

Zadanie 1.

Rozwiąż układ równań:

$$I_1 + I_2 = I$$

$$I_3 + I_4 = I_1 + I_2$$

$$I_1 - I_5 = I_3$$

$$I_2 + I_5 = I_4$$

$$RI_5 + R_1I_1 = R_2I_2$$

$$R_2I_3 - RI_5 = R_1I_4$$

$$R_1I_1 + R_2I_3 = U$$

z niewiadomymi $I, I_1 \dots I_5$ oraz parametrami R, R_1, R_2, U .

Oblicz stosunek $R_z = U/I$ wynikający z rozwiązania powyższego układu równań w następujących przypadkach:

$$\begin{aligned} \text{dowolne } R, R_1, R_2, \quad R \rightarrow 0, \\ R \rightarrow \infty, \quad R_1 = R_2. \end{aligned}$$

Zadanie 2.

Rozwiązanie równania różniczkowego zwyczajnego:

$$r'' + \phi r' + r = \sin \phi$$

z warunkami początkowymi:

$$r(0) = 1, \quad r'(0) = \alpha$$

przedstawia dla $\phi = [0, 2\pi]$ pewną krzywą na płaszczyźnie zespolonej określoną wzorem $z = re^{i\phi}$.

Należy znaleźć:

- wartość parametru α dla której krzywa jest zamknięta
- obliczyć pole otrzymanej w ten sposób figury geometrycznej

Zadanie 3.

Elementy M_{nm} macierzy \mathcal{M} o rozmiarze $N \times N$ dla $N=2,3$ i 4 są równe *ilości rozwiązań rzeczywistych* równania:

$$x^n = \exp x^m$$

dla $n, m = 0, 1, \dots, N-1$. Należy obliczyć dla trzech zdefiniowanych wyżej macierzy:

- wyznacznik i ślad macierzy \mathcal{M}
- sumę wszystkich elementów macierzy \mathcal{M}
- sumę kwadratów elementów macierzy \mathcal{M}
- rzeczywiste wartości własne
- $\text{Det}(e^{\mathcal{M}})$

Końcowe odpowiedzi (wyłącznie) należy zapisać na podpisanej kartce. Dodatkowo, pliki nb zawierające rozwiązania zadań należy wysłać na adres e-mailowy odrzywolek@th.if.uj.edu.pl. Sposób rozwiązania dowolny.