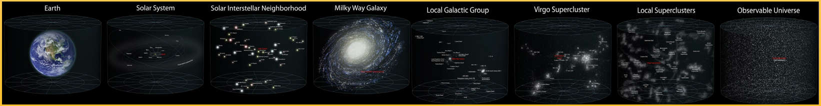
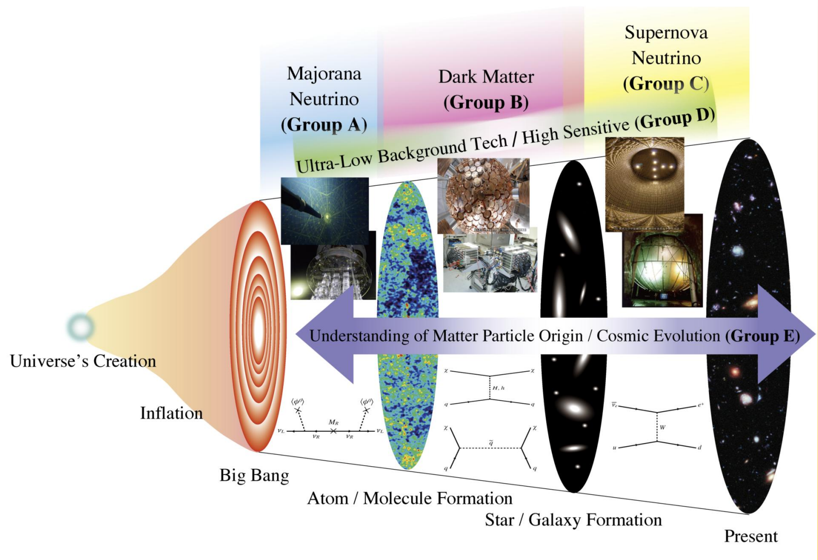
Podstawy astrofizyki i astronomii

Andrzej Odrzywołek

Zakład Teorii Względności i Astrofizyki, Instytut Fizyki UJ

12 marca 2019





Conference poster, Tohoku University Sendai, Japan, 2019

2. Era „wielkiej unifikacji” GUT

$$t \sim 10^{-36}\ \mathrm{s} \qquad kT \sim 10^{14}\ \mathrm{TeV} \qquad (???)$$

Od lat spekuluje się na temat istnienia teorii wiekiej unifikacji obejmującej:

- oddziaływania silne (QCD czyli chromodynamikę kwantową)
- oddziaływania elektrosłabe (model Weinberga-Salama)

Łamanie symetrii **Grand Unification Theory**

$$SO(10) \supset SU(5) \supset SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

Na dzień dzisiejszy nie ma przekonujących dowodów podważających Model Standardowy oddziaływań elementarnych.

3. Era inflacyjna (wykładniczy wzrost)

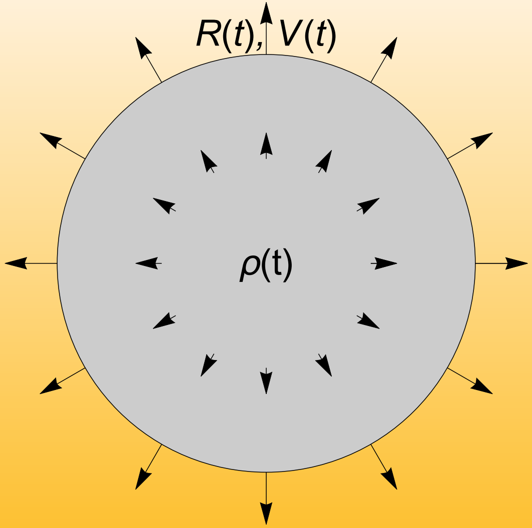
$$t \sim 10^{-30\pm10}\ \mathrm{s} \qquad kT \gg 10^3\ \mathrm{TeV} \qquad (??)$$

Wykładniczy wzrost powoduje:

- wygładzenie niejednorodności
- rozwiązanie tzw. „problemu horyzontu"
- płaską geometrię
- powiększenie kwantowych fluktuacji do rozmiarów makroskopowych
- wyjaśnienie braku monopoli magnetycznych

Czynnik wywołujący inflację (np: pole skalarne) musi istnieć przez krótki czas!

„Kosmologia” newtonowska



Założenia modelu newtonowskiego

1. model opisuje rozszerzającą się „kulę” materii (ang: *fireball*)
2. w każdym punkcie gęstość jest taka sama, ale zależy od czasu
$$\rho = \rho(t)$$
3. w ustalonym momencie w każdym punkcie prędkość jest proporcjonalna do odległości; współczynnik proporcjonalności to **stała Hubble'a** $H(t)$:
$$\vec{v}(\vec{R}, t) = H(t)\vec{R}$$
4. materia podlega samograwitacji
5. masa „kuli ognia” jest stała

Założenia modelu newtonowskiego

Dla rozszerzającej się kuli możemy zapisać równania

1. równanie Newtona:
$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g}$$
2. zasada zachowania energii:
$$\frac{1}{2}v^2 - \frac{GM}{R(t)} = const$$
3. zasada zachowania masy:
$$M = \frac{4}{3}\pi R(t)^3 \, \rho(t) = const$$

Aby pozbyć się z równań „promienia Wszechświata" $R(t)$ wprowadzamy **„stałą" Hubble'a**:

$$H(t) = \frac{1}{R(t)} \frac{dR(t)}{dt} \equiv \frac{\dot{R}}{R}.$$

Stała Hubble'a

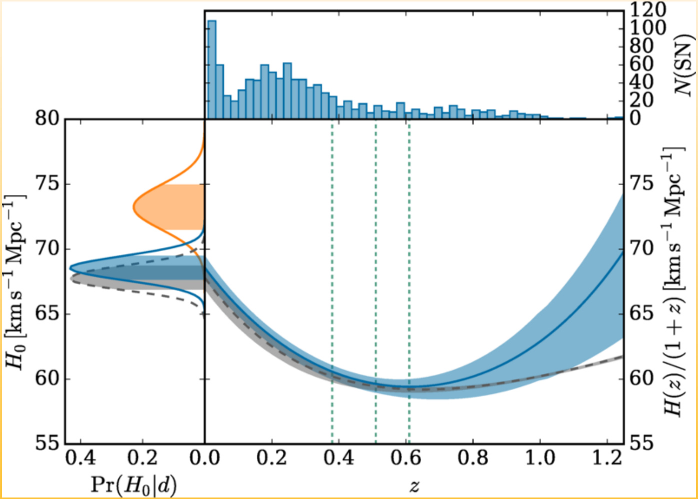
Czy stała Hubble'a nie jest stała?

- Stała Hubble'a jako stała fizyczna H_0 określa **obecne** tempo rozszerzania się Wszechświata
- stała Hubble'a jako współczynnik proporcjonalności $H(t)$ zmienia się podczas ewolucji Wszechświata
- jej zmiana jest niemierzalnie mała w skali czasowej cywilizacji ludzkiej przy obecnej dokładności pomiarów

Wyznaczenie wartości liczbowej stałej Hubble'a jest odwiecznym i nadal nierozwiązanym problemem kosmologii. Na dzień dzisiejszy opublikowano dwa precyzyjne i wzajemnie sprzeczne wyniki:

$$H_0 = 67.6 \pm 0.6 (\mathrm{km/s})/\mathrm{Mpc}, \qquad H_0 = 73.5 \pm 1.7 (\mathrm{km/s})/\mathrm{Mpc}.$$

Stała Hubble'a



Phys. Rev. Lett. 122, 061105 – Published 14 February 2019

Równanie Friedmanna

Z zasady zachowania energii mechanicznej wynika wzór:

$$H^2 - \frac{8\pi G\rho}{3} = -k/r^2,$$

Znak wielkości k określa czy Wszechświat jest w stanie związanym. Wprowadzamy gęstość krytyczną

$$\rho_C = \frac{3H_0^2}{8\pi G}.$$

- Dla $k < 0$, czyli $\rho < \rho_C$ Wszechświat rozszerza się wiecznie.
- Dla $k = 0$, czyli $\rho = \rho_C$ Wszechświat rozszerza się wiecznie, ale prędkość ekspansji dąży do zera.
- Dla $k > 0$, czyli $\rho > \rho_C$ Wszechświat jest związany, czyli przestanie się rozszerzać, a następnie zacznie się kurczyć

Kosmologia newtonowska

$$\vec{v}(\vec{r},t) = H(t)\vec{r}(t), \quad \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{4}{3}\pi G\rho(t)\ \vec{r}$$

Równanie na dwie obserwowalne wielkości, czyli zależność gęstości $\rho(t)$ i „stałej" Hubble'a $H(t)$ od czasu t ma postać:

$$\begin{cases} \frac{dH}{dt} + H^2 + \frac{4}{3}\pi G\rho = 0 \\ \frac{d\rho}{dt} + 3H\rho = 0 \end{cases}$$

Rozwiązanie krytyczne:

$$\rho_C = \frac{3H_0^2}{8\pi G}, \quad \rho(t) = \frac{1}{6\pi G}\frac{1}{(t+T)^2}, \quad H(t) = \frac{2}{3(t+T)}$$

Dla $t \to -T$ $\rho \to \infty$. Moment $t = -T$, gdzie

$$T = \frac{2}{3}\frac{1}{H_0}$$

określamy jako *Wielki Wybuch* (ang. Big Bang).

Kosmologia w OTW

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \, R + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

Standardowy model w OTW

Istnieją trzy czasoprzestrzenie spełniające nasze założenia

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2(dr^2 + \mathrm{sinn}^2\, r\, d\Omega^2), \quad d\Omega^2 = \sin^2\theta d\phi^2 + d\theta^2$$

gdzie „sinus kosmologiczny" to

$$\mathrm{sinn}(r) = \begin{cases} \sin r & \text{dla} \quad k > 0 \\ r & \text{dla} \quad k = 0 \\ \sinh r & \text{dla} \quad k < 0 \end{cases}$$

Równania ruchu wynikające z OTW ze stałą kosmologiczną

$$\begin{cases} 3H^2 - 8\pi G\rho + \frac{3c^2\, k}{a^2} - \Lambda c^2 = 0, k = -1, 0, +1 \\ \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{4}{3}\pi G(\rho + 3P/c^2) - \frac{\Lambda c^2}{3} = 0 \end{cases}$$

Użyteczne tożsamości:

$$H = \frac{\dot{a}}{a}, \qquad \frac{dH}{dt} + H^2 = \frac{\ddot{a}}{a}$$

Kosmologia newtonowska	Kosmologia OTW
$\frac{dH}{dt} + H^2 + \frac{4}{3}\pi G\rho = 0$	$\frac{dH}{dt}+H^2+\frac{4}{3}\pi G\left(\rho+\frac{3P}{c^2}\right)-\frac{\Lambda c^2}{3}=0$
$H^2 - \frac{8\pi G\rho}{3} = -\frac{kc^2}{a^2}$	$H^2 - \frac{8\pi G\rho}{3}-\frac{\Lambda c^2}{3} = -\frac{kc^2}{a^2}$
$\frac{d\rho(t)}{dt} + 3H\rho = 0$	$\frac{d\rho(t)}{dt} + 3H(\rho+P/c^2) = 0$

Stałą Λ można wprowadzić do równań jako materię o gęstości ρ_Λ i ujemnym ciśnieniu P_Λ:

$$\rho_\Lambda = \frac{\Lambda c^2}{8\pi G}, \qquad P_\Lambda = -\rho_\Lambda c^2 \equiv \varepsilon_\Lambda.$$

równoważną równaniu stanu próżni kwantowej.

Rozwiązanie „inflacyjne"

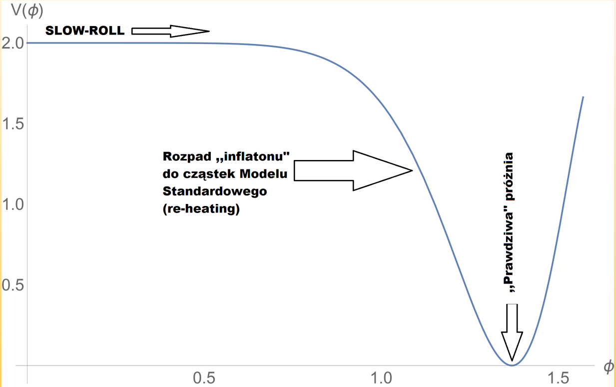
Jeżeli na pewnym etapie pojawi się materia (np: pole skalarne) o równaniu stanu równoważnym dużej stałej kosmologicznej (w porównaniu z ρ) to równania Friedmanna redukują się do:

$$\begin{cases} H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 & = \frac{\Lambda c^2}{3} \\ \frac{\ddot{a}}{a} & = \frac{\Lambda c^2}{3} \end{cases}$$

$$H(t) = H_\infty = c\sqrt{\frac{\Lambda}{3}},$$

$$\ddot{a} - H_\infty^2 a = 0 \quad \rightarrow \quad a(t) \propto e^{H_\infty t} = e^{\sqrt{\frac{\Lambda}{3}}\, ct}$$

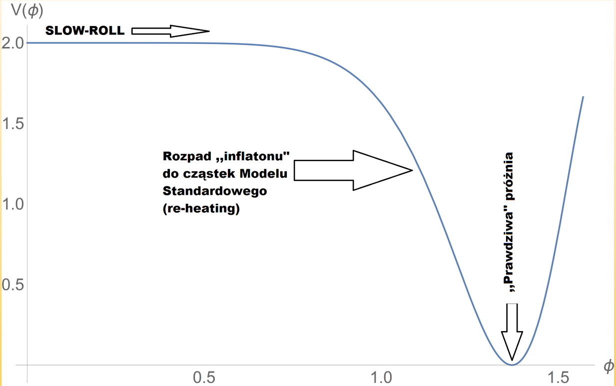
Slow-roll inflation



Index spektralny (teoria i pomiar z satelity Planck):

$$n_s = 1 + \frac{d \ln (\delta \rho_k / \rho)^2}{d \ln k} \simeq 1 - \frac{V'}{V} \left(\ln \frac{V^3}{V'^2} \right)' = 0.965 \pm 0.004,$$

Slow-roll inflation



Index spektralny (teoria i pomiar z satelity Planck):

$$\frac{\delta\rho}{\rho} \simeq \frac{V^{3/2}}{V' M_{\rm Pl}^3} \simeq 10^{-5}.$$

4. Bariogeneza (powstanie asymetrii materia-antymateria)

Brak antymaterii w naszym otoczeniu jest oczywistym faktem obserwacyjnym. Liczba fotonów w porównaniu do liczby barionów

$$\eta = \frac{n_B - n_{\bar{B}}}{n_\gamma} = 6 \times 10^{-10}$$

wskazuje na niemal 100% anihilację. Teoria bariogenezy musi wyjaśnić, dlaczego nie doszło do całkowitej anihilacji.

Kryteria Sacharowa

1. brak zachowania liczby barionowej B
2. brak zachowania **różnicy** liczby barionowej B i liczby leptonowej L: $B - L$
3. łamanie parzystości ładunkowej C oraz parzystości kombinowanej CP
4. brak równowagi termodynamicznej

4. Bariogeneza (powstanie asymetrii materia-antymateria)

Brak antymaterii w naszym otoczeniu jest oczywistym faktem obserwacyjnym. Liczba fotonów w porównaniu do liczby barionów

$$\eta = \frac{n_B - n_{\bar{B}}}{n_\gamma} = 6 \times 10^{-10}$$

wskazuje na niemal 100% anihilację. Teoria bariogenezy musi wyjaśnić, dlaczego nie doszło do całkowitej anihilacji.

Kryteria Sacharowa

1. brak zachowania liczby barionowej B
2. brak zachowania **różnicy** liczby barionowej B i liczby leptonowej L: $B - L$
3. łamanie parzystości ładunkowej C oraz parzystości kombinowanej CP
4. brak równowagi termodynamicznej

Przykładowa bariogeneza: leptogeneza

1. Dla uzyskania niezerowej liczby barionowej kluczowe jest wytworzenie niezerowej liczby leptonowej.
2. Przykładowym procesem łamiącym liczbę leptonową jest hipotetyczny *podwójny bezneutrinowy rozpad* β:

$$^{76}\mathrm{Ge} \rightarrow ^{76}\mathrm{Sn} + \mathrm{e}^- + \mathrm{e}^- \quad (+\nu_\mathrm{e} + \nu_\mathrm{e})$$

3. ν_e byłoby *cząstką Majorany* (anihiluje sama siebie!)
4. Potencjalnym procesem generującym asymetrię byłby rozpad nowej cząstki: (ciężkiego) neutrina prawoskrętnego
5. 12 cząstek/3 rodziny Modelu Standardowego $(u, d, c, b, t, e, \mu, \tau, \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)$ zastąpiłaby grupa SO(10) z 16 cząstkami

5. Złamanie symetrii elektrosłabej. Początek ery radiacyjnej.

$$t \sim 10^{-12}\ \mathrm{s} \qquad kT \sim 1\ \mathrm{TeV}$$

- Wszechświat osiąga parametry dostępne eksperymentalnie w LHC ($E \simeq 14$ TeV),
- Energia termiczna kT jest ciągle znacznie większa od energii spoczynkowej wszystkich cząstek elementarnych:
  1. $m_{\mathrm{top}} \simeq 173.1\ \mathrm{GeV/c^2}$,
  2. $m_{\mathrm{Higgs}} \simeq 125.1\ \mathrm{GeV/c^2}$,
  3. $m_{Z^0} \simeq 91.188\ \mathrm{GeV/c^2}$,
  4. $m_{W^-} \simeq 80.385\ \mathrm{GeV/c^2}$,
  5. ...
- listę cząstek elementarnych możemy uznać za kompletną.

Równanie stanu materii relatywistycznej

Ciśnienie można obliczyć z wielkiej funcji rozdziału (potencjału termodynamicznego Ω)

$$\mathcal{Z} = \sum_{i=0}^{1 \text{ lub } \infty} \left(\mathrm{e}^{\frac{\mu - E}{kT}} \right)^i = \left(1 \pm \mathrm{e}^{\frac{\mu - E}{kT}} \right)^{\pm 1}$$

$$\Omega = -kT \frac{V}{h^3} \iiint \ln \mathcal{Z} \, \mathrm{d}^3 p = -PV.$$

Gęstość energii dostajemy z rozkładu Fermiego-Diraca:

$$\varepsilon = \frac{1}{h^3} \iint \frac{E(p)}{\mathrm{e}^{\frac{E-\mu}{kT}} \pm 1} \mathrm{d}^3 p$$

gdzie w przypadku gdy $E \gg mc^2$ mamy $E \simeq pc$. Górne znaki są dla fermionów, dolne dla bozonów.

(Wczesny) Wszechświat radiacyjny

Początkowo można założyć, że:

- **stała kosmologiczna** jest zaniedbywalna (w jednostkach Plancka wartość stałej kosmologicznej $\Lambda_{Pl} = 10^{-122}$)
- wszystkie znane cząstki elementarne poruszają się z prędkościami skrajnie relatywistycznymi, co pozwala je traktować jak **bezmasowe**
- **równanie stanu materii** (ang. Equation **Of** State, **EOS**), czyli funkcja wyliczająca ciśnienie P jako funkcję gęstości ρ, jest identyczna jak dla gazu fotonowego:

$$P = \varepsilon/3 \equiv \frac{\rho c^2}{3}$$

- początkowo geometria jest nieodróżnialna od płaskiej ($k = 0$)

Równania Friedmanna (wersja OTW):

$$\dot{H} + H^2 + \frac{4}{3}\pi G\left(\rho + \frac{3P}{c^2}\right) - \frac{\Lambda c^2}{3} = 0$$

$$H^2 - \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{\Lambda c^2}{3} = -\frac{kc^2}{a^2}$$

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + P/c^2) = 0$$

po podstawieniu $\Lambda = 0, k = 0, P = \rho c^2/3$ redukują się do:

$$\dot{H} + H^2 + \frac{8}{3}\pi G\rho = 0$$

$$H^2 - \frac{8\pi G\rho}{3} = 0$$

$$\dot{\rho} + 4H\rho = 0$$

Rowiązanie:

$$\rho(t) = \frac{3}{32\pi G t^2}, \qquad H(t) = \frac{1}{2t}, \qquad a(t) \propto \sqrt{t}$$

Czas t lub/i gęstość ρ można przeliczyć na temperaturę (lub energię termiczną kT) ze wzoru:

$$\rho c^2 = \frac{1}{2} N(T) a T^4$$

gdzie $a = 4\sigma/c$, σ - stała Stefana-Boltzmanna, a liczba wszystkich „cząstek elementarnych”

$$N(T) = \sum_i \frac{7}{8} N_{Fermion} + N_{Boson}$$

Tuż po Wielkim Wybuchu $N_{Fermion} = 90$, $N_{Boson} = 28$ czyli $N = 106.75$.

`Skąd oni biorą te liczby?`

Chcesz wiedzieć więcej?

Seminarium Astrofizyczne, każda środa 12:30, A-1-08