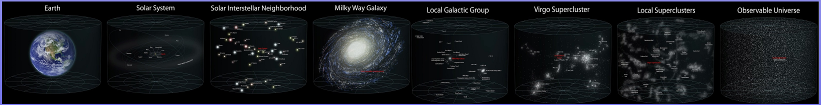
Podstawy astrofizyki i astronomii

Andrzej Odrzywołek

Zakład Teorii Względności i Astrofizyki, Instytut Fizyki UJ

8 marca 2016



Polecane podręczniki

1. Jerzy Kreiner, Astronomia z astrofizyką, PWN, 1996
2. Mini seria „ASTROFIZYKA”:
   - Tom I, Michał Jaroszyński, Galaktyki i budowa Wszechświata,
   - Tom II, Marcin Kubiak, Gwiazdy i materia międzygwiazdowa
   - Tom III, Paweł Artymowicz, Astrofizyka układów planetarnych
3. E. Rybka, Astronomia Ogólna
4. S. Wierzbiński, Mechanika Nieba, PWN Warszawa, 1973
5. A. Opolski, H. Cugier, T. Ciurla, Wstęp do astrofizyki, Wydawnictwo Uniwersytetu Wrocławskiego, 1995
6. Kosmologia:
   - Andrew Liddle, Wprowadzenie do kosmologii współczesnej , Prószyński, 2000
   - L. Sokołowski, Elementy kosmologii , ZamKor, Kraków, 2005
7. Astrofizyka jądrowa:
   - David Arnett, Supernovae and Nucleosynthesis, Princeton University Press, 1996
   - Cowan, Thielemann, Truran, Nuclear evolution of the Universe ??
8. Budowa i ewolucja gwiazd:
   - Bahcal, Neutrino Astrophysics,
   - Phillips, The Physics of Stars, Second Edition, Wiley, 1999
   - John P. Cox, Cox Principles of stellar structure. Volume II: Applications to stars Online
9. OTW:
   - Landau Lifszyc, Teoria Pola
10. Nauki o Ziemi:
    - Tjeerd H. van Andel, Nowe spojrzenie na starą planetę, PWN, 2012 (wyd. 2 dodruk 1)

Polecana literatura „popularnonaukowa”

- Michał Różyczka, Jak powstają gwiazdy?, Alfa, 1990
- Tjeerd H. van Andel, Nowe spojrzenie na starą planetę, PWN, 2013
- Stephen Hawking, Krótka historia czasu, Alfa, 1990
- Rudolf Kippenhahn, Na tropie tajemnic Słońca, Prószyński, 1997
- Steven Weinberg, Pierwsze trzy minuty, Prószyński, 1998
- Frank Drake, Dava Sobel, Czy jest tam kto?, Prószyński, 1995
- Richard Panek, Ciemna strona Wszechświata, Prószyński, 2011
- Arthur Koestler, Lunatycy, 2002, Zysk i S-ka
- Arthur I. Miller, Imperium gwiazd

Warto przeczytać

Lista pozycji uzupełniających, o znaczeniu historycznym lub znacznie przestarzałych, ale ciągle wartych przeczytania:

- Mikołaj Kopernik, O obrotach ciał niebieskich
- Galileusz, Dialog o dwu najważniejszych układach świata: ptolemeuszowym i kopernikowym
- Isaac Asimov, Wybuchające gwiazdy. Sekrety supernowych.

Warunki zaliczenia

1. egzamin ustny
2. lista 50 pytań lub pojęć do wyjaśnienia
3. zadania specjalne

Ćwiczenia z astrofizyki

Zajęcia fakultatywne, uzupełniające do Wykładu.

Prawa Keplera (wersja oryginalna):

1. odległość r planety od Słońca opisuje wzór $r = p/(1 + e\cos\phi)$
2. pole zakreślane przez promień wodzący w jednostce czasu jest stałe
3. stosunek trzeciej potęgi „średniej" odległości od Słońca $a = \frac{r_{min}+r_{max}}{2}$ do kwadratu okresu jest stały dla każdej z planet.

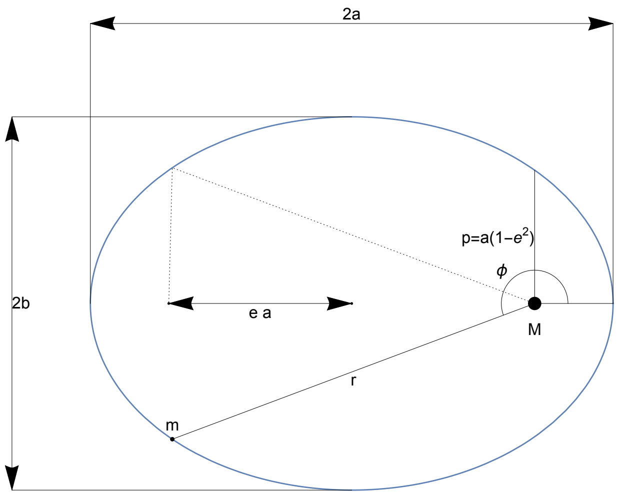
Prawa Keplera (wersja nowoczesna)

1. masa próbna porusza się po krzywej stożkowej: elipsa, parabola lub hiperbola, a masa centralna M znajduje się w jednym z ognisk
2. moment pędu cząstki próbnej jest zachowany

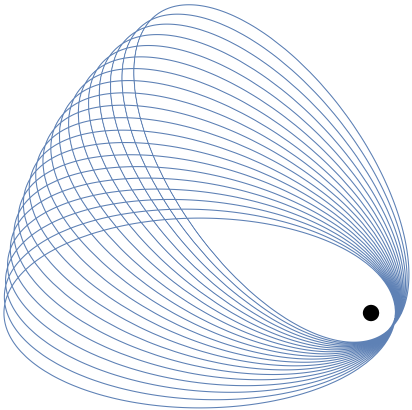
$$mr^2\dot{\phi} = const = J$$

3. $$\frac{a^3}{T^2} = const = \frac{GM}{4\pi^2}, \text{ gdzie a to wielka półoś elipsy, } [GM] = \frac{m^3}{s^2}$$

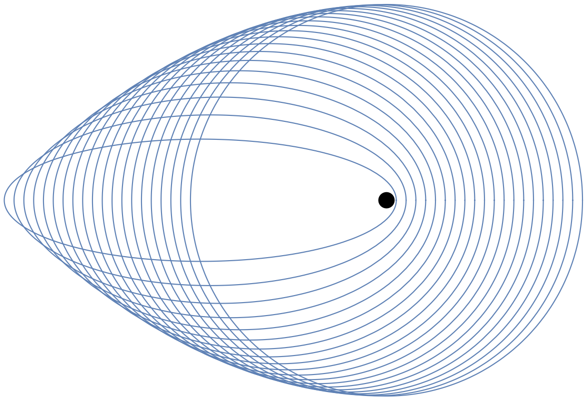
Orbita eliptyczna



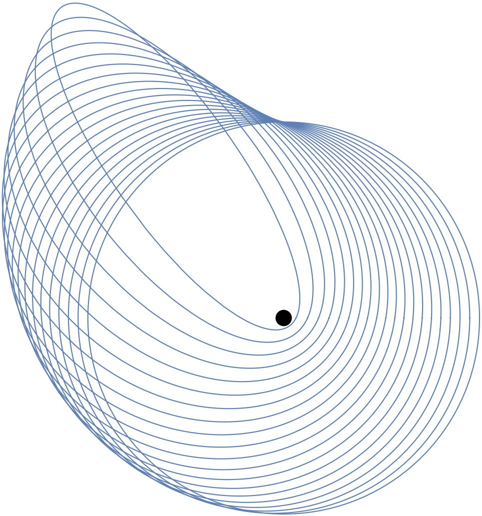
Orbita eliptyczna: zaburzenia



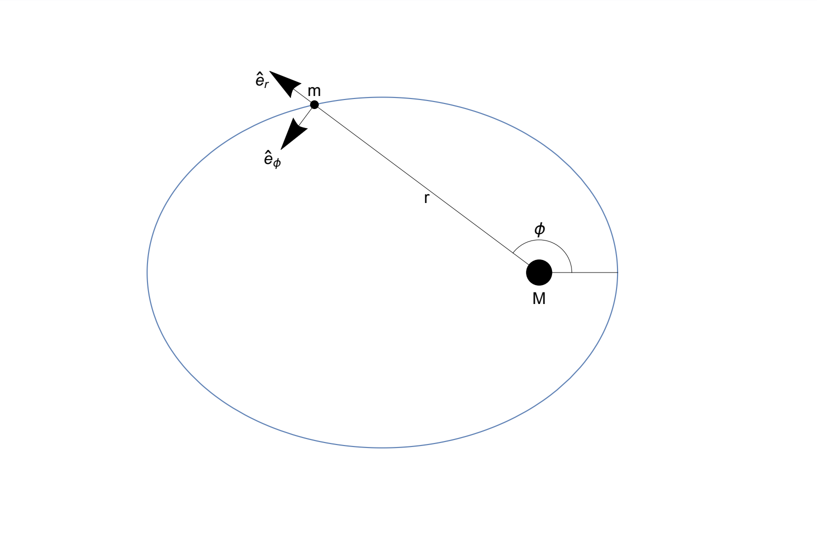
Orbita eliptyczna: zaburzenia



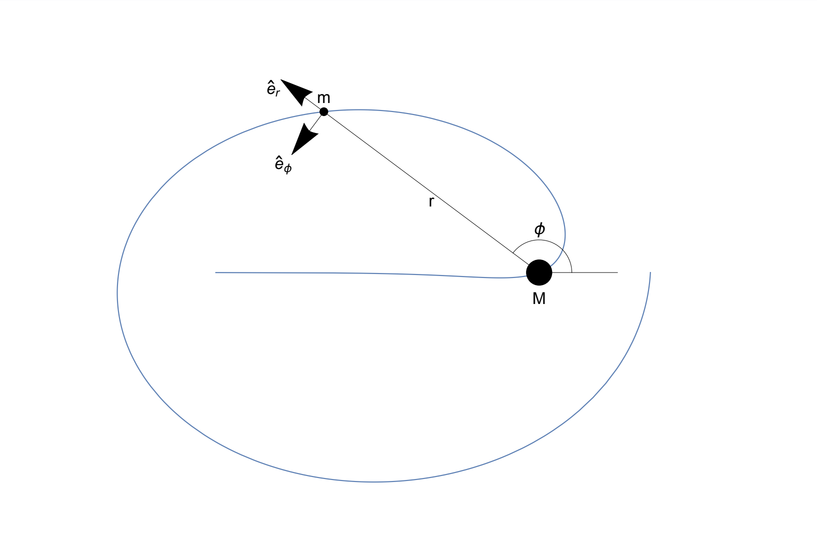
Orbita eliptyczna: zaburzenia



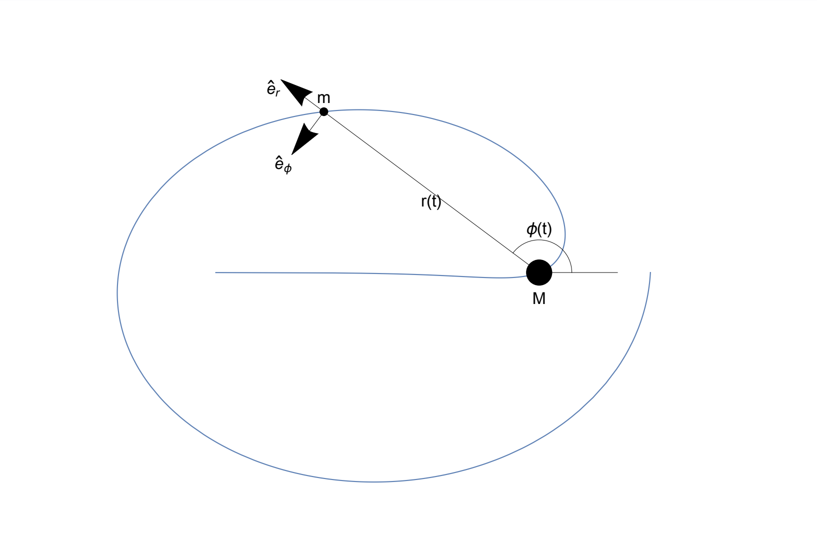
Wyprowadzenie ruchu po elipsie



Wyprowadzenie ruchu po elipsie



Wyprowadzenie ruchu po elipsie



Rachunek na tablicy

Uwagi do numerycznego całkowania równania toru

Równanie toru opisuje kawałkami funkcja:

$$\frac{du(\phi)}{d\phi} = \pm\sqrt{\frac{2mE}{J^2} + \frac{2Gm^2M}{J^2}u - u^2}, \quad u = 1/r$$

W perycentrum i apocentrum $dr/d\phi = 0$ i trzeba zmieniać znak w równaniu powyżej. Znacznie wygodniejsze jest zróżniczkowanie do postaci r. oscylatora harmonicznego:

$$\frac{d^2u}{d\phi^2} + u = \frac{1}{p}.$$

Pokazana procedura prawie bez zmian przenosi się na ruch w ogólnym polu centralnym, w tym nierotujących czarnych dziur.

Związek parametrów elipsy z wielkościami zachowanymi

$$r(\phi) = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\phi}$$

$$a = -\frac{GmM}{2E}, \qquad e = \sqrt{1 + \frac{2EJ^2}{G^2 m^3 M^2}}$$

Dla dowolnej chwili t:

$$E = -\frac{GmM}{r(t)} + \frac{1}{2} m v(t)^2, \quad J = m v(t) r(t).$$

Dla ciała związanego (na orbicie eliptycznej) $E < 0$. Maksymalny możliwy moment pędu osiągany jest dla orbity kołowej. Dla $J = 0$ ciało m spada po linii prostej wprost na centrum.

Orientacja elipsy

1. położenie elipsy w przestrzeni, jak każdego ciała sztywnego, wymaga podania 3 współrzędnych
2. w astronomii tradycyjnie są to:
   - inklinacja i
   - długość węzła wstępującego Ω
   - długość perycentrum ω
3. z fizycznego punktu widzenia położenie elipsy wyznaczają wielkości zachowane:
   - wektor momentu pędu $\mathbf{J}$ (prostopadły do płaszczyzny orbity)
   - wektor Rungego-Lenza $\mathbf{A}$, skierowany od ogniska do perycentrum
4. położenie w czasie wyznacza moment przejścia przez perycentrum

Ogólna elipsa

Wzory na transformację elipsy zadanej przez elementy orbitalne a, e, Ω, ω, i do układu heliocentrycznego xyz:

$$x = r\Big(\cos\Omega\cos(\omega+\phi) - \sin\Omega\sin(\omega+\phi)\cos i\Big) \tag{1a}$$

$$y = r\Big(\sin\Omega\cos(\omega+\phi) + \cos\Omega\sin(\omega+\phi)\cos i\Big) \tag{1b}$$

$$z = r\sin(\omega+\phi)\sin i \tag{1c}$$

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\phi}$$

Ruch polu grawitacyjnym masy M opisuje równanie w postaci *wektorowej*:

$$m\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{GMm}{r^3}\,\mathbf{r}$$

Po rozpisaniu na składowe (składową z na razie pomijamy):

$$\ddot{x}(t) = -G\frac{M}{\sqrt{x^2+y^2}^3}\,x(t) \tag{2a}$$

$$\ddot{y}(t) = -G\frac{M}{\sqrt{x^2+y^2}^3}\,y(t) \tag{2b}$$

Warunki początkowe dla orbity kołowej o częstości $\omega^2 = \frac{GM}{R_0^3}$:

$$x(0) = R_0, \qquad y(0) = 0, \tag{2c}$$

$$\dot{x}(0) \equiv v_{0x} = 0, \quad \dot{y}(0) \equiv v_{0y} = \omega R_0 = \sqrt{GM/R_0} \tag{2d}$$

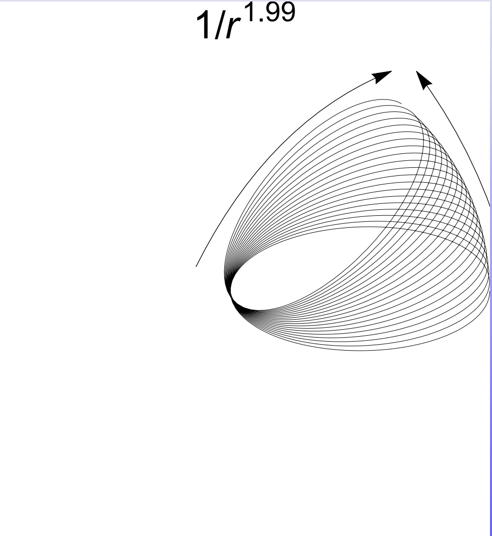
Celem rachunku perturbacyjnego w mechanice nieba jest wyznaczenie wolnozmiennych funkcji czasu $a(t), e(t), i(t), \omega(t), \phi(t)$, zakładając, że orbita pozostaje eliptyczna.

- Przykład 1 : poprawki do $1/r^2$
- Przykład 2 : ciśnienie promieniowania
- Przykład 3 : ruch dookoła układu podwójnego
- Przykład 4 : ruch dookoła układu spłaszczonego

Podobne interesujące przykłady można mnożyć.

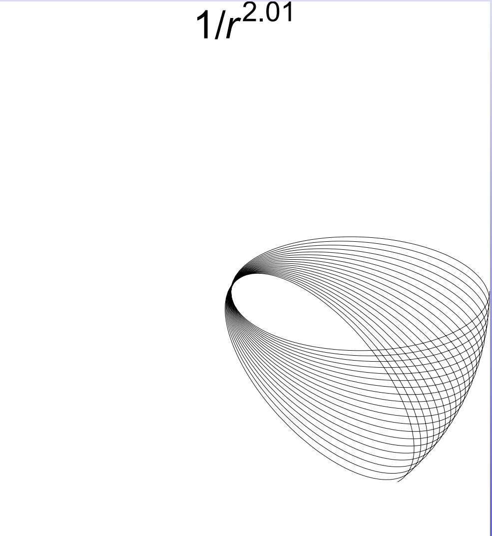
Zaburzenia orbity: Przykład 1: poprawki do $1/r^2$

W prawie powszechnego ciążenia zmieniamy $1/r^2$:



Podobny efekt wywołuje każda dostatecznie mała poprawka, niezależnie od jej postaci funkcyjnej.

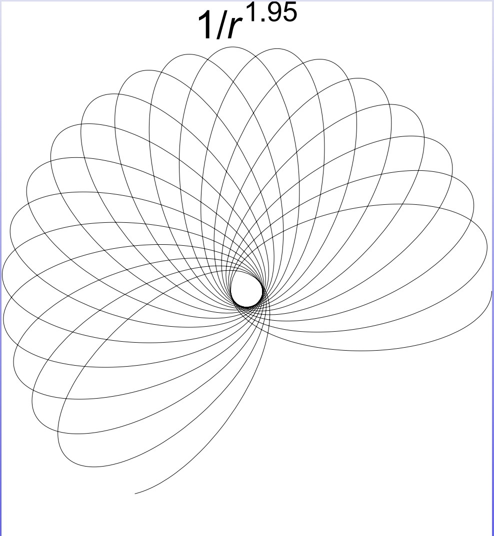
W prawie powszechnego ciążenia zmieniamy $1/r^2$:



Podobny efekt wywołuje każda dostatecznie mała poprawka, niezależnie od jej postaci funkcyjnej.

Zaburzenia orbity: Przykład 1: poprawki do $1/r^2$

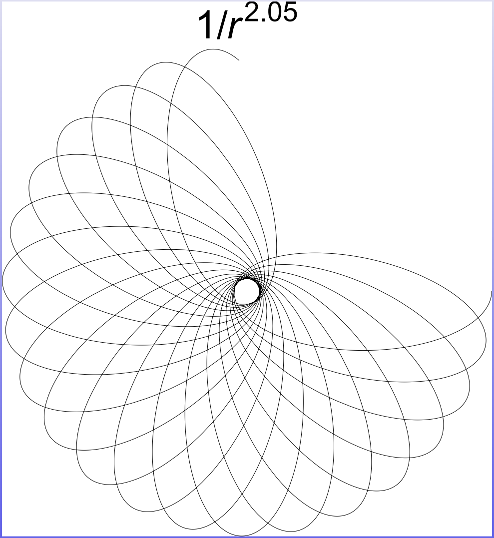
W prawie powszechnego ciążenia zmieniamy $1/r^2$:



Podobny efekt wywołuje każda dostatecznie mała poprawka, niezależnie od jej postaci funkcyjnej.

Zaburzenia orbity: Przykład 1: poprawki do $1/r^2$

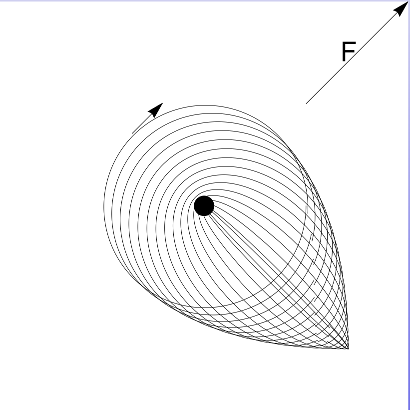
W prawie powszechnego ciążenia zmieniamy $1/r^2$:



Podobny efekt wywołuje każda dostatecznie mała poprawka, niezależnie od jej postaci funkcyjnej.

Zaburzenia orbity: Przykład 2: ciśnienie promieniowania

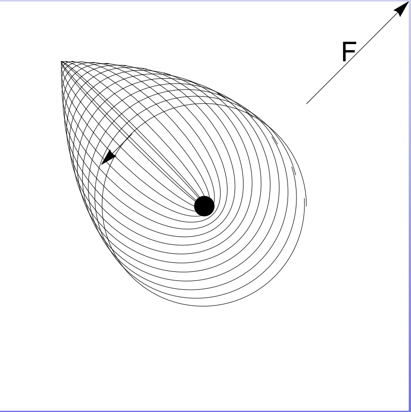
Wyobraźmy sobie ziarno pyłu na orbicie Ziemi. Wpływ promieniowania symulujemy stałym wektorem siły.



Orbita ustawia się prostopadle a jej mimośród rośnie do momentu zderzenia z ciałem centralnym.

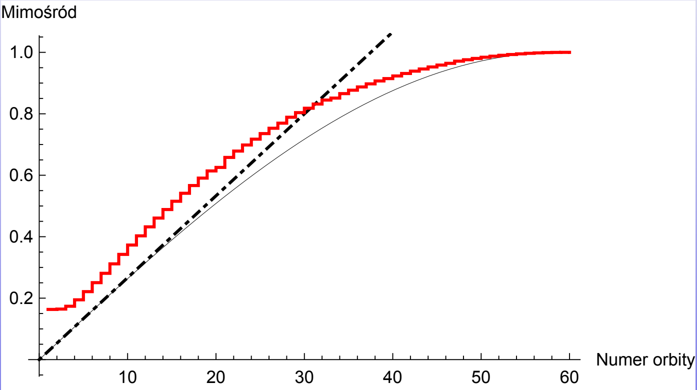
Zaburzenia orbity: Przykład 2: ciśnienie promieniowania

Wyobraźmy sobie ziarno pyłu na orbicie Ziemi. Wpływ promieniowania symulujemy stałym wektorem siły.



Orbita ustawia się prostopadle a jej mimośród rośnie do momentu zderzenia z ciałem centralnym.

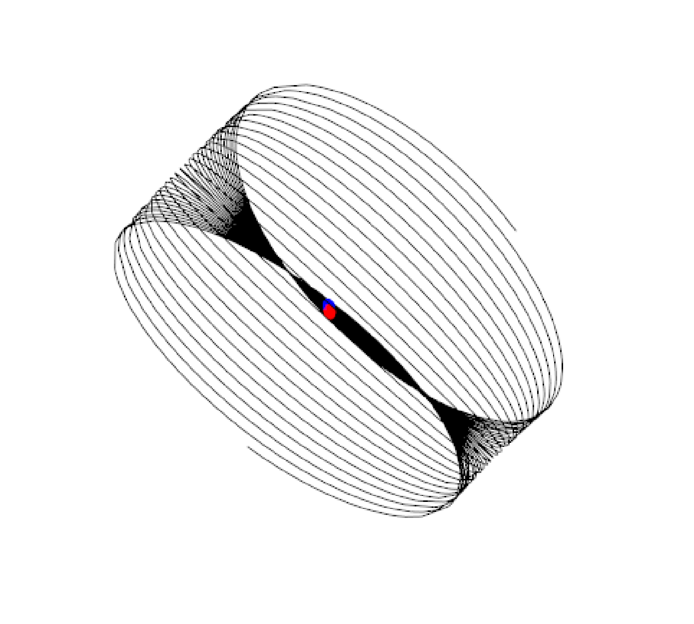
Zaburzenia orbity: numeryka *vs* teoria zaburzeń



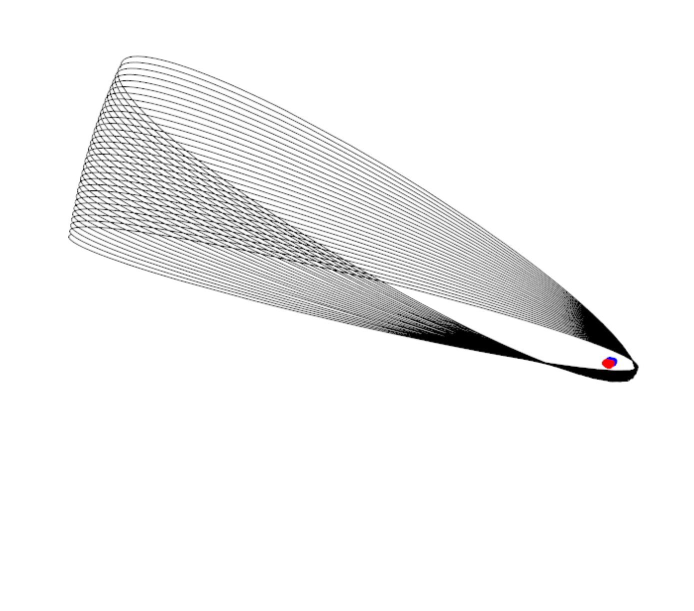
Wg. równania (2.48) z podręcznika Artymowicza:

$$\dot{e} = \frac{3F/m}{2\omega R_0}\sqrt{1-e^2}, \quad e(t) = \sin\left(\frac{3F/m}{2\omega R_0}t\right)$$

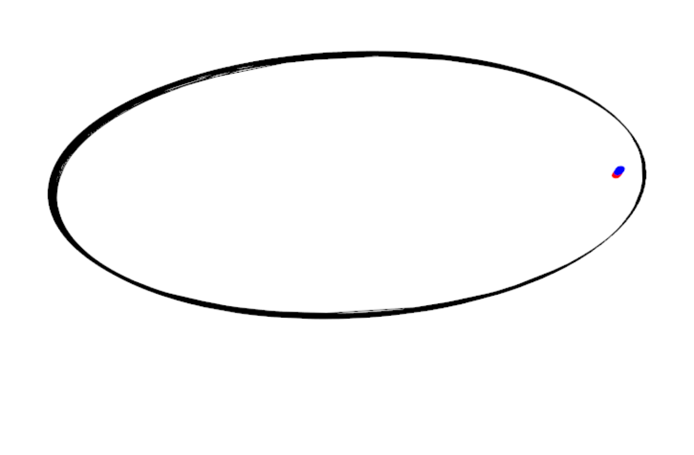
Przykład 3 : ruch dookoła układu podwójnego



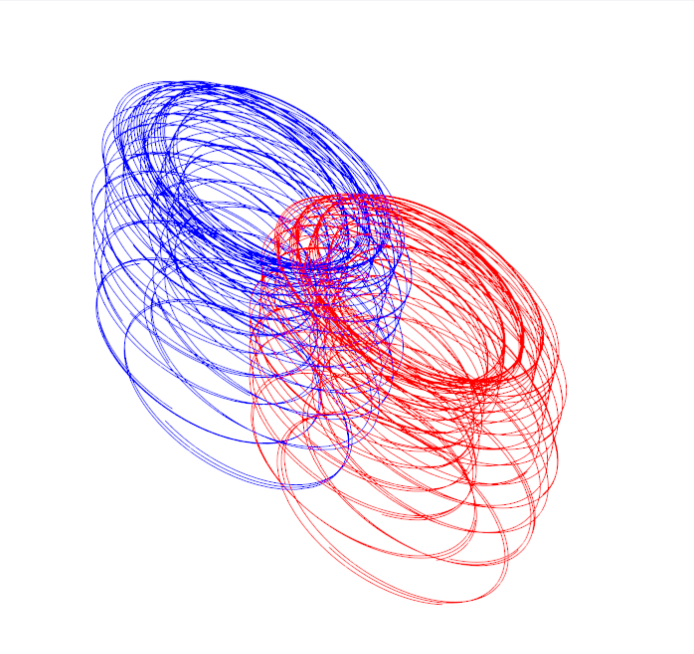
Przykład 3 : ruch dookoła układu podwójnego



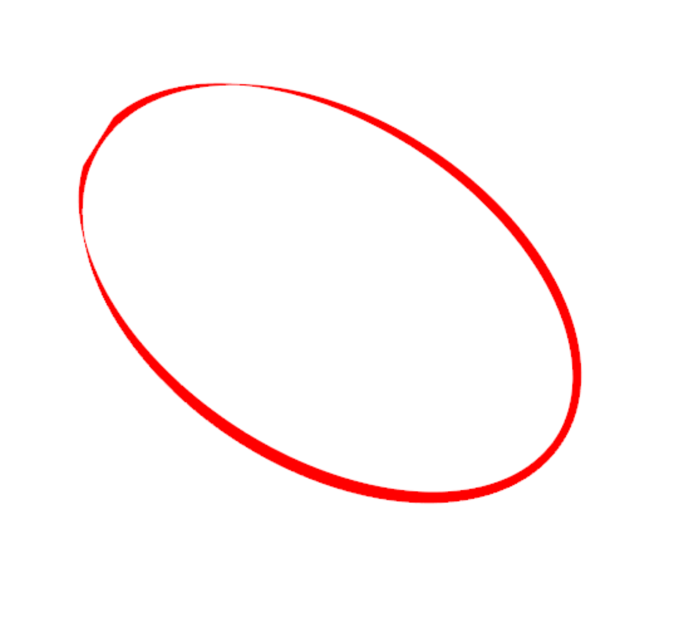
Przykład 3 : ruch dookoła układu podwójnego



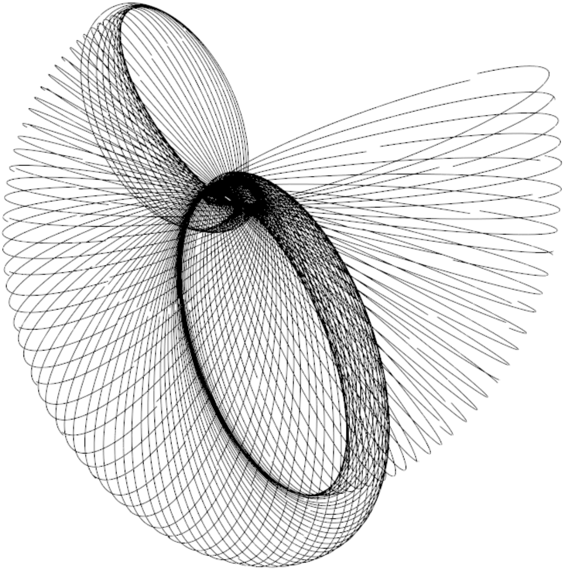
Przykład 3 : ruch dookoła układu podwójnego



Przykład 3 : ruch dookoła układu podwójnego



Przykład 3 : ruch dookoła układu podwójnego



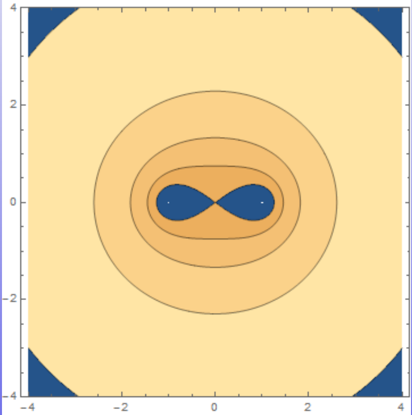
Energia potencjalna masy m w polu grawitacyjnym okręgu o promieniu R i masie M. Okrąg leży na płaszczyźnie $x - y$:

$$U = -\frac{GmM}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\mathrm{d}\alpha}{\sqrt{(x - R\cos\alpha)^2 + (y - R\sin\alpha)^2 + z^2}} =$$

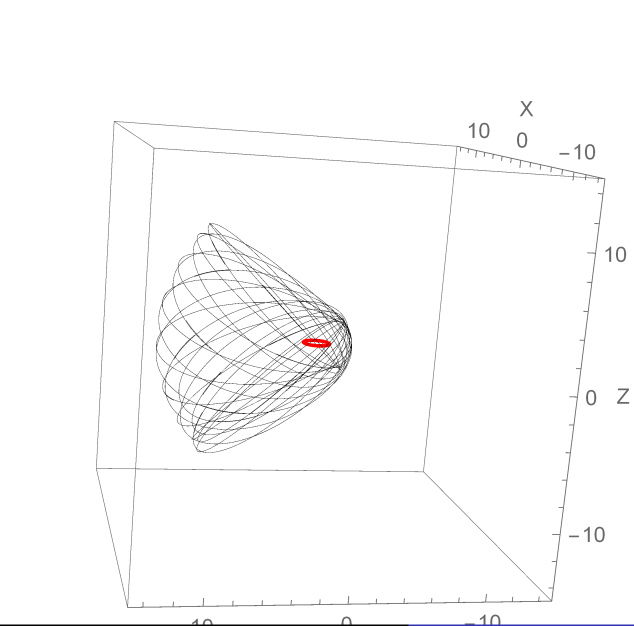
$$= -\frac{2GmM}{\pi} \frac{K\left(-\frac{4rR}{(r-R)^2+z^2}\right)}{\sqrt{(r-R)^2 + z^2}}, \qquad r^2 = x^2 + y^2$$

gdzie K to zupełna całka eliptyczna, (**EllipticK**). Okrąg posłuży jako przykład ciała pozbawionego symetrii sferycznej, ale ciągle symetrycznego osiowo.

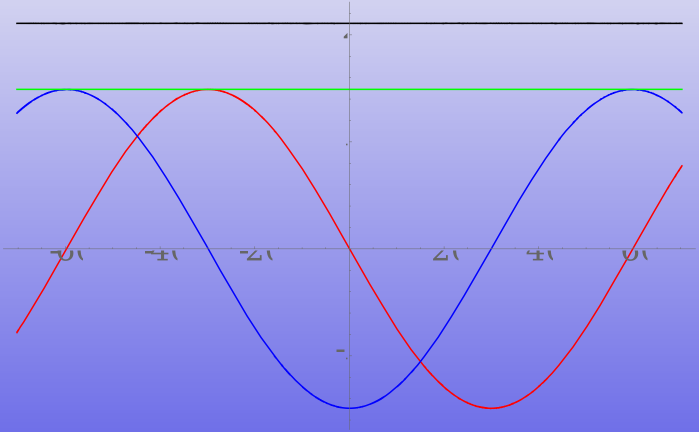
Potencjał okręgu



Ruch wydaje się nieomal chaotyczny:



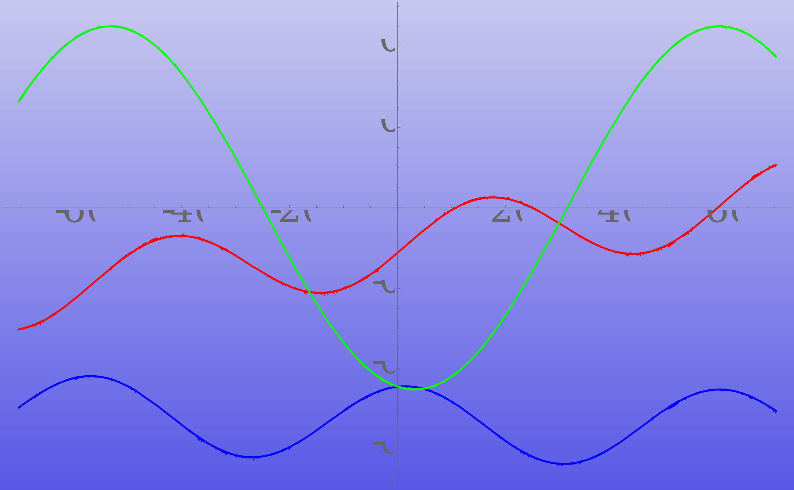
Składowe wektora momentu pędu $\mathbf{J} = m\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}$ i jego długość:



Zgodnie z teorią, $J_z = const$, natomiast pozostałe dwie składowe zataczają okrąg.

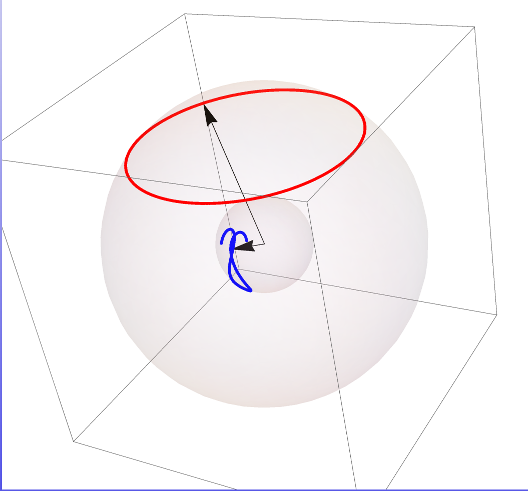
Składowe wektora Rungego-Lenza:

$$\mathbf{A} = m\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{J} - \frac{Gm^2 M}{r}\mathbf{r}, \qquad \mathbf{e} = \frac{\mathbf{A}}{Gm^2 M}$$



Składowe wektora Rungego-Lenza:

$$\mathbf{A} = m\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{J} - \frac{Gm^2 M}{r}\mathbf{r}, \qquad \mathbf{e} = \frac{\mathbf{A}}{Gm^2 M}$$



Dygresja: wpływ obiektu na zewnątrz ciała

Czy rozkład materii na **zewnątrz** wpływa na ruch wewnątrz?

1. rozkład gęstości sferycznie symetryczny — NIE
2. rozkład gęstości osiowo symetryczny — TAK!
3. okrąg/dysk na zewnątrz orbity — TAK!
4. ciało orbitujące na na zewnątrz orbity — TAK!
5. czy siła pochodząca od zewnętrznego dysku może być odpychająca? — TAK!

$$\phi(r) = -G \int_0^R \frac{\rho(r)\,\mathrm{d}V}{r}$$

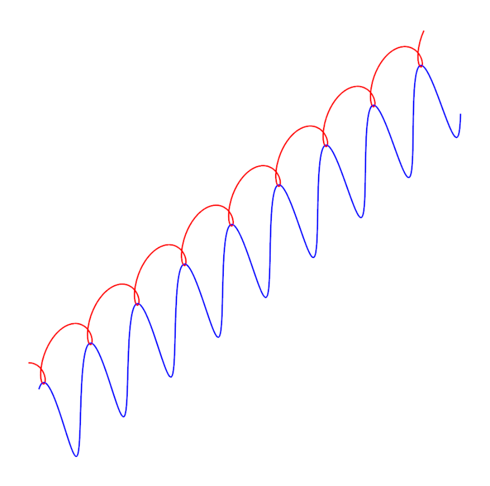
ŹLE!, tyko w symetrii sferycznej

$$\phi(r) = -G \int_0^\infty \frac{\rho(r)\,\mathrm{d}V}{r}$$

DOBRZE!

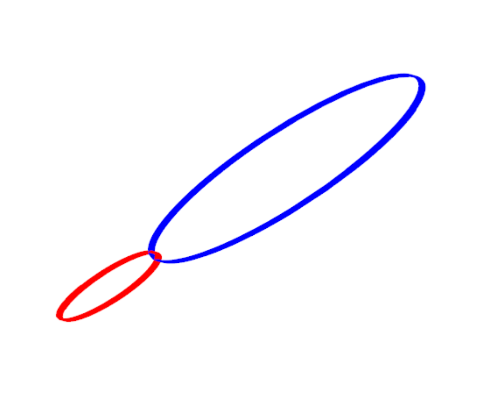
2 ciała: Przykład generycznego ruchu

Tradycyjnie studentów przekonuje się, że zagadnienie 2 ciał sprowadza się do zagadnienia 1 ciała.

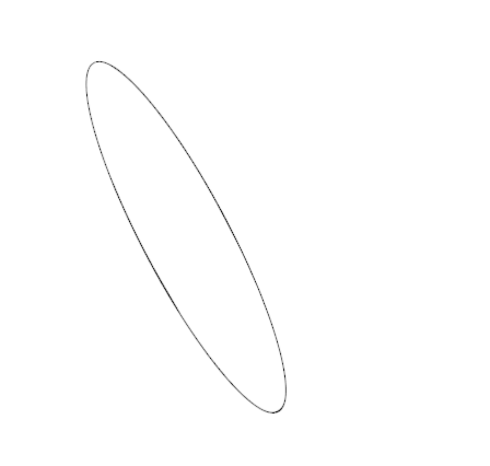


2 ciała: Przykład generycznego ruchu

Tradycyjnie studentów przekonuje się, że zagadnienie 2 ciał sprowadza się do zagadnienia 1 ciała.



Tradycyjnie studentów przekonuje się, że zagadnienie 2 ciał sprowadza się do zagadnienia 1 ciała.



2 ciała: sprowadzenie do ruchu w potencjale

Przepis na zamianę/symetryzację wzorów:

1. masa ciała centralnego to suma mas składników
$$M \to m_1 + m_2$$
2. masa ciała próbnego to masa zredukowana
$$m \to \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$
3. wielka półoś elipsy $a = a_1 + a_2 \longrightarrow$ tor ciała 1 **względem** ciała 2
4. okres T, mimośród e, płaszczyzna orbitalna $\longrightarrow$ bez zmian
5. rozmiar elips względem środka masy: $a_{1,2} = \frac{m_{1,2}}{m_1+m_2} a$
6. chwilowe położenie ciał względem środka masy opisuje przeskalowana symetria środkowa
$$m_1 \mathbf{r}_1 = -m_2 \mathbf{r}_2$$
7. III prawo Keplera:
$$\frac{(a_1 + a_2)^3}{T^2} = \frac{G(m_1 + m_2)}{4\pi^2}$$