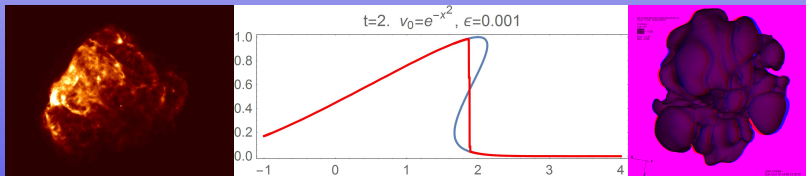


# Podstawy astrofizyki i astronomii

Andrzej Odrzywołek

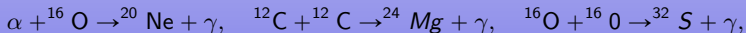
Zakład Teorii Względności i Astrofizyki, Instytut Fizyki UJ

31 maja 2016



# Masywne gwiazdy (pre-supernowe)

- Uproszczoną sieć reakcji termojądrowych, zawierającą wyłącznie jądra „różniące się” o wielokrotność jądra He, określamy jako  $\alpha$ -chain.
- W jej skład wchodzi, kolejno:  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{16}\text{O}$ ,  ${}^{20}\text{Ne}$ ,  ${}^{24}\text{Mg}$ ,  ${}^{28}\text{Si}$ ,  ${}^{32}\text{S}$ ,  ${}^{36}\text{Ar}$ ,  ${}^{40}\text{Ar}$ ,  ${}^{44}\text{Ti}$ ,  ${}^{48}\text{Cr}$ ,  ${}^{52}\text{Fe}$ ,  ${}^{56}\text{Ni}$ .
- wszystkie powyższe jądra mają identyczną liczbę protonów i neutronów
- reakcje polegają na dodawaniu cząstek  $\alpha$  lub zderzeniach „ciężkich jonów”, np:



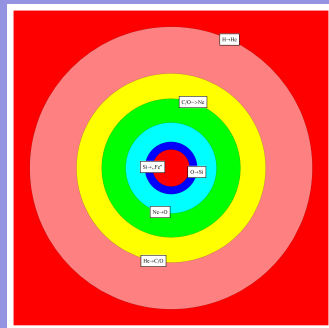
- powyższe reakcje określamy jako spalanie C, O lub Si (w zależności czego jest najwięcej), ale w rzeczywistości sieć reakcji jest znacznie bardziej złożona
- końcowy produkt to radioaktywny izotop  ${}^{56}\text{Ni}$

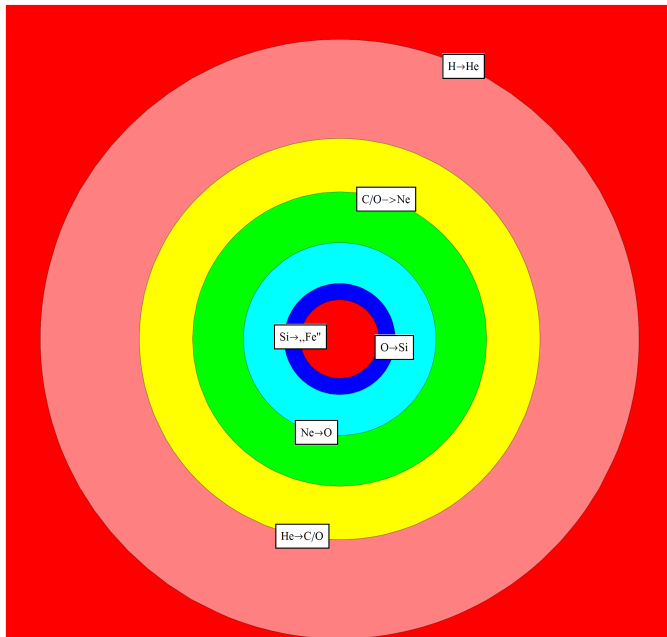
## Cykle spalania

**Start:** kurczenie → podgrzanie → zapłon → konwektywne jądro → koniec paliwa → **GOTO Start**

## Struktura „cebulowa”

- 1  $H \rightarrow {}^4\text{He}$  (ciąg główny, miliony lat)
- 2  ${}^4\text{He} \rightarrow {}^{12}\text{C}, {}^{16}\text{O}$  (spalanie helu, czerwony olbrzym,  $\sim 100$  tys. lat)
- 3  ${}^{12}\text{C} \rightarrow {}^{16}\text{O}$  (spalanie C, setki lat)
- 4  ${}^{16}\text{O} \rightarrow {}^{28}\text{Si}$  (spalanie O, miesiące/lata)
- 5  ${}^{28}\text{Si} \rightarrow \text{„Fe”}$  (spalanie krzemu, dni/tygodnie)
- 6 koniec paliwa, kolaps (odroczone zwykle o kilka godzin spalaniem Si w powłoce otaczającej jądro)





Masywną gwiazdę definiujemy następująco:

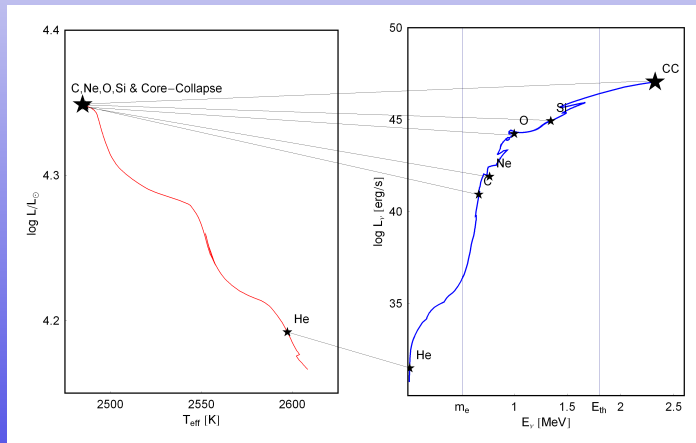
- warunki w środku pozwalają na przejście przez wszystkie możliwe procesy spalania termojądrowego: He, C, Ne, O i Si
- końcowym produktem spalania jest „żelazne” jądro (Fe core)
- po wyczerpaniu paliwa dochodzi do kolapsu grawitacyjnego i wybuchu supernowej
- końcowym produktem jest gwiazda neutronowa lub czarna dziura

Zgodnie z obecnym stanem wiedzy gwiazdę należy uznać za masywną, jeżeli jej masa ZAMS przekracza  $7-10 M_{\odot}$ . Obliczenia ewolucyjne w pobliżu dolnej granicy są niezwykle trudne. Jedną z możliwości jest kolaps jądra ONeMg przed spalaniem Si, tzw. *electron capture supernova*.

Konwergencja ewolucyjna:

$10 \dots 100 M_{\odot} \text{ H} \rightarrow \text{kilka } M_{\odot} \text{ He} \rightarrow 1 \dots 2 M_{\odot} \text{ „Fe”}$

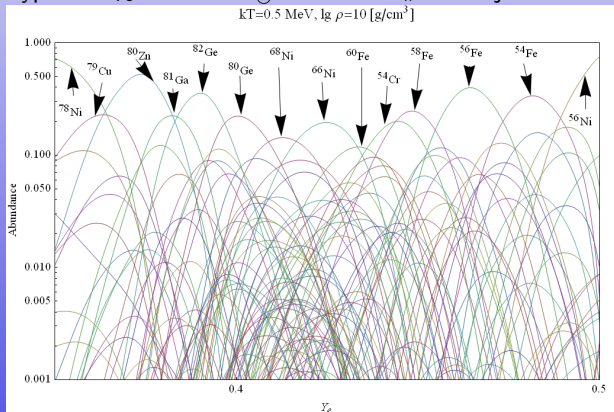
Począwszy od spalania C, energia termiczna sięga istotnego ułamka energii spoczynkowej elektronu  $kT > 0.1m_e c^2$ . Tworzy się równowagowa koncentracja par  $e^+ e^-$ , co umożliwia proces:



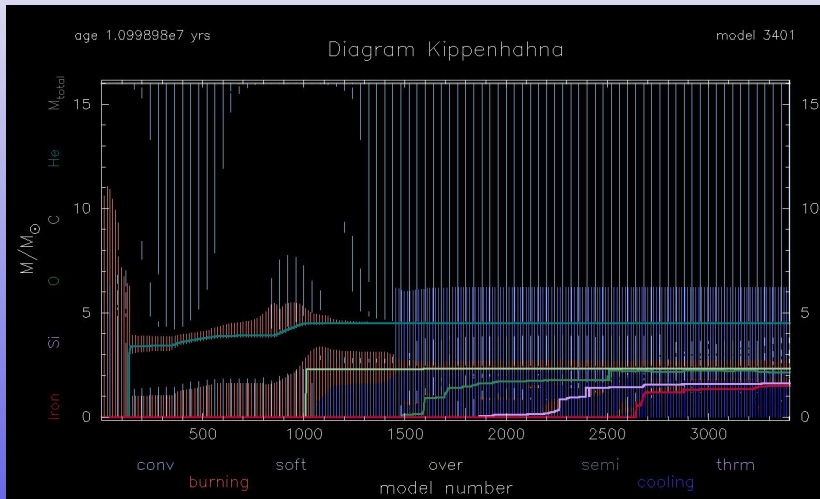
**Gorące jądro „Fe”** jest obiektem podtrzymywany ciśnieniem zdegenerowanych elektronów o masie Chandrasekhara:

$$M_{Ch} = 1.44 M_{\odot} (2 Y_e)^2 \left[ 1 + \left( \frac{S_e}{\pi Y_e} \right)^2 \right] \left[ 1 - \frac{3}{5} \left( \frac{12}{11} \right)^{1/3} \alpha \bar{Z}^{2/3} + \frac{P_{rad}}{\rho_{mat}} \right]$$

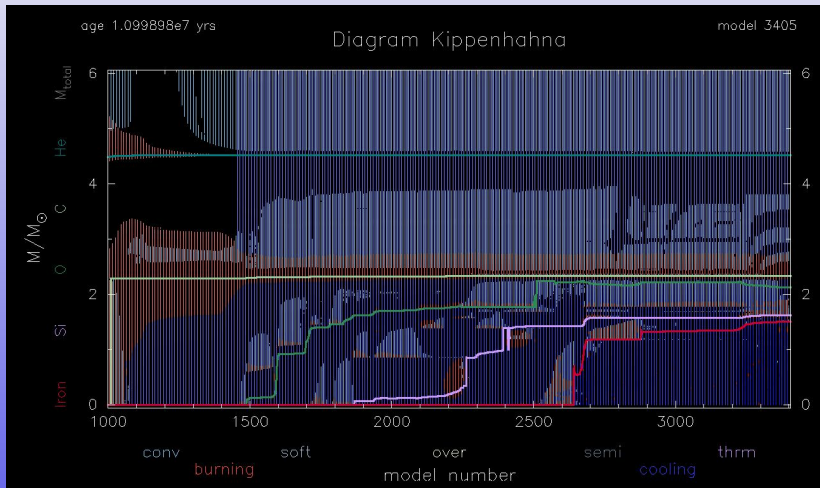
Typowo  $M_{Fe} = 1 \dots 2 M_{\odot}$ . Określenie „żelazo” jest skrótem myślowym:



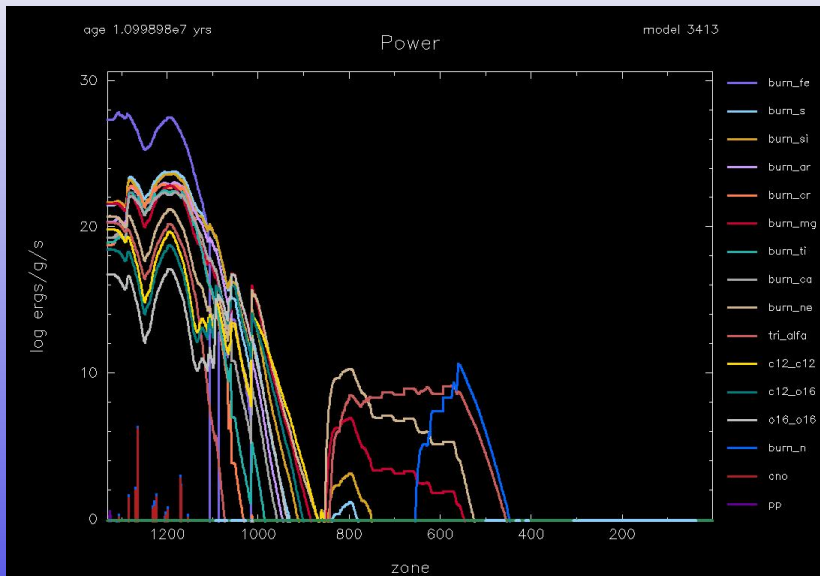




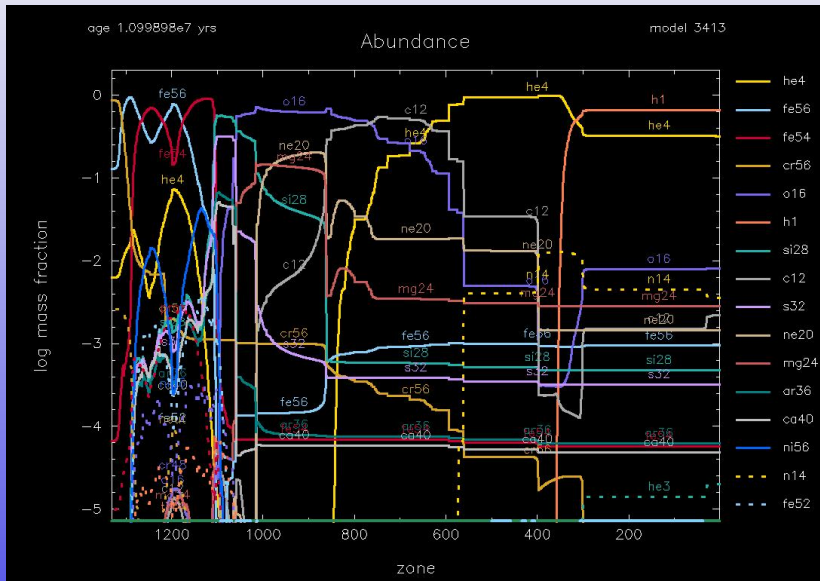
# Ewolucja gwiazdy o masie $16 M_{\odot}$



# Ewolucja gwiazdy o masie $16 M_{\odot}$



# Ewolucja gwiazdy o masie $16 M_{\odot}$

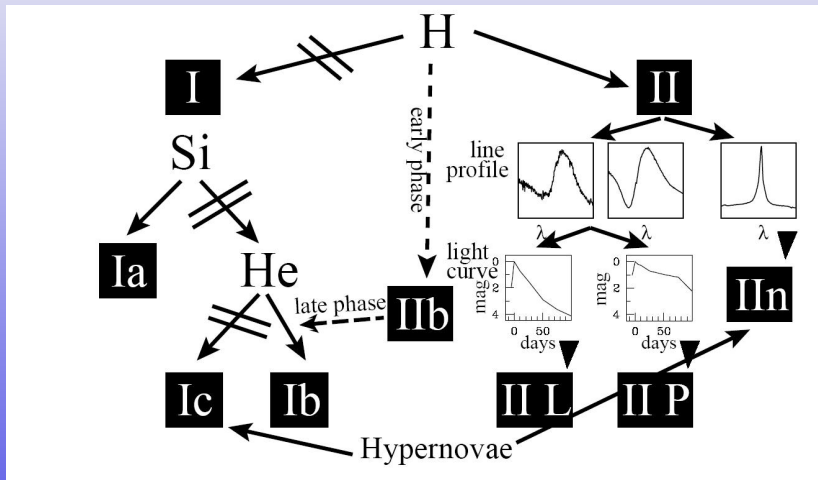


- 1 pojedyncze gwiazdy mało masywne kończą w postaci białego karła o masie  $M \lesssim M_{\odot}$ 
  - składającego się z He dla  $M \gtrsim 0.8M_{\odot}$
  - składającego się z mieszaniny C/O dla  $0.8M_{\odot} \lesssim M \lesssim 8M_{\odot}$
  - zbudowanego z ONeMg dla  $M \sim 8M_{\odot}$
- 2 jądro ONeMg gwiazdy o masie  $\sim 8M_{\odot}$  może skolapsować
- 3 gwiazdy masywne z  $M \gtrsim 10M_{\odot}$  wytwarzają w centrum jądro Fe o masie 1-2  $M_{\odot}$

- Izolowany biały karzeł o masie  $M < 1M_{\odot} \ll M_{Ch} \simeq 1.45M_{\odot}$  jest stabilny i bez czynników zewnętrznych stygnie aż stanie się w przyszłości *czarnym karłem*.
- Jądro Fe jest niestabilne grawitacyjnie i musi zapaść się, tworząc *gwiazdę neutronową* lub/i *czarną dziurę*.

# Klasyfikacja astronomiczna i astrofizyczna supernowych

Typ	Ia	Ib → Ic	IIb → II-L(P)
Definicja	Brak linii wodoru		Silne linie wodoru
Występowanie	Wszędzie	Ramiona spiralne, rejony powstawania gwiazd	
Częstość w Galaktyce	30% ~1/200 lat	10% ~1/500 lat	60% ~1/100 lat
Jasność absolutna	-20 <sup>m</sup> skalowalna	-17 <sup>m</sup> ...-18 <sup>m</sup> (-19.5 <sup>m</sup> )	-16 <sup>m</sup> ...-19 <sup>m</sup> (-20 <sup>m</sup> )
Widmo w maksimum	Absorbcja Si II na $\lambda 6355\text{\AA}$	Brak lub b. słabe Si II	Silna linia H $\alpha$
Późne widmo	emisja [FeII]	Wzbroniona emisja [OI] + [CaII]	
Pozostałość mgławicowa	Shell	Shell	Asymetryczna lub Plerion
Pozostałość zwarta	Brak	Gwiazda neutronowa lub czarna dziura	
Progenitor	Biały karzeł w ukł. podwójnym	Masywna gwiazda „obdar-ta” z H/He	Masywna gwiazda
Źródło świecenia	Rozpad $^{56}\text{Ni} \rightarrow 6 \text{ dni} \rightarrow ^{56}\text{Co} \rightarrow 77 \text{ dni} \rightarrow ^{56}\text{Fe}$		
Źródło energii	Synteza C/O → Fe	Strumień neutrin ?	
Mechanizm	Wybuch termojądrowy	Kolaps rdzenia Fe	

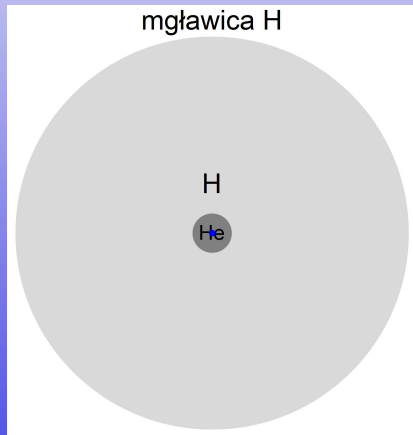




Pozornie skomplikowany schemat klasyfikacyjny można uporządkować zakładając, że:

- w centrum gwiazdy dochodzi do punktowej eksplozji wydzielającej dużą energię
- to co zobaczymy na niebie zależy przede wszystkim od struktury gwiazdy w obszarze bliskim jej powierzchni

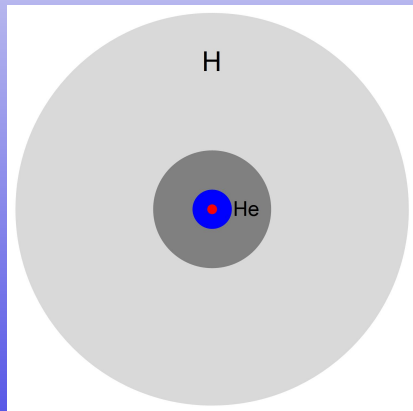
- typ IIn
- typ IIP
- typ IIL
- typ IIb
- typ Ib
- typ Ic



Pozornie skomplikowany schemat klasyfikacyjny można uporządkować zakładając, że:

- w centrum gwiazdy dochodzi do punktowej eksplozji wydzielającej dużą energię
- to co zobaczymy na niebie zależy przede wszystkim od struktury gwiazdy w obszarze bliskim jej powierzchni

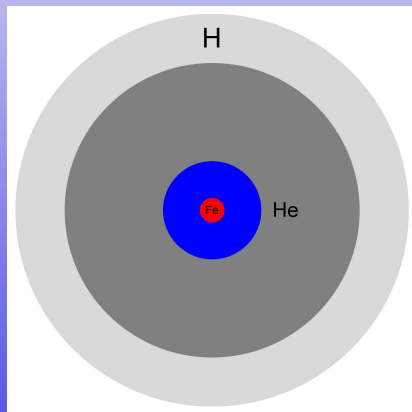
- typ IIn
- typ IIP
- typ IIL
- typ IIb
- typ Ib
- typ Ic



Pozornie skomplikowany schemat klasyfikacyjny można uporządkować zakładając, że:

- w centrum gwiazdy dochodzi do punktowej eksplozji wydzielającej dużą energię
- to co zobaczymy na niebie zależy przede wszystkim od struktury gwiazdy w obszarze bliskim jej powierzchni

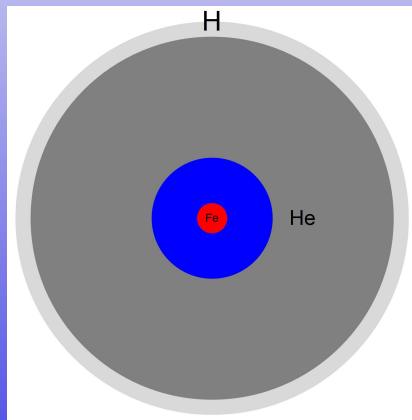
- typ IIn
- typ IIP
- **typ IIL**
- typ I Ib
- typ Ib
- typ Ic



Pozornie skomplikowany schemat klasyfikacyjny można uporządkować zakładając, że:

- w centrum gwiazdy dochodzi do punktowej eksplozji wydzielającej dużą energię
- to co zobaczymy na niebie zależy przede wszystkim od struktury gwiazdy w obszarze bliskim jej powierzchni

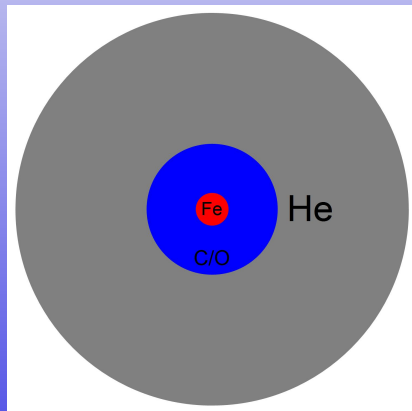
- typ IIn
- typ IIP
- typ IIL
- typ IIb
- typ Ib
- typ Ic



Pozornie skomplikowany schemat klasyfikacyjny można uporządkować zakładając, że:

- w centrum gwiazdy dochodzi do punktowej eksplozji wydzielającej dużą energię
- to co zobaczymy na niebie zależy przede wszystkim od struktury gwiazdy w obszarze bliskim jej powierzchni

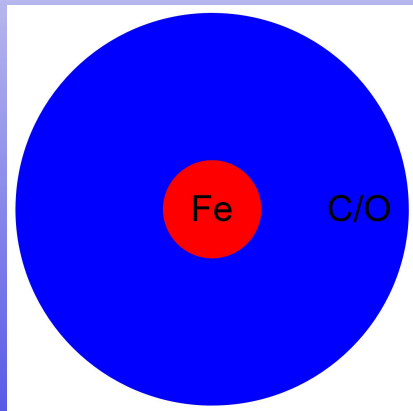
- typ IIn
- typ IIP
- typ IIL
- typ IIb
- typ Ib
- typ Ic



Pozornie skomplikowany schemat klasyfikacyjny można uporządkować zakładając, że:

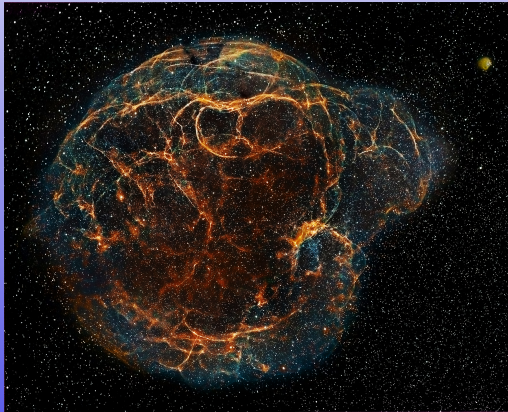
- w centrum gwiazdy dochodzi do punktowej eksplozji wydzielającej dużą energię
- to co zobaczymy na niebie zależy przede wszystkim od struktury gwiazdy w obszarze bliskim jej powierzchni

- typ IIn
- typ IIP
- typ IIL
- typ IIb
- typ Ib
- typ Ic



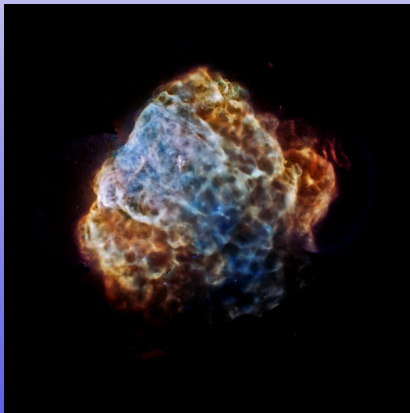
Podstawowe typy pozostałości po supernowych:

- sferyczna (ang. shell)
- asymetryczna
- plerion (mgławica pulsarowa)



Podstawowe typy pozostałości po supernowych:

- sferyczna (ang. shell)
- asymetryczna
- plerion (mgławica pulsarowa)





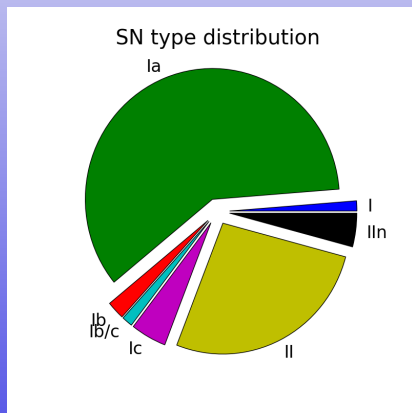
Podstawowe typy pozostałości po supernowych:

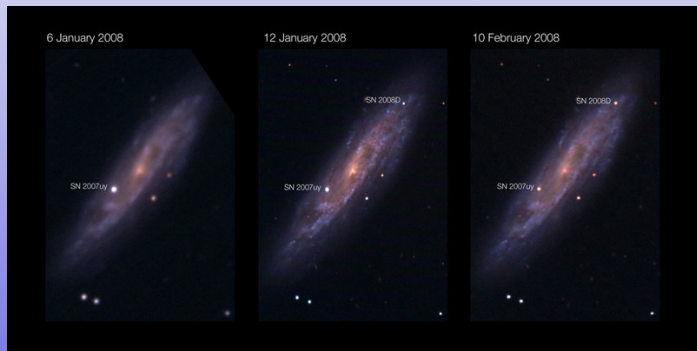
- sferyczna (ang. shell)
- asymetryczna
- plerion (mgławica pulsarowa)

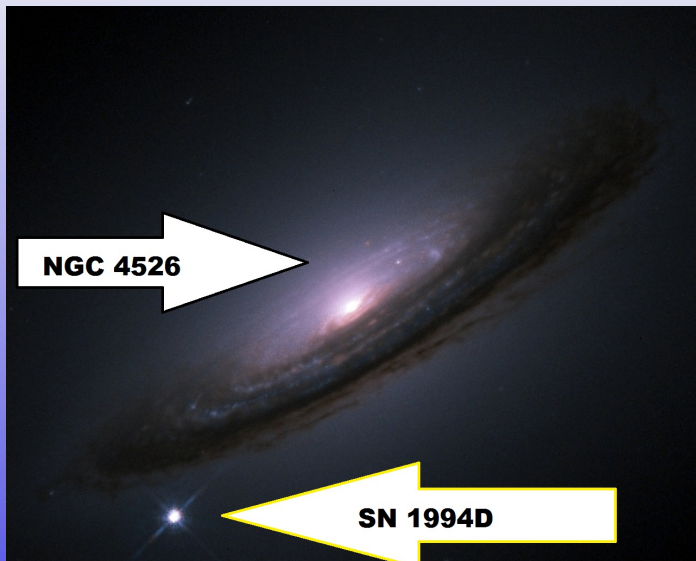


Częstość występowania supernowych jest powiązana z tempem produkcji gwiazd. Część z nich można łatwo przeoczyć. Dla przykładu:

- galaktyka M83: 6 supernowych przez ostatnich 100 lat
- galaktyka M31 (Andromeda): ostatnia w 1885 roku
- Galaktyka: ostatnia w 1604 roku !







Typ	Implozyjne	Termojądrowe
Typ	II, Ib/c, L-GRB	Ia
Źródło energii	grawitacyjna	termojądrowa
Energia eksplozji	$10^{51}$ erg	$10^{51}$ erg
Neutrino	$10^{53}$ ergs (99%)	$10^{49}$ ergs (1%)
Progenitor	Masywna gwiazda $M > 8M_{\odot}$	biały karzeł
Przykłady	SN1987A	SN2011fe
Pozostałość	Asymetryczna mgławica + gwiazda neutronowa lub czar- na dziura	Sferyczna mgławica

# Teoria supernowych implozyjnych (ang. core-collapse supernova)

- wyzwolona podczas kolapsu rdzenia Fe ( o masie  $\sim 1-2 M_{\odot}$  ) do rozmiaru gwiazdy neutronowej (  $R_{NS} \simeq 10 \text{ km}$  ) energia grawitacyjna

$$G \frac{M_{\odot}^2}{R_{NS}} \simeq 3 \times 10^{46} \text{ J} = 300 \text{ foe}$$

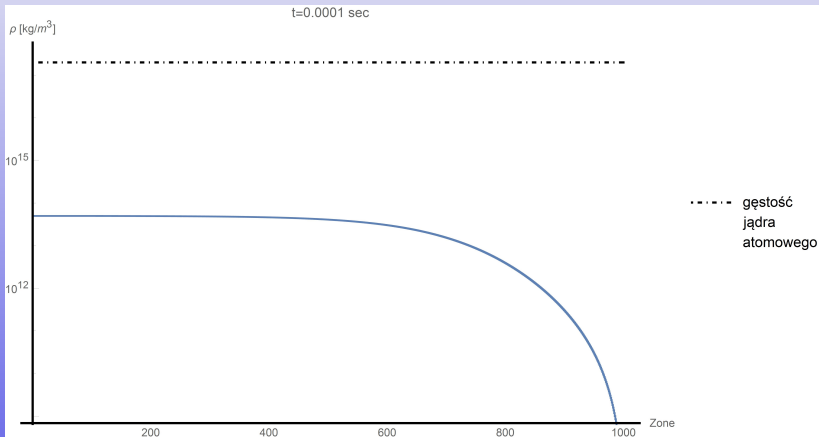
1 foe =  $10^{51}$  erg (fifty-one-ergs) = 1 B (Bethe)

- czas kolapsu jądra masie  $1 M_{\odot}$  i promieniu  $R_{Fe} \simeq 2000 \text{ km}$ , czyli średniej gęstości  $\bar{\rho} \simeq 6 \times 10^7 \text{ g/cm}^3$

$$\tau \simeq \frac{1}{\sqrt{G\bar{\rho}}} = 0.5 \text{ s}$$

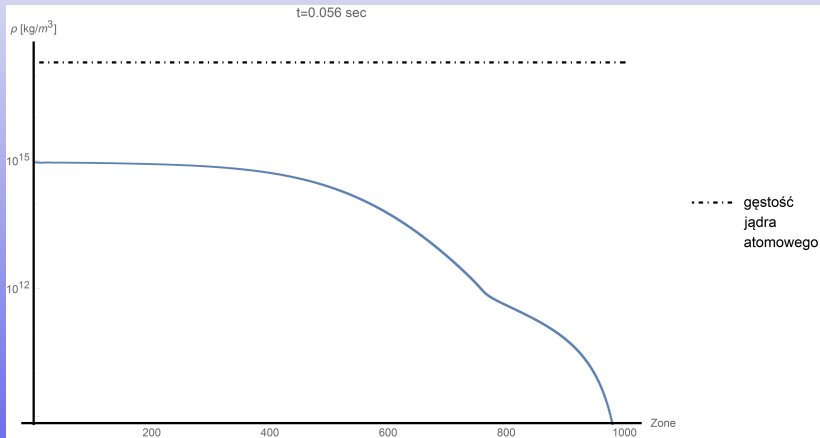
- obserwowana energia eksplozji (bez neutrin) to kilka foe
- sprawność mechanizmu supernowej (ang. supernova engine) na poziomie 1% jest wystarczająca do zniszczenia gwiazdy

# Przebieg kolapsu: obliczenia wykonane programem GR1D

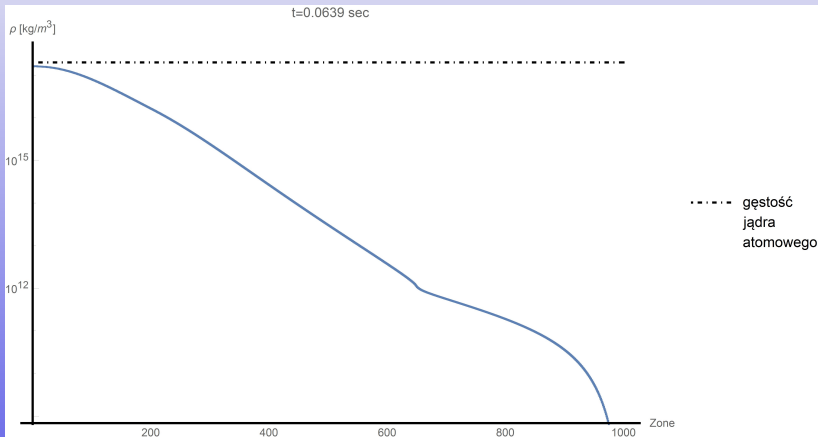




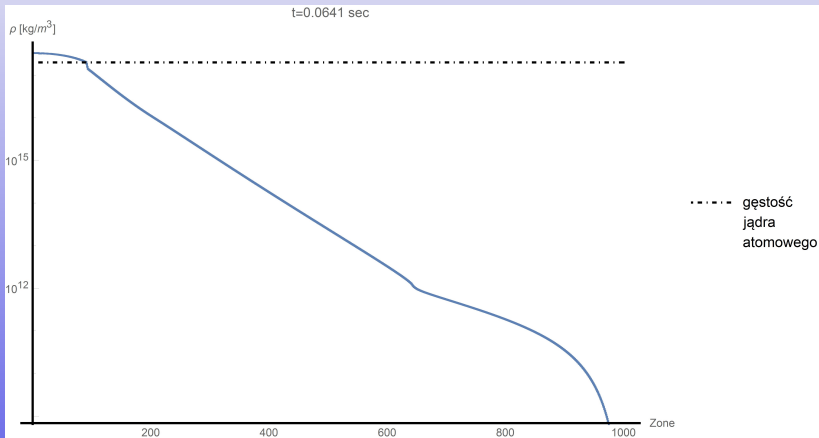
# Przebieg kolapsu: obliczenia wykonane programem GR1D



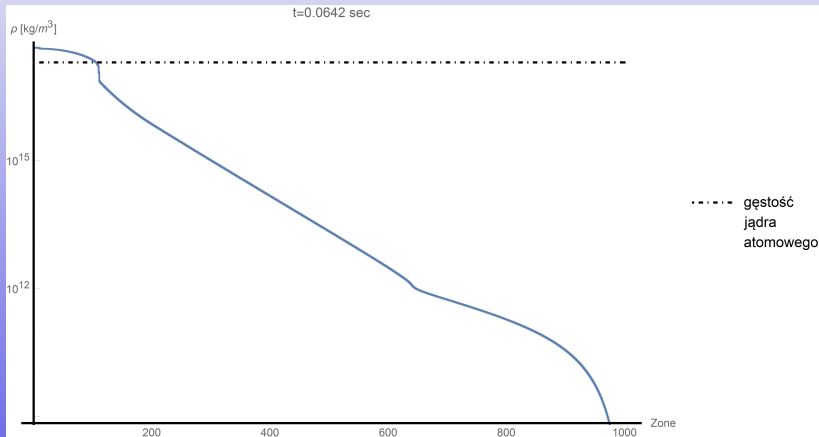
# Przebieg kolapsu: obliczenia wykonane programem GR1D



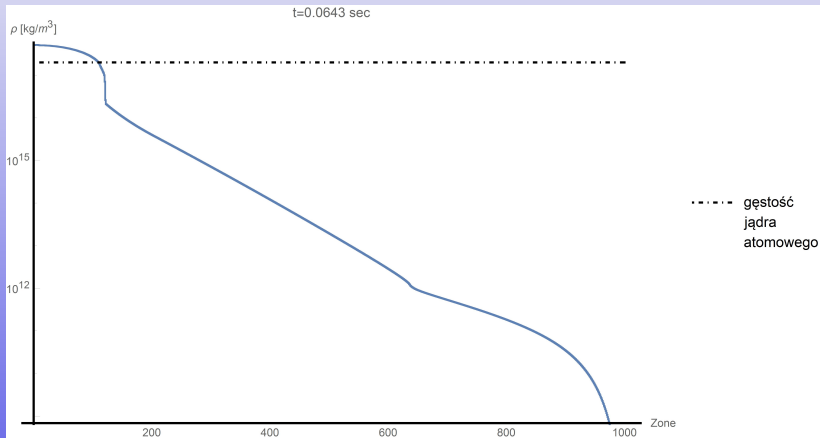
# Przebieg kolapsu: obliczenia wykonane programem GR1D



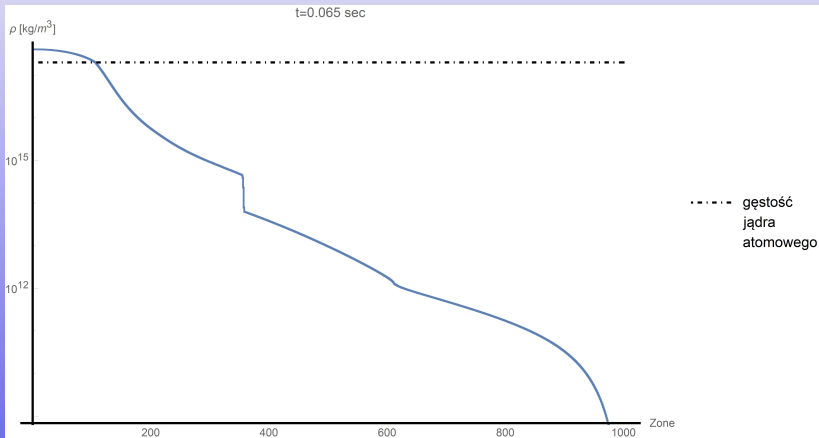
# Przebieg kolapsu: obliczenia wykonane programem GR1D



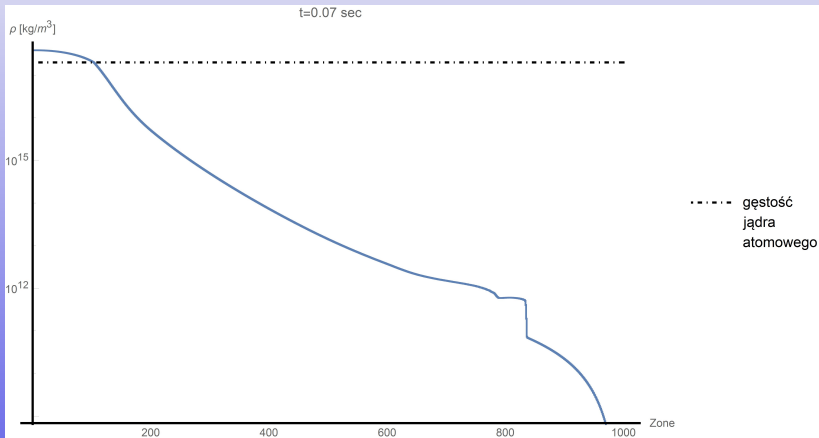
# Przebieg kolapsu: obliczenia wykonane programem GR1D

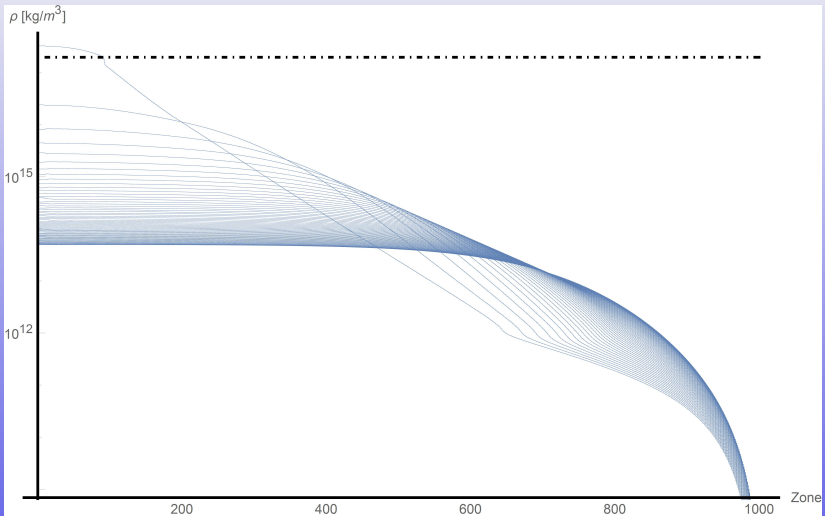


# Przebieg kolapsu: obliczenia wykonane programem GR1D

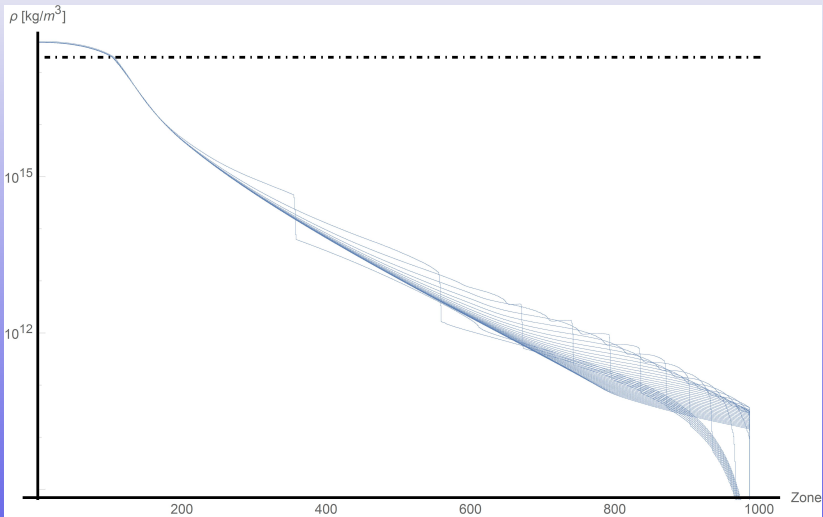


# Przebieg kolapsu: obliczenia wykonane programem GR1D

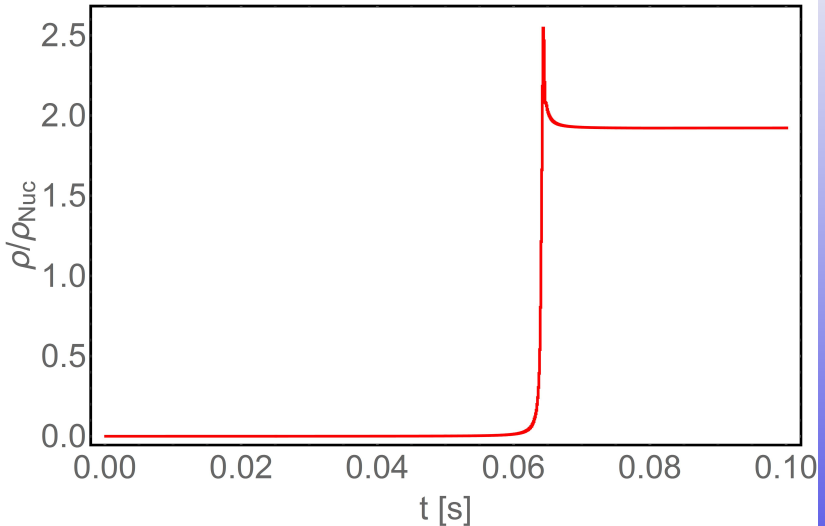


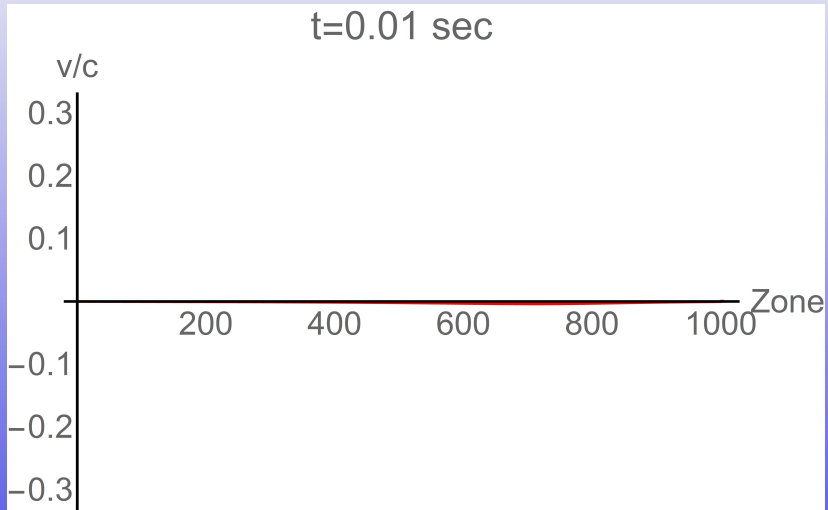


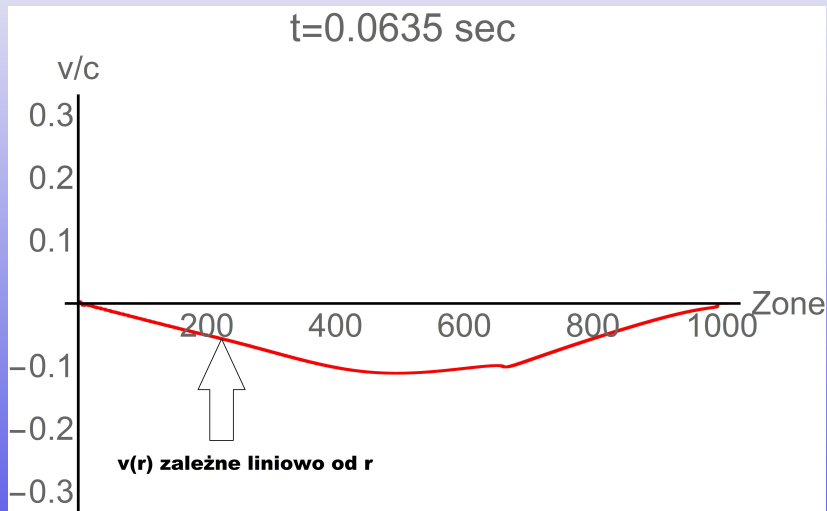


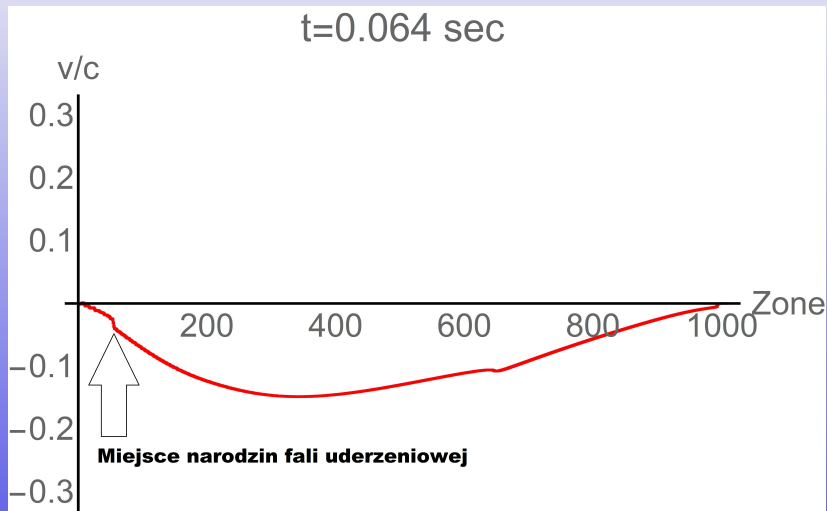


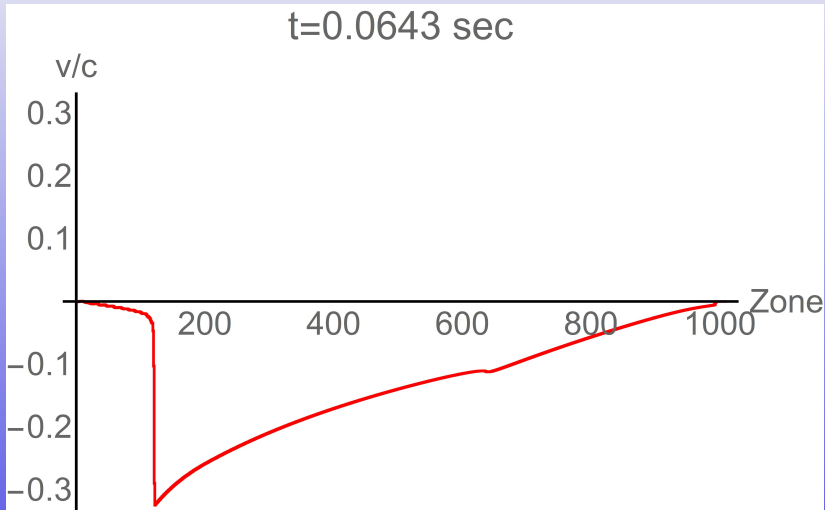
## Core bounce

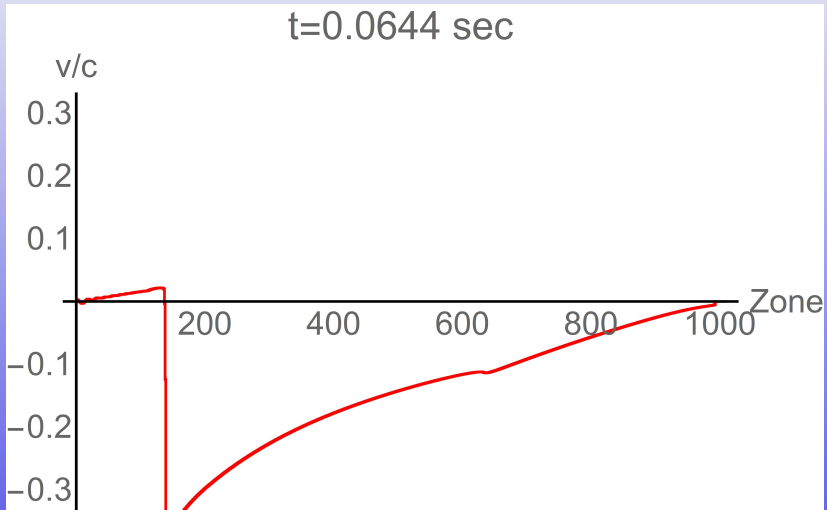


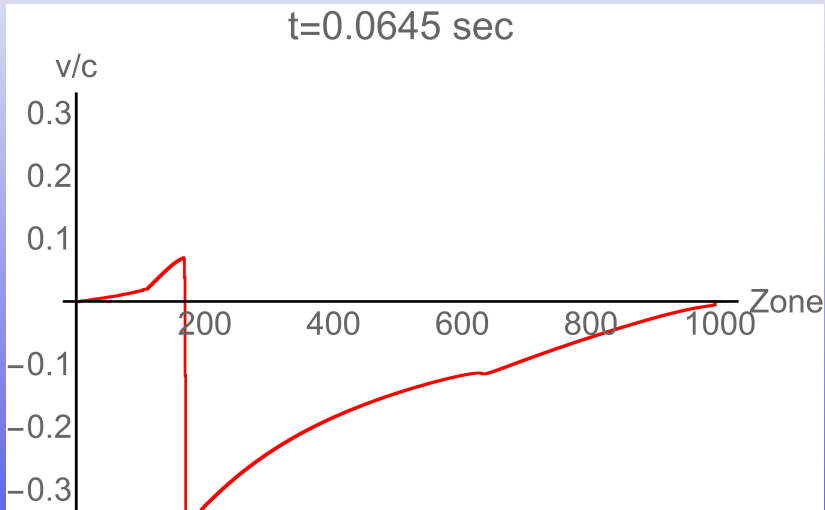




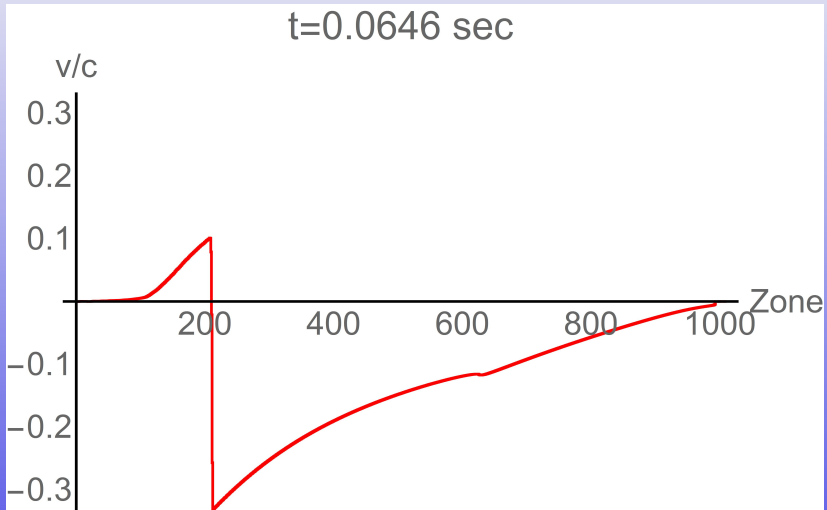


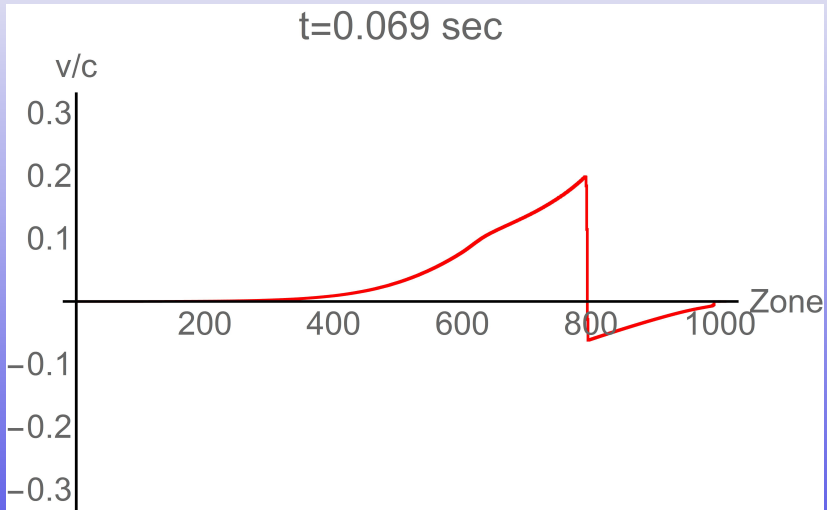










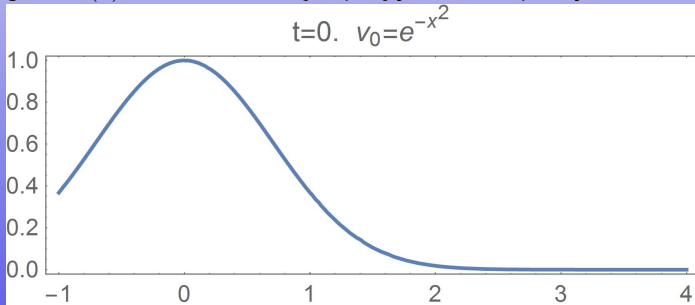


$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad v = v(x, t)$$

Rozwiązanie symboliczne  $v(x, t)$  w postaci uwikłanej to:

$$v = v_0(x - vt)$$

gdzie  $v_0(x)$  to dowolna funkcja opisująca warunki początkowe.



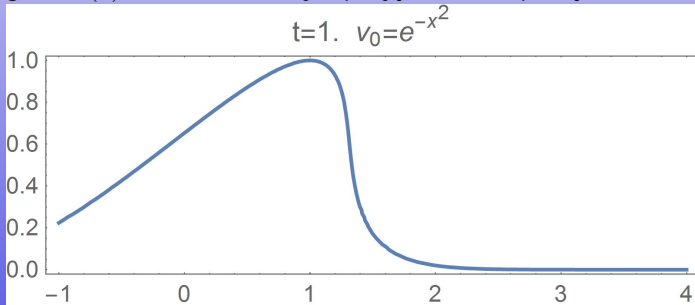
# Równanie Burgersa

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad v = v(x, t)$$

Rozwiązanie symboliczne  $v(x, t)$  w postaci uwikłanej to:

$$v = v_0(x - vt)$$

gdzie  $v_0(x)$  to dowolna funkcja opisująca warunki początkowe.



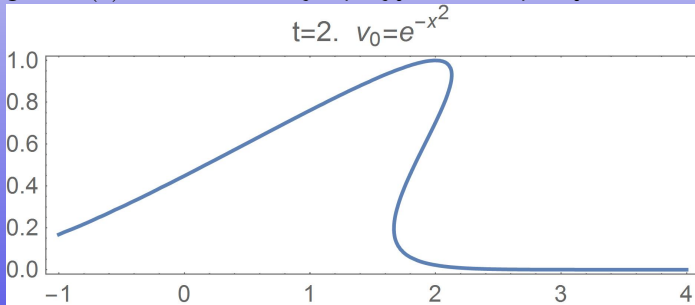
# Równanie Burgersa

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad v = v(x, t)$$

Rozwiązanie symboliczne  $v(x, t)$  w postaci uwikłanej to:

$$v = v_0(x - vt)$$

gdzie  $v_0(x)$  to dowolna funkcja opisująca warunki początkowe.



# Równanie Burgersa z lepkością

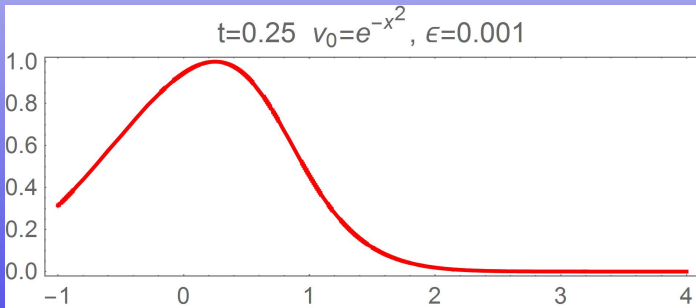
$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = \epsilon \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \quad v = v(x, t), \quad \epsilon \rightarrow 0$$

Transformacją Cole-Hopf  $v = -2\epsilon \frac{\partial \ln \phi}{\partial x}$  sprowadzamy je do równania dyfuzji

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \epsilon \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2},$$

co pozwala na podanie rozwiązania

$$\phi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\epsilon t}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-y)^2}{4\epsilon t} - \frac{1}{2\epsilon} \int_0^y v_0(z) dz} dy.$$



# Równanie Burgersa z lepkością

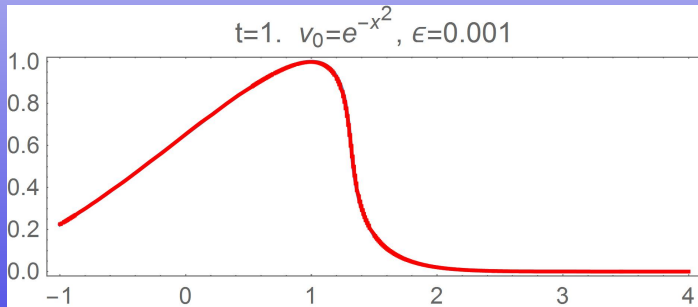
$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = \epsilon \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \quad v = v(x, t), \quad \epsilon \rightarrow 0$$

Transformacją Cole-Hopfa  $v = -2\epsilon \frac{\partial \ln \phi}{\partial x}$  sprowadzamy je do równania dyfuzji

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \epsilon \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2},$$

co pozwala na podanie rozwiązania

$$\phi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\epsilon t}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-y)^2}{4\epsilon t} - \frac{1}{2\epsilon} \int_0^y v_0(z) dz} dy.$$



# Równanie Burgersa z lepkością

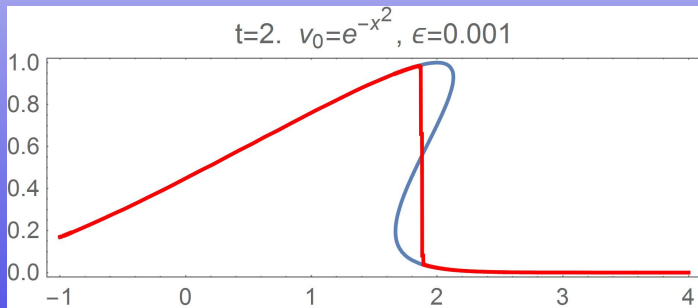
$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = \epsilon \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \quad v = v(x, t), \quad \epsilon \rightarrow 0$$

Transformacją Cole-Hopf  $v = -2\epsilon \frac{\partial \ln \phi}{\partial x}$  sprowadzamy je do równania dyfuzji

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \epsilon \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2},$$

co pozwala na podanie rozwiązania

$$\phi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\epsilon t}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-y)^2}{4\epsilon t} - \frac{1}{2\epsilon} \int_0^y v_0(z) dz} dy.$$





Użycie „sztucznej” lepkości (artificial viscosity) nie jest optymalnym sposobem operowania falami uderzeniowymi. Przepiszmy równania w postaci zawierającej wyłącznie wielkości zachowane

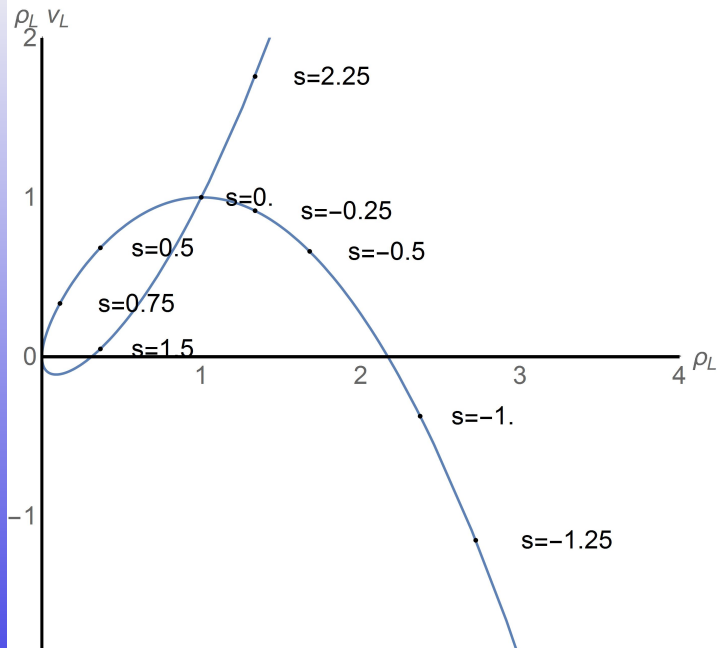
$$\begin{cases} \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho v^2 + P}{\partial x} = 0 & \text{zachowanie pędu} \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v}{\partial x} = 0 & \text{zachowanie masy} \end{cases}$$

Tylko w takiej postaci otrzymamy poprawną szybkość  $s$  frontu fali uderzeniowej. Wartości po lewej (L) i po prawej (R) stronie nieciągłości muszą spełniać prawa zachowania:

$$\begin{cases} (\rho_L - \rho_R)s = \rho_L v_L - \rho_R v_R \\ (\rho_L v_L - \rho_R v_R)s = \rho_L v_L^2 + P_L - \rho_R v_R^2 - P_R \end{cases}$$

Rozwiązanie układu w zależności od parametru  $s$  przy ustalonych np:  $\rho_R, v_R$  określa wartości  $\rho_L, v_L$  po przejściu nieciągłości.

# Hugoniot locus (warunki Rankine-Hugoniota)

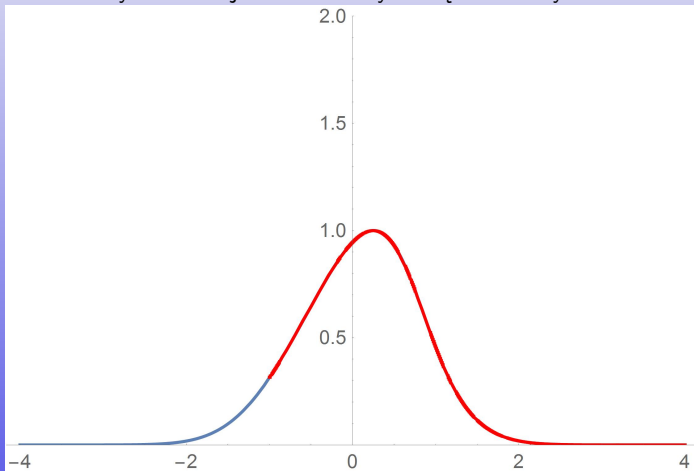


Co się stanie, gdy wartości po lewej i prawej stronie nieciągłości **nie spełniają** warunków Rankine'a-Hugoniota? Odpowiedź to rozwiązanie *problemu Riemanna*, które jest kombinacją:

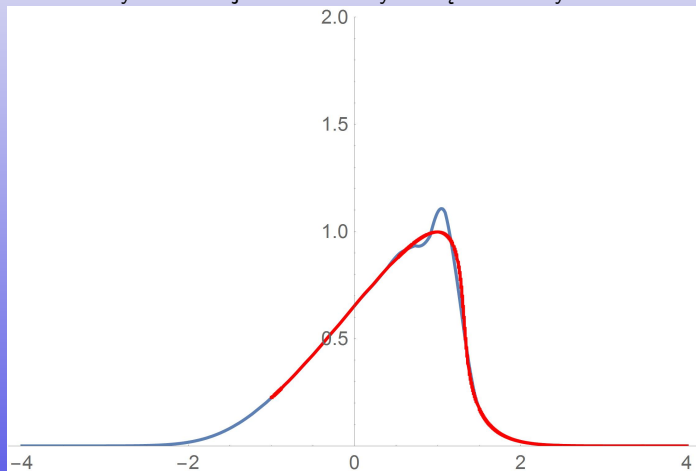
- fal uderzeniowych (ang. shock)
- samopodobnych fal rozrzedzenia (ang. rarefaction)
- nieciągłości kontaktowych

Rozwiązanie stosujemy dla fal uderzeniowych, które natrafiły na nieciągłość (np: granica H/He w gwiazdzie), oraz w metodach numerycznych typu Godunova.

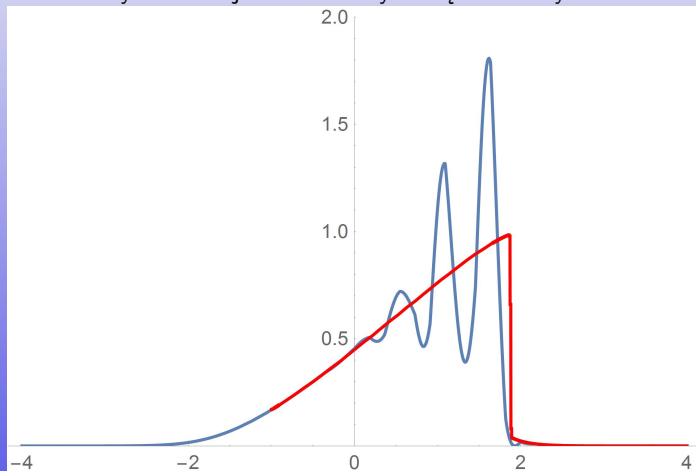
Zastosowanie naiwnych metod typu różnic skończonych w problemach z falami uderzeniowymi skutkuje katastrofalnymi błędami. Przykład z **NDSolve**:



Zastosowanie naiwnych metod typu różnic skończonych w problemach z falami uderzeniowymi skutkuje katastrofalnymi błędami. Przykład z **NDSolve**:



Zastosowanie naiwnych metod typu różnic skończonych w problemach z falami uderzeniowymi skutkuje katastrofalnymi błędami. Przykład z **NDSolve**:



Poprawna metoda oparta jest o *schemat Godunova*:

- 1 na granicy każdej z komórek rozwiązujemy problem Riemanna
- 2 rozwiązanie obliczamy do czasu  $\Delta t < t_{CFL}$ , tak aby pochodzące z sąsiadujących komórek fale nie nakładały się na siebie
- 3 uśredniamy wynik i wracamy do punktu 1

Krok czasowy nie może być większy niż  $\Delta t = \Delta x / c_s$ , gdzie  $\Delta x$  jest rozmiarem siatki, natomiast  $c_s$  maksimum prędkości dźwięku. Jest to *warunek CFL*.

W praktyce oznacza to, że potrzebujemy tyle samo kroków czasowych aby obliczyć 10 milionów lat ewolucji gwiazdy co obliczenie 1 sekundy działania „silnika” supernowej.

Animacja pokazująca podobny schemat: [YouTube]