

Zadanie 1.

Zbadaj jaki kształt przyjmie okrąg zdefiniowany na płaszczyźnie zespolonej przez środek z_0 i promień R jeżeli poddamy go transformacji *zespolonej* określonej wzorem:

$$w(z) = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right)$$

Jak transformacja działa na okrąg przechodzący przez punkt $z = -1$?

Wskazówka: powyższe wyrażenie nazywa się transformacją Żukowskiego.

Zadanie 2.

a) Znajdź liczbę **rzeczywistych** rozwiązań układu:

$$\begin{aligned} \cos 2x + \cos 2y &= 1 \\ |\max(x, y)| + \max(|x|, |y|) &= 80 \end{aligned}$$

b*) Rozwiąż ten układ równań.

Zadanie 3.

Sprawdź, czy poniższe funkcje spełniają warunki Cauchy-Riemanna:

a)

$$\cosh e^{\sinh z}$$

b)

$$\frac{1}{1 + \frac{\sin z}{1 + \frac{\cos z}{1 + \sin^2 z}}}$$

c)

$$\sin \sin \sin \dots N \times \dots \sin z$$

gdzie $N=4,16, \dots$. Jaki jest maksymalna liczba N dla której MATHEMATICA jest w stanie sprawdzić ten wynik bezpośrednim rachunkiem?

Wskazówka: zablokuj wyświetlanie wyników pośrednich na ekranie średnikiem na końcach linii.

Zadanie 4.

Oblicz ilość zer na końcu liczby 10000!

Zadanie 5.

Oblicz wyznacznik $\text{Det} \mathcal{A}_n$ macierzy o wymiarach $n \times n$ i elementach:

$$\mathcal{A}_{ij} = i^j.$$

Wskazówka: Znajdź zależność pomiędzy $\text{Det} \mathcal{A}_n$ a $\text{Det} \mathcal{A}_{n-1}$ lub oblicz 5 pierwszych wartości i użyj GOOGLE.