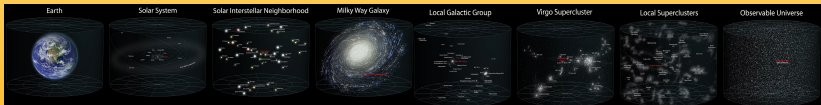


Podstawy astrofizyki i astronomii

Andrzej Odrzywołek

Zakład Teorii Względności i Astrofizyki, Instytut Fizyki UJ

2 kwietnia 2019



Zgodnie ze współczesnymi ustaleniami, żyjemy w płaskim ($k = 0$) Wszechświecie pyłowym (ciemna materia) ze stałą kosmologiczną (ciemna energia).

Model ten posiada eleganckie rozwiązanie analityczne

$$a(t) = a_0 \sinh \left(\frac{\sqrt{3\Lambda}}{2} ct \right)^{2/3}, \quad \rho(t) = \frac{\frac{\Lambda c^2}{8\pi G}}{\sinh \left(\frac{\sqrt{3\Lambda}}{2} ct \right)^2},$$

$$H(t) = \frac{c\sqrt{\Lambda/3}}{\operatorname{tgh} \left(\frac{\sqrt{3\Lambda}}{2} ct \right)}, \quad \Omega_\Lambda = \frac{\Lambda c^2}{3H_0^2}, \quad T = \frac{2}{3H_0} \operatorname{artanh}(\sqrt{\Omega_\Lambda})/\sqrt{\Omega_\Lambda}$$

Model ten dla $t \rightarrow 0$ redukuje się do płaskiego modelu „newtonowskiego” $a(t) \rightarrow t^{2/3}$, natomiast dla $t \rightarrow \infty$ staje się „przestrzenią de Sittera” $a(t) \rightarrow e^{H_\infty t}$, $H_\infty = c\sqrt{\Lambda/3}$.

Formowanie się struktur

Jak z jednorodnego gazu wyłoniły się pierwsze obiekty i układy?

Rdzeniem teorii formowania się struktur, jest N-ciałowa, newtonowska, symulacja „cząstek” ciemnej materii o masach $10^4-8 M_{\odot}$ w układzie współporuszającym się zgodnie z ekspansją Wszechświata.

Symulacja N-body (N-ciał): podstawy

- dla każdego i -tego punktu materialnego o masie m_i druga zasada dynamiki Newtona:

$$m_i \vec{a}_i = \sum_{j=1}^N{}' \vec{F}_{ij}$$

gdzie \vec{F}_{ij} to wektor siły działającej pomiędzy ciałami o masach m_i i m_j ; suma rozciąga się na wszystkie ciała, za wyjątkiem samego siebie ($i \neq j$), co zwyczajowo oznacza się apostrofem.

- moduł siły $|\vec{F}_{ij}| \equiv F_{ij}$ to newtonowskie prawo ciążenia:

$$F_{ij} = G \frac{m_i m_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^2}$$

gdzie \vec{r}_i to wektor położenia i -tej masy.

- wektor siły \vec{F}_{ij} :

$$\vec{F}_{ij} = -Gm_i \frac{m_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3} (\vec{r}_i - \vec{r}_j)$$

gdzie:

$$|\vec{r}_i - \vec{r}_j| = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}, \vec{r}_i = \{x_i, y_i, z_i\}.$$

Ostatecznie dostajemy układ $3N$ równań różniczkowych 2 rzędu (masa m_i się skraca):

$$\frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = -G \sum_{j=1}^N{}' \frac{m_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3} (\vec{r}_i - \vec{r}_j)$$

N-body: uwagi ogólne

- 1 dla $N > 3$ problem musi być rozwiązywany numerycznie (dla $N = 2$ prawa Keplera, dla $N = 3$ dobrze rozwinięta teoria)
- 2 siła, energia potencjalna oraz prędkość mogą dążyć do nieskończoności dla $\vec{r}_i \rightarrow \vec{r}_j$
- 3 teoria Newtona *jest* tylko przybliżeniem OTW
- 4 całkowita energia mechaniczna i kręt zachowane:
kolaps grawitacyjny i tworzenie struktur utrudnione
- 5 realistyczne symulacje wymagają dużego N (np: gromada kulista $N \sim 10^5$, galaktyka $N \sim 10^{11}$, podobnie pierścień Saturna, dyski protoplanetarne, pasy asteroidów, formowanie struktur kosmologicznych)
- 6 dokładne wyznaczenie siły (każdy z każdym) wymaga N^2 operacji matematycznych
 - algorytmy grupowania (drzewa, transformaty fouriera, rozwinięcia multipolowe)
 - użycie kart graficznych

Z następujących powodów:

- 1 matematycznych (dzielenie przez zero)
- 2 informatycznych (przekroczenie zakresu)
- 3 fizycznych (skończone rozmiary gwiazd)
- 4 niestosowalności teorii Newtona ($v > c$, nieograniczona z dołu energia)
- 5 istnienia czarnych dziur

w symulacjach N-ciałowych stosuje się „zmiękczenie” siły newtonowskiej:

$$\vec{F}_{ij} = -\frac{Gm_i m_j}{\sqrt{(\vec{r}_i - \vec{r}_j)^2}^3} (\vec{r}_i - \vec{r}_j) \rightarrow \vec{F}_{ij} = -\frac{Gm_i m_j}{\sqrt{(\vec{r}_i - \vec{r}_j)^2 + \epsilon^2}^3} (\vec{r}_i - \vec{r}_j)$$

Parametr ϵ na sens najmniejszej dopuszczalnej odległości pomiędzy gwiazdami.

W realistycznych symulacjach musimy wziąć pod uwagę nie tylko rozmiary, ale także ewolucję gwiazd oraz ich nieuniknione zderzenia.

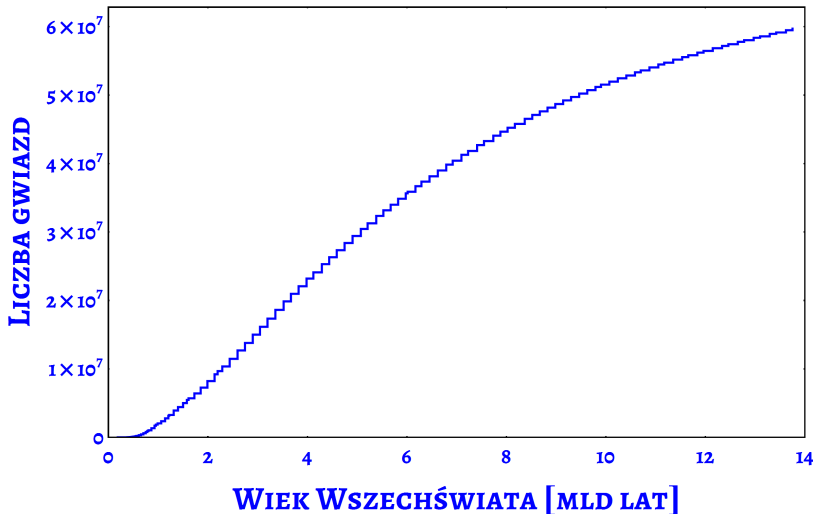
Najbardziej ambitny projekt symulowanej ewolucji Wszechświata.

- $1820^3 \simeq 6 \times 10^9$ „cząstek” ciemnej materii
- masa „cząstki” ciemnej materii $6.26 \times 10^6 M_{\odot}$
- masa „cząstki” materii barionowej $1.26 \times 10^6 M_{\odot}$
- rozdzielczość 48 pc
- zmiękczenie siły newtonowskiej $\varepsilon = 710$ pc
- „wytworzono” 41416 galaktyk z min. 500 „gwiazd”
- parametryczne tworzenie supermasywnych czarnych dziur, 2 tryby „pracy” AGN (kwazar lub radioźródło)
- warunki początkowe, Λ -CDM dla $z = 127$, $T = 245K$

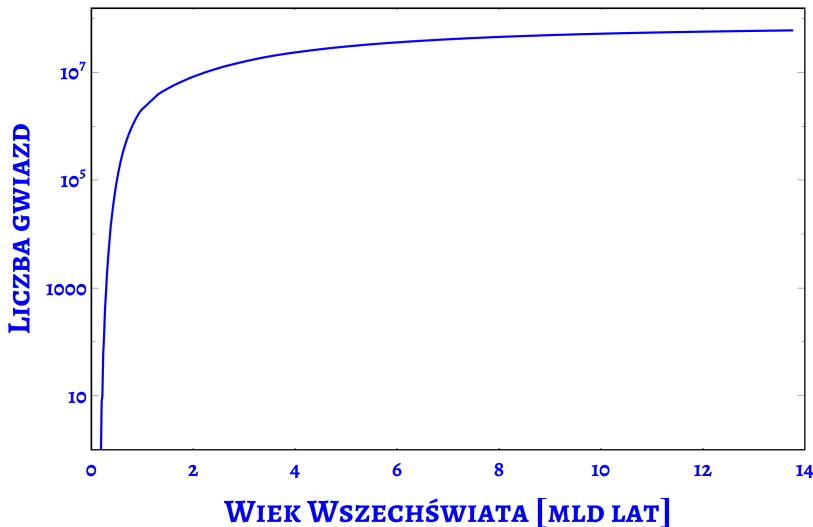
Druga odsłona projektu symulowanej ewolucji Wszechświata.

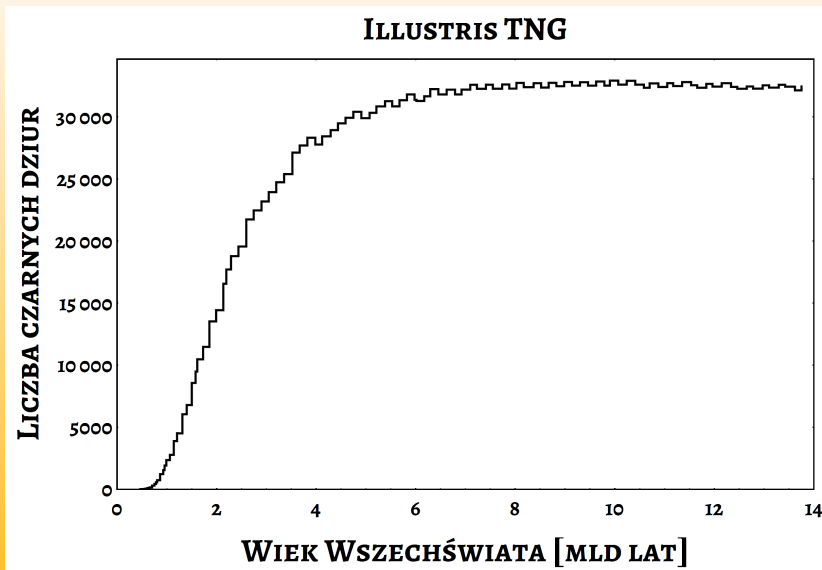
- $910^3 \simeq 7 \times 10^8$ „cząstek” ciemnej materii
- masa „cząstki” ciemnej materii $5 \times 10^7 M_{\odot}$
- masa „cząstki” materii barionowej $1.26 \times 10^6 M_{\odot}$
- rozdzielczość 48 pc
- zmiękczenie siły newtonowskiej $\varepsilon = 710$ pc
- „wytworzono” 41416 galaktyk z min. 500 „gwiazd”
- parametryczne tworzenie supermasywnych czarnych dziur, 2 tryby „pracy” AGN (kwazar lub radioźródło)
- warunki początkowe, Λ -CDM dla $z = 127$, $T = 245K$

ILLUSTRIS TNG

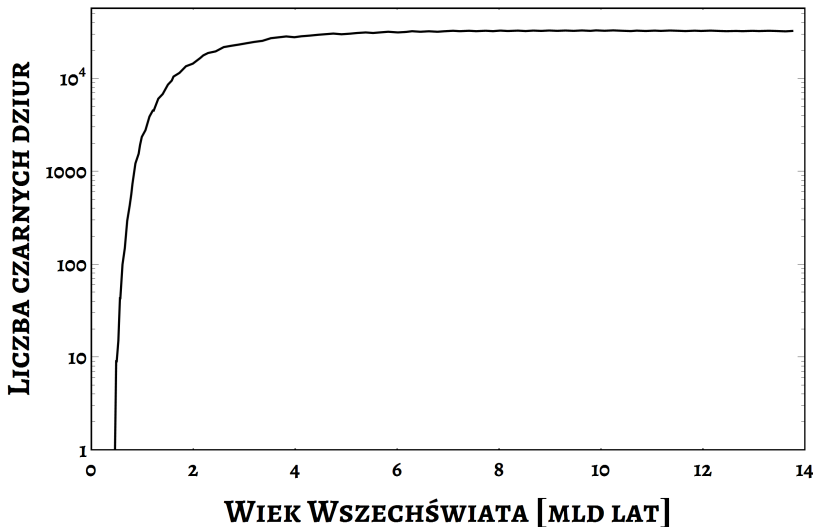


ILLUSTRIS TNG

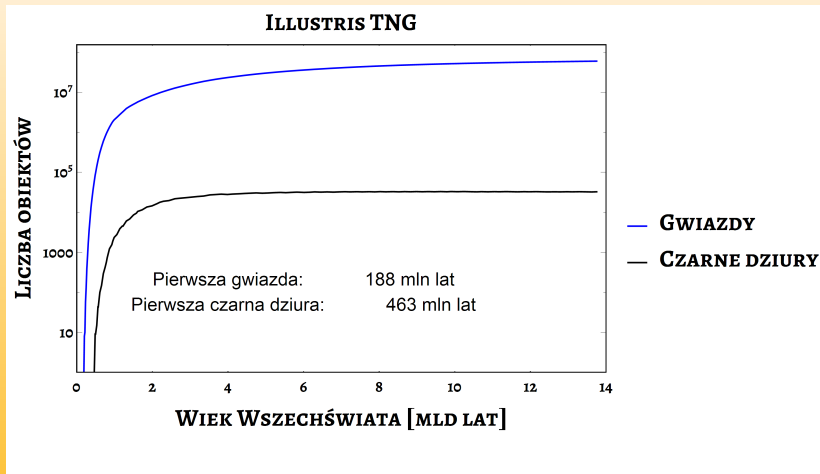




ILLUSTRIS TNG

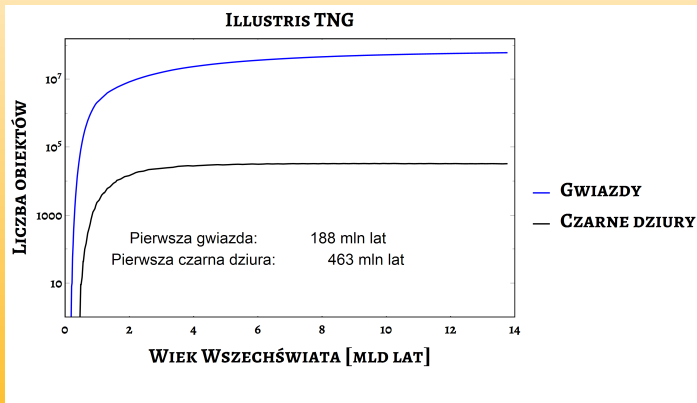


Pierwsze gwiazdy i czarne dziury



Pierwsza gwiazda i pierwsza czarna dziura

- 1 kosmos składa się ciągle z **ATOMÓW** wodoru (75% masy) i helu (25% masy)
- 2 grawitacyjna ewolucja cząstek ciemnej materii tworzy niejednorodności



Czarne dziury i gwiazdy pierwszymi i kluczowymi obiektami we Wszechświecie

Czarne dziury i gwiazdy

Czarne dziury

- 1 istniały od zawsze (tzw. pierwotne czarne dziury, ang. *primordial black holes*)
- 2 kolaps (zapadanie grawitacyjne) pierwszych gwiazd
- 3 kolaps N-ciałowy

Teoria grawitacji Newtona

- 1 punkty materialne
- 2 energia potencjalna
 $U \rightarrow -\infty$ dla $r \rightarrow 0$
- 3 prędkości $v \in [0, \infty)$
- 4 ewolucja odwracalna

Teoria grawitacji Einsteina

- 1 czarne dziury/osobliwości
- 2 „energia potencjalna”
skończona
- 3 prędkości $v \in [0, c]$
- 4 wytworzenie/wpadnięcie
do czarnej dziury
nieodwracalne

Prosty rachunek newtonowski (znany od XVIII wieku) pokazuje, że prędkość ucieczki (II prędkość kosmiczna v_{II}) może być większa niż prędkość światła c .

Prędkości kosmiczne

- 1 pierwsza prędkość kosmiczna (prędkość na orbicie kołowej o promieniu R dookoła masy M)

$$v_I = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

- 2 druga prędkość kosmiczna (minimalna prędkość pozwalająca na opuszczenie obiektu o masie M i promieniu R)

$$v_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2}v_I$$

Przyrównanie prędkości ucieczki do $v_I = c$ daje fundamentalny wzór na „promień” czarnej dziury (promień Schwarzschilda):

$$R_g = \frac{2GM}{c^2}.$$

Istnieją przynajmniej 2 sposoby na wytworzenie takiego obiektu:

- 1 ściśnięcie ciała o masie M do promienia R_g (np: supernowa typu implozyjnego)
- 2 gromadzenie coraz większej ilości materii o gęstości ρ (promień grawitacyjny rośnie szybciej niż promień obiektu):

$$R_g = \frac{8\pi G\rho}{3c^2} R^3$$

Dla Słońca $R_g = 2GM_{\odot}/c^2 \simeq 2.94\text{km}$; dla Ziemi $R_g = 8.9\text{ mm}$ (M_{\odot} - masa Słońca, M_{\oplus} - masa Ziemi).

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right) c^2 dt^2 + \frac{1}{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} dr^2 + r^2 \left(\sin^2 \theta d\phi^2 + d\theta^2 \right)$$

Wielkość R_g nazywamy promieniem Schwarzschilda lub grawitacyjnym. Powierzchnia określona jako $r = R_g$ to *horyzont zdarzeń*. W astrofizyce spotykamy je w formie:

- o masach gwiazdowych, kilka-kilkadziesiąt M_\odot ; powstają w kolapsie i zderzeniach gwiazd neutronowych
- supermasywne, o masach milionów M_\odot i więcej; występują w centrach galaktyk

Hipotetyczne czarne dziury o masach pośrednich ($\sim 1000M_\odot$) nie zostały dotąd wykryte.

Uwagi

Proces **akrecji** jest efektywnym mechanizmem konwersji masy w energię, z wydajnością do $\sim 10\%$.

Orbity w metryce Schwarzschilda : wprowadzenie

Działanie:

$$S = -m \int ds = -m \int L d\tau$$

Funkcja Lagrange'a:

$$L = \sqrt{\left(1 - \frac{r_g}{r}\right) \dot{t}^2 - \frac{1}{1 - \frac{r_g}{r}} \dot{r}^2 - r^2 \dot{\phi}^2}$$

Warunek normalizacji czteropędkości (trajektorie czasowe, τ - czas własny):

$$\left(1 - \frac{r_g}{r}\right) \dot{t}^2 - \frac{1}{1 - \frac{r_g}{r}} \dot{r}^2 - r^2 \dot{\phi}^2 = 1$$

Równania Lagrange-Eulera na 3 funkcje $r(\tau)$, $\phi(\tau)$, $t(\tau)$:

$$\frac{d}{d\tau} \frac{\partial L}{\partial \dot{t}} = \frac{\partial L}{\partial t}, \quad \frac{d}{d\tau} \frac{\partial L}{\partial \dot{r}} = \frac{\partial L}{\partial r}, \quad \frac{d}{d\tau} \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} = \frac{\partial L}{\partial \phi}.$$

III prawo Keplera obowiązuje, jeżeli częstość orbitalną Ω mierzymy w nieskoczoności (ω - czas własny), a R jest obwodem okręgu podzielonym przez 2π :

$$\Omega^2 = \frac{GM}{R^3}, \quad \omega^2 = \frac{GM}{R^3} \frac{1}{1 - \frac{3r_g}{2r}}$$

- 1 dla $r/r_g \rightarrow \infty$ orbity eliptyczne (prawa Keplera)
- 2 dla $r \gg r_g$ precesja orbit eliptycznych
- 3 dla $r \sim r_g$ wpadanie pod horyzont

Chcesz wiedzieć więcej?



Seminarium Astrofizyczne, każda środa 12:30, A-1-08