

Poniżej znajduje się lista zadań, których rozwiązanie stanowi jeden z elementów egzaminu. Należy w dowolnym terminie (ale nie później niż w dniu egzaminu ustnego) zaprezentować rozwiązanie jednego z podanych niżej zadań. Zadania mają charakter otwarty, czyli akceptowalne są także rozwiązania częściowe. Lista zadań będzie się wydłużać, w miarę wprowadzania na wykładzie nowego materiału.

## Zadanie 1. Elementy orbitalne Układu Syriusza.

Układ Syriusza składa się z dwóch gwiazd: gwiazdy ciągu głównego (Syriusz A) oraz białego karła (Syriusz B). Zakładamy, że istnieje sposób, aby doprowadzić do eksplozji Syriusza B jako supernowa typu Ia, co doprowadzi w efekcie do zniknięcia składnika B układu podwójnego. Składnik A zacznie poruszać się po linii w przybliżeniu prostej w pewnym kierunku. Czy tor jego ruchu może trafić w otoczenie Układu Słonecznego? Należy wyszukać i użyć realistyczne elementy orbitalne układu Syriusza.

## Zadanie 2. Wyznaczenie ewolucji elementów orbity na podstawie rozwiązania numerycznego.

Za pomocą metod numerycznych bardzo łatwo rozwiązać zagadnienie N-ciał, w szczególności problemy, w których orbita ma charakter eliptyczny z wolno zmieniającymi się parametrami. Zaproponować i zademonstrować skuteczność metod pozwalających na wyznaczenie ewolucji elementów orbity eliptycznej ( $a, e, i, T$  itd.) w czasie na podstawie znalezionej wcześniej rozwiązania numerycznego problemu N-ciał.

## Zadanie 3. Sprawdzenie zakresu stosowalności przybliżenia ruchu na orbicie okręgiem o zadanej gęstości liniowej.

W teorii perturbacji dowodzi się, że w pewnych sytuacjach szybko orbitującą masę zaburzającą  $m$  można z powodzeniem zastąpić przy pomocy gęstości liniowej masy rozłożonej na trajektorii eliptycznej. Jest to szczególnie proste w przypadku orbity kołowej, którą zastępujemy jednorodnym okręgiem. W ten sposób zastępujemy rozwiązanie problemu N-ciał ruchem w zadanym potencjale okręgu. Zadanie polega na weryfikacji poprawności takiej metody.

## Zadanie 4. Demonstracja przykładów orbit typu podkowa.

W ograniczonym kołowym zagadnieniu trzech ciał występują różne ciekawe orbity. Jedną z nich jest orbita typu „podkowa”. Zadanie polega na znalezieniu warunków początkowych, które zapoczątkują ruch trzeciego ciała po takiej orbicie, i rozwiązanie równań ruchu.

[1] [http://en.wikipedia.org/wiki/Horseshoe\\_orbit](http://en.wikipedia.org/wiki/Horseshoe_orbit)

## Zadanie 5.

Rozwiązać równania równowagi hydrostatycznej dla atmosfery o równaniu stanu w postaci izotermicznego gazu Van der Waalsa. Jak w obliczeniach uwzględnić możliwość skroplenia się gazu?

## Zadanie 6.

Podać przykład substancji lub zaproponować aparaturę, która pozwoli na uzyskanie w warunkach laboratoryjnych „zwartego” obiektu (kula, sześcian itp.) o średniej gęstości co najmniej dwa razy przekraczającej gęstość metali takich jak złoto, platyna, uran czy wolfram, t.j. około  $40000 \text{ kg/m}^3$ . Masa i objętość aparatury powinna być wliczona do średniej. Celem jest zbudowanie źródła pola grawitacyjnego do laboratoryjnego pomiaru stałej grawitacyjnej. Wytworzenie materii o dużej gęstości, np: poprzez kompresję nanosekundowymi impulsami lasera, nie jest zadowalającym rozwiązaniem.

## Zadanie 7.

Na powierzchni masywnego obiektu o masie  $M$  i promieniu  $R$  usypujemy nieważki „kopiec” z materiału o współczynniku tarcia  $\mu$ . Zakładamy, że kąt usypu wynosi  $\text{tg } \mu$  względem lokalnego wektora natężenia pola grawitacyjnego  $\mathbf{g}$ . Jaki byłby kształt kopca w zależności od jego wysokości? Jak jest jego maksymalna możliwa wysokość?

## Zadanie 8.

Polska Wikipedia podaje jako „Alternatywne modele Słońca” pseudonaukową, wręcz absurdalną teorię. Według niej, powierzchnia Słońca jest żelazna, a źródłem świecenia prąd płynący w ramieniu Galaktyki. Równocześnie nie wspomniano nawet słowem o kilkunastu niestandardowych modelach (podaje je np. Bahcall w podręczniku Neutrino Astrophysics), w tym tak egzotycznych jak ten z czarną dziurą w centrum podany przez S. Hawkinga. Zadanie polega na usunięciu całego powyższego podrozdziału z artykułu Słońce. Jeżeli opór sekty wikipedystów-hejterów okaże się nie do pokonania, to należy przynajmniej uzupełnić go o wszystkie 17 modeli alternatywnych podanych przez Bahcala i szczegółowo wyjaśnić nonsens modelu elektrycznego, w szczególności sprzeczność z obserwacjami neutrin słonecznych. Należy także zażądać podania nazwisk rzekomo popierających ten model astronomów i źródeł innych niż wydane przez samego pomysłodawcę książki lub artykuły obalające go.

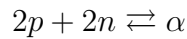
## Zadanie 9.

Wykonać symulację Monte Carlo błędzenia przypadkowego fotonu od środka Słońca aż do jego powierzchni. Pokazać przykładowe trajektorie i oszacować czas niezbędny do pokonania drogi.

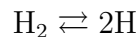
## Zadanie 10.

Na wykładzie pokazano, jak obliczyć stopień jonizacji atomów wodoru w zależności od temperatury i gęstości. Wykonać i przedstawić wyniki obliczeń dla jednego z analogicznych procesów:

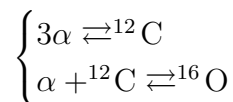
1. reakcja „dysocjacji” cząstek  $\alpha$  (jąder atomu helu  ${}^4\text{He}$ ) na protony i neutrony:



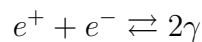
2. dysocjacja dwuatomowych molekuł, np: wodoru cząsteczkowego:



3. równowaga pomiędzy cząstkami  $\alpha$ , węglem  ${}^{12}\text{C}$  i tlenem  ${}^{16}\text{O}$ :



4. kreacja i anihilacja par elektron-pozyton  $e^+e^-$ :



## Zadanie 11.

Obliczyć kształt widma neutrin dla spalającej wodor w cyklu  $pp$  lub/i CNO gwiazdy innej niż Słońce, ewentualnie Słońca na innym niż obecnie etapie ewolucji.

## Zadanie 12.

Rozwiązać równania ewolucji ilości wodoru, deuteru,  ${}^3\text{He}$  i  ${}^4\text{He}$  w stałej temperaturze i gęstości. Uwzględnić pomijane zwykle w cyklu  $ppI$  reakcje termojądrowe, w szczególności  $pe^-p$  oraz  $d + d \rightarrow {}^4\text{He}$ . Rozważyć warunki zarówno bliskie jak i i odległe od panujących w Słońcu.

Szybkości reakcji, np: <http://ie.lbl.gov/astro/friedel.html>

## Zadanie 13.

Za pomocą programu MESA obliczyć ewolucję gwiazdy o masie innej niż  $1 M_\odot$ , np: 10 lub  $64 M_\odot$ .

## Zadanie 14.

Za pomocą programu MESA porównać ewolucję gwiazd różniących się tylko początkową metalicznością np:  $Z=0.02$  oraz  $Z=0.002$ .

## Zadanie 15.

Utworzyć animację pokazującą zmiany profilu  $T - \rho$  w czasie dla gwiazdy o masie  $1 M_{\odot}$ .

## Zadanie 16.

Za pomocą programu GR1D <http://www.stellarcollapse.org/codes.html> obliczyć przebieg kolapsu grawitacyjnego z hybrydowym równaniem stanu dla  $\Gamma = 2$  (tzw. „miękki” EOS) oraz dla  $\Gamma = 4$  („twardy” EOS) w obszarze powyżej gęstości jądra atomowego. Porównać ruch wytworzonej fali uderzeniowej.

## Zadanie 17.

Równanie TOV opisuje poprawnie strukturę gwiazdy neutronowej. Zakładając, że równanie stanu to gaz neutronowy w  $T = 0$ , ustalić, który ze składników odróżniających równanie TOV od newtonowskiego ma decydujący wkład:

- geometria przestrzeni:

$$\frac{1}{r^2} \rightarrow \frac{1}{r(r - r_g)}$$

- ciśnienie:

$$m(r) \rightarrow m(r) + 4\pi r^3 P(r)$$

- różnica pomiędzy gęstością barionową („spoczynkową”) a całkowitą:

$$\rho(r) \rightarrow \rho(r) + \varepsilon(r)/c^2$$