzystego oraz funkcji „gładkich". Dodatkowo wymaga dobrych warunków startowych dla **FindRoot** Uogólnij lub/i usprawnij algorytm. *Wskazówka:* standardowym sposobem jest algorytm Remez'a. Można też spróbować **NMinimize**.

Zadanie 3.

Porównaj dokładność aproksymacji Czybyszewa i interpolacji (**Interpolation**) dla funkcji $\sin x$ (oraz innych wg. uznania) w przedziale $0 \leqslant x \leqslant \pi/2$. Jak wynik zależy od ilości węzłów interpolacji i ilości punktów użytych we wzorze Czybyszewa?

Zadanie 4.

Znajdź najlepsze przybliżenie wielomianu x^n w przedziale $-1 \leqslant x \leqslant 1$ wielomianem stopnia $m < n$ w sensie norm L^2 i L^∞.

Zadanie 5.

Dokończ zadanie 2 z poprzedniego zestawu w przypadku liniowym, o znanym rozwiązaniu symolicznym.