

Poniżej znajduje się lista zadań, których rozwiązanie stanowi jeden z elementów egzaminu, zamiennie z przygotowaniem odpowiedzi na pytanie. Należy w dowolnym terminie (ale nie później niż w dniu egzaminu ustnego) zaprezentować rozwiązanie jednego z podanych niżej zadań. Zadania mają charakter otwarty, czyli akceptowalne są także rozwiązania częściowe. Lista zadań będzie się wydłużać, w miarę wprowadzania na wykładzie nowego materiału.

Zadanie 1. Elementy orbitalne Układu Syriusza.

Układ Syriusza składa się z dwóch gwiazd: gwiazdy ciągu głównego (Syriusz A) oraz białego karła (Syriusz B). Zakładamy, że istnieje sposób, aby doprowadzić do eksplozji Syriusza B jako supernowa typu Ia, co doprowadzi w efekcie do zniknięcia składnika B układu podwójnego. Składnik A zacznie poruszać się po linii w przybliżeniu prostej w pewnym kierunku. Czy tor jego ruchu może trafić w otoczenie Układu Słonecznego? Należy wyszukać i użyć realistyczne elementy orbitalne układu Syriusza.

Zadanie 2. Wyznaczenie ewolucji elementów orbity na podstawie rozwiązania numerycznego.

Za pomocą metod numerycznych bardzo łatwo rozwiązać zagadnienie N-ciał, w szczególności problemy, w których orbita ma charakter eliptyczny z wolno zmieniającymi się parametrami. Zaproponować i zademonstrować skuteczność metod pozwalających na wyznaczenie ewolucji elementów orbity eliptycznej (a, e, i, T itd.) w czasie na podstawie znalezionej wcześniej rozwiązania numerycznego problemu N-ciał.

Zadanie 3. Sprawdzenie zakresu stosowalności przybliżenia ruchu na orbicie okręgiem o zadanej gęstości liniowej.

W teorii perturbacji dowodzi się, że w pewnych sytuacjach szybko orbitującą masę zaburzającą m można z powodzeniem zastąpić przy pomocy gęstości liniowej masy rozłożonej na trajektorii eliptycznej. Jest to szczególnie proste w przypadku orbity kołowej, którą zastępujemy jednorodnym okręgiem. W ten sposób zastępujemy rozwiązanie problemu N-ciał ruchem w zadanym potencjale okręgu. Zadanie polega na numerycznej weryfikacji poprawności takiej metody.

Zadanie 4. Planeta utworzona z gazu Van der Waalsa.

Wyznaczyć zależność promień-masa dla kuli utworzonej z izotermicznego gazu Van der Waalsa. W obliczeniach uwzględnić możliwość skroplenia się gazu.

Zadanie 5. Gaz Van der Waalsa w rotującym układzie.

Rozwiązać równania równowagi hydrostatycznej dla równania stanu w postaci izotermicznego gazu Van der Waalsa w obracającym się w warunkach nieważkości ze stałą prędkością kątową cylindrze o znanych wymiarach. W obliczeniach uwzględnić możliwość skroplenia się gazu. Przedyskutować wykonanie eksperymentu i porównanie go z powyższymi wynikami.

Zadanie 6. Ultragęsty materiał.

Podać przykład substancji lub zaproponować aparaturę, która pozwoli na uzyskanie w warunkach laboratoryjnych „zwartego” obiektu (kula, sześcián itp.) o średniej gęstości co najmniej dwa razy przekraczającej gęstość metali takich jak złoto, platyna, uran czy wolfram, t.j. około 40000 kg/m^3 . Masa i objętość aparatury powinna być wliczona do średniej. Celem jest zbudowanie źródła pola grawitacyjnego do laboratoryjnego pomiaru stałej grawitacyjnej. Wytworzenie materii o dużej gęstości, np: poprzez kompresję nanosekundowymi impulsami lasera, nie jest zadowalającym rozwiązaniem.

Zadanie 7. Samograwitujący piasek.

Z sypkiego materiału tworzymy osiowosymetryczną „planetoidę” usypując „kopiec” z materiału o współczynniku tarcia μ . Zakładamy, że kąt usypu wynosi $\text{tg } \mu$ względem lokalnego wektora natężenia pola grawitacyjnego \mathbf{g} . Jaki byłby kształt kopca w zależności od jego wymiarów?

Zadanie 8. Ustabilizowanie trójkątnego rozwiązania problemu 3 ciał.

Zbadać stabilność grawitującego układu czterech ciał, z których jedno umieszczono w środku masy układu, a pozostałe trzy poruszają się ze stałą prędkością kątową w wierzchołkach trójkąta równobocznego.

Zadanie 9. Błądzenie przypadkowe fotonu.

Wykonać symulację Monte Carlo błądzenia przypadkowego fotonu od środka Słońca aż do jego powierzchni. Pokazać przykładowe trajektorie i oszacować czas niezbędny do pokonania drogi.

Zadanie 10. Czy ujemna masa musi zostać wyrzucona z układu mas dodatnich?

Zaproponować stabilny układ N-ciał w przypadku, gdy przynajmniej jedno z nich posiada ujemną masę grawitacyjną („ładunek grawitacyjny”).

Zadanie 11. Widmo neutrin w przeszłości/przyszłości.

Obliczyć kształt widma neutrin dla spalającej wodoru w cyklu pp lub/i CNO gwiazdy innej niż Słońce, ewentualnie Słońca na innym niż obecnie etapie ewolucji.

Zadanie 12. Prosta sieć reakcji termojądrowych.

Rozwiązać równania ewolucji ilości wodoru, deuteru, ${}^3\text{He}$ i ${}^4\text{He}$ w stałej temperaturze i gęstości. Uwzględnić pomijane zwykle w cyklu ppI reakcje termojądrowe, w szczególności pe^-p oraz $d + d \rightarrow {}^4\text{He}$. Rozważyć warunki zarówno bliskie jak i i odległe od panujących w Słońcu.

Szybkości reakcji, np: <http://ie.lbl.gov/astro/friedel.html>

Zadanie 13. Realistyczna ewolucja gwiazdy.

Za pomocą programu MESA obliczyć ewolucję gwiazdy o masie innej niż $1 M_{\odot}$, np: 10 lub $64 M_{\odot}$.

Zadanie 14. Wpływ metaliczności na ewolucję gwiazdy.

Za pomocą programu MESA porównać ewolucję gwiazd różniących się tylko początkową metalicznością np: $Z=0.02$ oraz $Z=0.002$.

Zadanie 15. MESA w układzie podwójnym gwiazd.

Zastosować moduł programu MESA umożliwiający równoczesną ewolucję 2 gwiazd w układzie podwójnym na wybranym przykładzie.

Zadanie 16. Realistyczny kolaps grawitacyjny.

Za pomocą programu GR1D <http://www.stellarcollapse.org/codes.html> obliczyć przebieg kolapsu grawitacyjnego z hybrydowym równaniem stanu dla $\Gamma = 2$ (tzw. „miękki” EOS) oraz dla $\Gamma = 4$ („twardy” EOS) w obszarze powyżej gęstości jądra atomowego. Porównać ruch wytworzonej fali uderzeniowej.

Zadanie 17. Wkład poprawek OTW do struktury gwiazdy neutronowej.

Równanie TOV opisuje poprawnie strukturę gwiazdy neutronowej. Na wykładzie pokazano, że w przypadku czysto newtonowskim, masa graniczna kuli idealnego zdegenerowanego gazu neutronowego to $4M_{Ch} \simeq 6M_{\odot}$. W OTW gwiazda zbudowana z identycznej materii ma masę graniczną prawie 10 razy mniejszą, około $0.7M_{\odot}$. Zakładając, że równanie stanu to gaz neutronowy w $T = 0$, ustalić, który ze składników odróżniających równanie TOV od newtonowskiego ma decydujący wkład:

- geometria przestrzeni:

$$\frac{1}{r^2} \rightarrow \frac{1}{r(r - r_g)}$$

- ciśnienie:

$$m(r) \rightarrow m(r) + 4\pi r^3 P(r)$$

- różnica pomiędzy gęstością barionową („spoczynkową”) a całkowitą:

$$\rho(r) \rightarrow \rho(r) + \varepsilon(r)/c^2$$

Jako kryterium można przyjąć np: maksymalną masę gwiazdy neutronowej, wykres zależności masa-promień, lub strukturę wewnętrzną gwiazdy.

Zadanie 18. Kluczowy rachunek twierdzenia Poincare-Wavre o rotujących gwiazdach.

Pokazać bezpośrednim rachunkiem we współrzędnych cylindrycznych, że podstawiając

$$\vec{v}(r, z, \phi) = \Omega(r, z)r \vec{e}_\phi$$

do

$$\mathbf{rot}(\vec{v} \times \mathbf{rot}\vec{v}) \equiv \nabla \times (\vec{v} \times (\nabla \times \vec{v})) = 0$$

otrzymujemy

$$2r\Omega(r, z)\frac{\partial\Omega(r, z)}{\partial z} = 0.$$

Zadanie 19. Stabilność w punkcie L4.

W ograniczonym, płaskim, kołowym zagadnieniu trzech ciał o masach m, M, μ , gdzie $\mu = 0$, pokazano, że położenie w punktach L4 i L5 nie jest eksponencjalnie niestabilne gdy:

$$\frac{25 - 3\sqrt{69}}{2} < \frac{m}{M} < \frac{25 + 3\sqrt{69}}{2}.$$

Jak powyższy wynik zależy od masy trzeciego ciała μ ?

Zadanie 20. Realistyczny opis zjawisk w układzie rotującym ze sztuczną grawitacją.

W serialu „The Expanse” <http://www.imdb.com/title/tt3230854/> przynajmniej dwukrotnie pojawiły się sceny, w których efekty pochodzące od sił w układzie obracającym się (Coriolisa) dają widoczne gołym okiem efekty. Akcja dzieje się na Ceres, dodatkowo rozkręconej (?) celem wytworzenia sztucznej grawitacji. W pierwszej scenie (odcinek 2), strumień cieczy nalewanej z butelki do szklanki porusza się jak „tornado”.



W innej (odcinek 10), sypany „w dół” kurz spada na ziemię po spirali o malejącym promieniu. Obserwacja toru ruchu umożliwiła bohaterom przybliżone określenie pozycji wewnątrz Ceres.



Celem zadania sprawdzenie, poprzez rozwiązanie równań ruchu w obracającym się układzie odniesienia, czy przedstawione efekty nie zostały przesadzone, lub wręcz zmyślone.