

Dynamika przejść fazowych w czasie
powstawania gwiazdy neutronowej

Andrzej Odrzywołek

Rozdział 1

Wstęp

W wyniku kolapsu rdzenia masywnej gwiazdy, czego widocznym efektem jest eksplozja supernowej, powstaje gwiazda neutronowa. W początkowych kilku minutach swojego istnienia podlega ona bardzo gwałtownej ewolucji. Jest wtedy nazywana protogwiazdą neutronową. W jej wnętrzu zachodzą przemiany fazowe od stanu początkowego – materii takiej jaką znamy w jądrach atomów do stanu końcowego który jest przedmiotem wciąż intensywnych badań. Jedną z najczęściej badanych w ostatnich latach możliwości stanowi materia zawierająca kondensat kaonów. Stanowi ona najbardziej egzotyczny z rozważanych modeli gęstej, zimnej materii.¹ Po raz pierwszy taką możliwość rozważali Kaplan i Nelson w pracy [1]. Od tego czasu stała się tematem wielu prac w dziedzinie fizyki jądrowej i astrofizyki, głównie w kontekście zastosowania wyników w teorii gwiazd neutronowych.

Rozważane są również inne modele. Najbardziej zgodne z sensem słowa *materia neutronowa* zawierają głównie neutrony oraz protony, elektrony i przy uwięzieniu neutrino bez egzotycznych cząstek lub dodatkowo zawierające w sobie hiperony. Inne dopuszczają egzotyczne stany materii jak np. materia kwarkowa. Przegląd modeli i perspektywy obserwacyjnego rozstrzygnięcia jak rzeczywiście jest zbudowana (proto)gwiazda neutronowa można znaleźć w pracy [3]. Niestety, aby znacznie poszerzyć naszą wiedzę doświadczalną na ten temat potrzeba złapać moment narodzin gwiazdy neutronowej – wybuch bliskiej supernowej typu II co jest zjawiskiem bardzo rzadkim z punktu widzenia długości ludzkiego życia. Z obserwacji starych pulsarów w układach podwójnych jesteśmy w stanie wyznaczyć masę gwiazdy neutronowej. Śred-

¹Istnieją również prace na temat kondensacji kaonów w gorącej materii powstającej podczas zderzeń wysokiej energii

nia zmierzona w ten sposób masa wynosi około $1.5M_{\odot}$ co faworyzowałoby (ale nie potwierdzało jednoznacznie) modele z kondensatem kaonów lub materią kwarkową, które dają mniejszą masę maksymalną niż inne. Nie wiadomo jednak czy pulsary w układach podwójnych są reprezentatywne dla ogółu gwiazd neutronowych. Istnieją też inne argumenty obserwacyjne za równaniem stanu materii z kondensatem kaonów np. wynikające z danych na temat chłodzenia protogwiazd neutronowych. Niemniej jednak dane obserwacyjne i doświadczalne oraz argumenty teoretyczne nie są w stanie obecnie rozstrzygnąć który model jest poprawny lub odrzucić je wszystkie. Dlatego niezbędne są dalsze badania, które mogą odkryć nowe (najlepiej obserwowalne) efekty oraz uściślić modele w ramach, których istnieją duże niejednoznaczności czemu służy m.in. ta praca.

Celem pracy jest zbadanie jak deleptonizacja, która jest najważniejszym elementem ewolucji protogwiazdy neutronowej wpływa na przejście od materii normalnej do materii zawierającej kondensat. W naszej pracy badamy pojawienie się kondensatu kaonów parametryzując dynamiczną ewolucję protogwiazdy neutronowej zawartością liczby leptonowej elektronowej na barion Y_{Le} . W gorącej materii jądrowej neutrina są uwięzione na skutek rosnących z temperaturą przekrojów czynnych na reakcje neutrin z nukleonami. Czas charakterystyczny ustalania się równowagi chemicznej zachodzącej poprzez procesy słabe jest wiele rzędów wielkości mniejszy od czasu ewolucji gwiazdy co uzasadnia quasi-statyczny opis deleptonizacji. Jako jej moment początkowy należy przyjąć stan z $Y_{Le} = 0.32$, zawartością leptonów w materiale z którego zbudowany jest zapadający się rdzeń. Ewolucję można sparametryzować malejącą zawartością leptonowej Y_{Le} . Moment końcowy jest trudniejszy do zdefiniowania, ponieważ równocześnie z deleptonizacją gwiazda gwałtownie ochładza się i neutrina przestają być uwięzione² i tego rodzaju opis załamuje się – neutrina i elektrony rozdzielają się. Dotyczy to zwłaszcza warstw powierzchniowych bliskich neutrinofery, umownej powierzchni, z której neutrina uciekają swobodnie. Bliżej centrum, gdzie właśnie spodziewamy się istnienia kondensatu, przybliżenie to jest lepsze, ponieważ wyższe temperatury i gęstości tam panujące dłużej zachowują warunki w których następuje uwięzienie. Tego rodzaju model ma zastosowanie w pierwszej, najgwałtowniejszej fazie deleptonizacji, w której wyemitowane zostaje w postaci strumienia neutrin ok. 99% energii wyzwolonej w trakcie kolapsu rdzenia w

²Sytuacja bez uwięzienia neutrin i sytuacja z uwięzieniem dla $Y_{Le} = 0$ to nie to samo. Patrz np. str. 10.

czasie rzędu 1 sekundy.

Rozdział 2

Opis stanu podstawowego materii jądrowej z kondensatem kaonów

2.1 Założenia modelu i uwagi wstępne

Do określenia własności gęstej materii zostanie tu użyty model opisujący materię w temperaturze $T = 0K$. O ile w przypadku starej, ostygłej gwiazdy neutronowej założenie to nie budzi wątpliwości gdyż potencjały chemiczne są rzędu $100MeV$ a temperatury wnętrza gwiazdy o kilka rzędów wielkości mniejsze, to dla protogwiazdy neutronowej z uwięzionymi neutrinami wielkości te są porównywalne. Generalnie efekty pochodzące od temperatury są mniejsze niż te wywoływane przez uwięzienie neutrin i działają w tym samym kierunku na np. gęstość krytyczną kondensacji, a w niektórych przypadkach np. w formalizmie wymiany mezonów mogą być one porównywalne. Efekty temperaturowe są badane m.in. w pracy [3].

Właściwości materii jądrowej można uzyskać minimalizując gęstość energii układu cząstek przy uwzględnieniu warunków równowagi chemicznej ze względu na możliwe reakcje, zachowania liczby barionowej oraz neutralności ładunkowej. W sytuacji, w której neutrina nie mogą swobodnie opuścić gwiazdy neutronowej musi być również zachowana liczba leptonowa każdego rodzaju.

Gęstość energii materii jądrowej z kondensatem kaonów ma w najogólniejszej postaci następujące składniki mające dobrze określony sens fizyczny:

$$\begin{aligned} & \varepsilon(n_n, n_p, \theta, \mu_e, \mu_{\nu_e}, \mu_K, \mu_\mu, \mu_{\nu_\mu}) = \\ & \varepsilon_{F_n} + \varepsilon_{F_p} + \varepsilon_{F_e} + \varepsilon_{F_{\nu_e}} + \varepsilon_{F_\mu} + \varepsilon_{F_{\nu_\mu}} + \varepsilon_{int} + \varepsilon_{kaon} \end{aligned} \quad (2.1)$$

gdzie zmiennymi są: $n_n\theta$ – amplituda kondensatu kaonów oraz μ_i – potencjały chemiczne cząstek oznaczonych indeksem i . Poszczególne składniki powyższego wyrażenia to: ε_{F_i} – przyczynki od wypełnionych mórz Fermiego cząstek o indeksie i , ε_{Kaon} – energia kondensatu kaonów opisująca oddziaływania kaon-nucleon oraz ε_{int} – oddziaływanie nukleonów zawierające energię symetrii.

W następnych podrozdziałach opiszę poszczególne składniki z których można utworzyć dosyć ogólny opis materii jądrowej zawierającej kondensat kaonów, uwzględniający również uwięzienie neutrin.

2.2 Gęstość energii

2.2.1 Energia kinetyczna nukleonów

Omówię teraz dwa pierwsze składniki w (2.1) pochodzące od nieoddziaływujących nukleonów. Najprostsza możliwa sytuacja uwzględnia wyłącznie neutrony. Pęd Fermiego w zdegenerowanej materii o gęstości n wynosi:¹

$$p_F = (3\pi^2 n)^{1/3} \quad (2.2)$$

a energia Fermiego (potencjał chemiczny) w używanym tu nierelatywistycznym przybliżeniu dla nukleonów:

$$\mu = \frac{p_F^2}{2m_N} = \frac{(3\pi^2 n)^{2/3}}{2m_N} \quad (2.3)$$

gdzie m_N – masa neutronu.² Energia Fermiego przy gęstości saturacji jądrowej $n_0 = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ wynosi w tym przypadku - nazywanym *materią neutronową* (neutron matter) - $E_F^0 = 55.88 \text{ MeV}$. W modelach z energią symetrii jako zerowe przybliżenie wygodnie jest użyć materii o jednakowych ilościach protonów i neutronów nazywanej *materią jądrową* (nuclear matter). W tym

¹Wszystkie (o ile nie zostanie to wyraźnie zaznaczone inaczej) wyrażenia i obliczenia są dokonywane w układzie $\hbar = c = 1$ w którym stosuje się równoległe jednostki MeV oraz fm (femtometr) związane ze sobą wzorem:

$$1 \text{ MeV fm} = 197.33$$

²Zwykle pomija się różnicę mas protonu i neutronu traktując ją jako jedną – masę nukleonu

przypadku energia Fermiego protonów i neutronów przy gęstości saturacji wyraża się wzorem:

$$E_F^0 = \frac{(3 \pi^2 n_0/2)^{2/3}}{2 m_N} \quad (2.4)$$

i ma wartość $2^{2/3}$ razy mniejszą niż (2.3) dla $n = n_0$ czyli $E_F^0 = 36.885 \text{ MeV}$. W ogólnym przypadku materii jądrowej potencjały chemiczne protonów i neutronów są różne a wkład do gęstości energii od ich mórz Fermiego ma postać:

$$\varepsilon(n_n, n_p) = \frac{3}{5} n_n \frac{(3 \pi^2 n_n)^{2/3}}{2 m_N} + \frac{3}{5} n_p \frac{(3 \pi^2 n_p)^{2/3}}{2 m_N} \quad (2.5)$$

Przyjmując, że nie pojawiają się inne poza nukleonami cząstki niosące liczbę barionową można dokonać podstawienia:

$$n_p = x n_B \quad (2.6)$$

$$n_n = (1 - x) n_B \quad (2.7)$$

$$n_B = u n_0 \quad (2.8)$$

gdzie x jest zawartością protonów, n_B jest gęstością barionów a u gęstością barionów wyrażoną w gęstościach saturacji. Gęstość energii przyjmuje postać:

$$\varepsilon(u, x) = \frac{3}{5} E_F^0 n_0 u^{5/3} (x^{5/3} + (1 - x)^{5/3}) \quad (2.9)$$

gdzie E_F^0 odpowiada materii czysto neutronowej (2.3). Przy niezerowej zawartości protonów niezbędne są dla zachowania neutralności cząstki o ujemnym ładunku³. Wyrażenie (2.9) na energię jest zapisywane również w postaci równoważnej aproksymacji wygodnej w użyciu gdy uwzględnia się energię symetrii:

$$\varepsilon(u, x) = \frac{3}{5} E_F^0 n_0 u^{5/3} + u n_0 (1 - 2x)^2 S(u) \quad (2.10)$$

gdzie:

$$S(u) = \frac{3}{5} (2^{2/3} - 1) E_F^0 u^{2/3} \quad (2.11)$$

jest energią symetrii dla nukleonów nieoddziałujących a E_F^0 jest wzięte dla *materii jądrowej* (2.4) o $x = 1/2$. W ogólnym przypadku $S(u)$ ma inną postać, zależną od modelu oddziaływań.

³Czyli przede wszystkim elektrony i kaony, a w dalszej kolejności także miony

2.2.2 Składniki kinetyczne pochodzące od leptonów

Składnik ε_{F_e} energii elektronów oblicza się zakładając, że są one cząstkami bezmasowymi⁴ wypełniającymi morze Fermiego, co daje gęstość cząstek:

$$n_e = \frac{\mu_e^3}{3\pi^2} \quad (2.12)$$

oraz gęstość energii

$$\varepsilon_{F_e} = \frac{\mu_e^4}{4\pi^2} \quad (2.13)$$

Podobnie wygląda wyrażenie dla neutrin elektronowych. Różnica pochodzi od różnej degeneracji, równej dwa dla elektronów i jeden dla neutrin.⁵ Jak widać odpowiednie wyrażenia dla neutrin są pomniejszone dwukrotnie.

$$n_{\nu_e} = \frac{\mu_{\nu_e}^3}{6\pi^2} \quad (2.14)$$

$$\varepsilon_{F_{\nu_e}} = \frac{\mu_{\nu_e}^4}{8\pi^2} \quad (2.15)$$

Uogólnienie na pozostałe rodziny leptonowe jest oczywiste dla neutrin. Wyrażenia powyższe różni się tylko zamianą odpowiednich indeksów. Z mionami sprawa jest nieco bardziej skomplikowana ze względu na ich duże masy. Gęstość energii mionów trzeba obliczać używając relatywistycznego związku pomiędzy energią a pędem w wyniku czego powstaje dosyć skomplikowane wyrażenie. Nie pojawiają się one dopóki różnica potencjałów chemicznych protonów i neutronów nie stanie się odpowiednio duża – większa od masy mionu $m_\mu = 105.7 \text{ MeV}$.

2.2.3 Energia symetrii

Oddziaływanie nukleonów można opisać przy pomocy wyrażenia na gęstość energii

$$\varepsilon_{int} = n_B V_0 + n_B (1 - 2x)^2 V_2(n_B) \quad (2.16)$$

gdzie funkcje V_0 oraz V_2 aproksymują wyniki realistycznych obliczeń dla materii jądrowej. Występują tu duże rozbieżności w zależności od zastosowanego podejścia do problemu. Różnice te mają charakter nie tylko ilościowy

⁴Bo zwykle $\mu_e \gg m_e = 0.511 \text{ MeV}$

⁵Dwa stany spinowe elektronu i jeden dla neutrina. Po odwróceniu skrętności neutrina otrzymujemy antyneutrino

ale również jakościowy. Np. w pracach [3] potencjał V_2 stale rośnie ze wzrostem n_B , natomiast w pracy [5] maleje osiągając w jednym z modeli duże wartości ujemne. Szczegóły zostaną omówione w rozdziale 4.1

2.2.4 Energia kondensatu kaonów

Wkład do gęstości energii pochodzący od kondensatu kaonów można obliczyć korzystając z formalizmu chiralnego Kaplana–Nelsona. Wyprowadzenie można znaleźć np. w pracy [4]. Wyrażenie to ma postać:

$$\varepsilon_{kaon} = (\cos \theta - 1)(n_B x \Sigma_{Kp} + n_B (1 - x) \Sigma_{Kn} - f^2 m_K^2) + \frac{\mu^2 f^2 \sin(\theta)^2}{2} \quad (2.17)$$

Występujące tu stałe $m_K = 493,7 \text{ MeV}$ i $f = 93 \text{ MeV}$ to masa kaonu i stała rozpadu pionu. Stałe Σ_{Kp} i Σ_{Kn} określają sprzężenie kaonu z nukleonem. Ich wartości liczbowe są na tyle słabo znane, że można traktować je jak jedną stałą Σ_{KN} – sprzężenie kaonu z nukleonem. Jej wartość mieści się w granicach $168 - 520 \text{ MeV}$. Zamiennie, w zależności od sposobu wyprowadzenia wzoru (2.17) zamiast stałej Σ_{KN} używa się stałej $a_3 m_s$. Są one związane ze sobą w następujący sposób:⁶

$$\Sigma_{KN} = -\frac{1}{2} (a_1 m_s + 2 a_2 m_s + 4 a_3 m_s) \quad (2.18)$$

gdzie $a_1 m_s = -67 \text{ MeV}$, $a_2 m_s = 134 \text{ MeV}$. Gęstość kaonów można opisać [3] wzorem:

$$n_K = \mu_K f^2 \sin(\theta)^2 + n_B \left(\frac{1}{2} x + \frac{1}{2} \right) (1 - \cos(\theta)) \quad (2.19)$$

2.3 Zachowane liczby kwantowe i równowaga chemiczna

W rozważanym tu przypadku energię należy minimalizować z następującymi warunkami:

- zachowanie liczby barionowej
- zachowanie neutralności ładunkowej

⁶Wartości liczbowe są w przypisie na str. 13.

- zachowanie liczb leptonowych każdego rodzaju⁷
- równowaga chemiczna ze względu na zachodzące reakcje

W poniższych podrozdziałach opiszę szczegółowo te warunki w sytuacji bez uwięzienia i z uwięzionymi neutrinami.

2.3.1 Zachowane liczby kwantowe

Po pierwsze zachowanie liczby barionowej⁸:

$$n_n + n_p = n_B \quad (2.20)$$

Gęstość liczby barionowej jest tu parametrem. Żąda się aby gęstość energii przyjmowała minimum względem pozostałych zmiennych przy zadanej wartości n_B . Warunek (2.20) jest automatycznie spełniony gdy zamiast gęstości protonów i neutronów używa się parametryzacji (2.6, 2.7, 2.8). Zachowanie ładunku wymaga, aby gęstości cząstek niosących ładunek dodatni⁹ równoważyły sumę gęstości cząstek o ładunku ujemnym¹⁰:

$$n_p = n_e + n_{K^-} + n_\mu \quad (2.21)$$

Warunek ten można uwzględnić minimalizując zamiast gęstości energii następującą funkcję:

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - \mu (n_p - n_e - n_{K^-} - n_\mu) \quad (2.22)$$

gdzie μ jest mnożnikiem Lagrange¹¹. Przy uwięzieniu neutrin są zachowane liczby leptonowe:

$$x_e + Y_{Le\nu_e} = Y_{Le_e} \quad (2.23)$$

$$x_\mu + Y_{Le\nu_\mu} = Y_{Le_\mu} \quad (2.24)$$

$$x_\tau + Y_{Le\nu_\tau} = Y_{Le_\tau} \quad (2.25)$$

⁷Przy uwięzieniu neutrin. Gdy mogą one swobodnie opuścić materię jądrową ten warunek nie jest uwzględniany

⁸Nie uwzględnione są tu żadne inne bariony poza nukleonami

⁹W tym przypadku wyłącznie protonów

¹⁰Elektronów, kaonów i mionów

¹¹Którym może być potencjał chemiczny kaonów

gdzie $x_i \equiv n_e/n_B$ jest gęstością cząstek na barion a Y_{Le_i} liczbą leptonową niesioną przez cząstki i na barion. W procesie powstania gwiazdy neutronowej początkowo w przybliżeniu $Y_{Le_e} = 0.32$, która to wartość wynika z modelu ewolucji gwiazdy kończącej swoją ewolucję w stadium gwiazdy neutronowej. Pozostałe liczby leptonowe $Y_{Le_\mu} = 0$ oraz $Y_{Le_\tau} = 0$ ze względu na brak odpowiednich leptonów w stanie początkowym. Najistotniejszy jest warunek na zachowanie liczby leptonowej elektronowej ze względu na obecność elektronów w materii z której powstaje gwiazda neutronowa i niewielką w porównaniu z typowymi potencjałami chemicznymi ich masę. Przy wysokich potencjałach chemicznych pojawia się niewielka ilość leptonów mionowych i w bardzo dokładnych modelach uwzględnia się ich obecność.

2.3.2 Równowaga chemiczna

W materii jądrowej musi zachodzić równowaga chemiczna ze względu na reakcje:

$$n \longleftrightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e \quad (2.26)$$

$$n \longleftrightarrow p^+ + K^- \quad (2.27)$$

$$n \longleftrightarrow p^+ + \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (2.28)$$

co pociąga za sobą warunki na potencjały chemiczne:

$$\mu_n - \mu_p = \mu_e - \mu_{\nu_e} \quad (2.29)$$

$$\mu_n - \mu_p = \mu_\mu - \mu_{\nu_\mu} \quad (2.30)$$

$$\mu_n - \mu_p = \mu_K \quad (2.31)$$

W przypadku bez uwięzienia neutrin $\mu_{\nu_e} = 0$ i $\mu_{\nu_\mu} = 0$ a liczby leptonowe nie są zachowane. Równowaga chemiczna sprowadza się wtedy po prostu do:

$$\begin{aligned} \mu_n - \mu_p &= \mu_e = \mu_\mu = \mu_K \\ \mu &\equiv \mu_K = \mu_e = \mu_\mu \end{aligned} \quad (2.32)$$

Pozostaje tutaj jeden wspólny potencjał chemiczny cząstek ujemnych oznaczony przez μ bez indeksu.

Rozdział 3

Prosty model materii jądrowej z kondensatem kaonów

3.1 Gęstość energii

Najprostszy model uwzględniający podstawowe efekty związane z kondensacją kaonów w materii jądrowej daje gęstość energii którą można zapisać w postaci [2]:

$$\varepsilon(u, x, \theta, \mu_e, \mu_K) = \varepsilon_{F_n} + \varepsilon_{F_p} + \varepsilon_{F_e} + \varepsilon_{Kaon} \quad (3.1)$$

gdzie:

$$\varepsilon_{F_n} + \varepsilon_{F_p} = \frac{3}{5} E_F^0 n_0 u^{5/3} (x^{5/3} + (1-x)^{5/3}) \quad (3.2)$$

$$\varepsilon_{F_e} = \frac{\mu_e^4}{4\pi^2} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{Kaon} = & (\cos(\theta) - 1) (n_B x \Sigma_{Kp} \\ & + n_B (1-x) \Sigma_{Kn} - f^2 m_K^2) \\ & + \frac{1}{2} \mu^2 f^2 \sin(\theta)^2 \end{aligned} \quad (3.4)$$

3.2 Sytuacja w której neutrina nie są uwięzione

3.2.1 Ekstremalizowana gęstość energii

Aby uzyskać stan podstawowy tak opisanej materii jądrowej należy energię (3.1) ekstremalizować przy zachowanej neutralności elektrycznej.¹ Można to osiągnąć minimalizując wyrażenie (2.22) pomijając miony:

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - \mu_K (n_K + n_e - n_p) \quad (3.5)$$

Uwzględniając (2.6),(2.12),(2.19) otrzymujemy ostateczną postać funkcji która będzie ekstremalizowana.:

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon}(u, x, \theta, \mu) = & \frac{3}{5} E_F^0 \rho_0 u^{5/3} (x^{5/3} + (1-x)^{5/3}) \\ & + \frac{\mu^4}{4 \pi^2} \\ & + \mu \left(n_B x - \frac{\mu^3}{3 \pi^2} \right) \\ & + (\cos(\theta) - 1) (n_B x \Sigma_{KN} + n_B (1-x) \Sigma_{KN} \\ & - f^2 m_K^2 + \mu n_B \left(\frac{1}{2} x + \frac{1}{2} \right)) \\ & - \frac{1}{2} \mu^2 f^2 \sin^2(\theta) \end{aligned} \quad (3.6)$$

Zostały tu zamienione zmienne $\mu = \mu_e$. Minimalizacji dokonuje się względem zmiennych $x(u)$, $\theta(u)$, $\mu(u)$, natomiast $u = n_B/n_0$ jest parametrem. Obliczenia polegają na numerycznym rozwiązaniu następującego układu równań:

$$\left\{ \frac{\partial \tilde{\varepsilon}(x, \mu, \theta)}{\partial \theta} = 0, \frac{\partial \tilde{\varepsilon}(x, \mu, \theta)}{\partial x} = 0, \frac{\partial \tilde{\varepsilon}(x, \mu, \theta)}{\partial \mu} = 0 \right\} \quad (3.7)$$

3.2.2 Wyniki obliczeń numerycznych

Bezpośrednim efektem obliczeń są funkcje $x(u)$, $\theta(u)$, $\mu(u)$, z których można obliczyć łatwo $n_e(u)$, $n_K(u)$ i wszystkie inne wielkości fizyczne charakteryzujące materię jądrową w tym równanie stanu. Próg na kondensację kaonów definiuje się jako najmniejszą wartość u dla której

¹Liczba leptonowa nie musi być zachowana gdy neutrina uciekają swobodnie. Zachowanie liczby barionowej jest przez wyrażenie (3.2) uwzględnione automatycznie

amplituda kondensatu nie znika: $0 < \theta(u)$. Obliczenia zostały przeprowadzone w zakresie gęstości u od 0 do 10 dla trzech wartości, tak dobranych aby uwzględnić wartości skrajne (maksymalną i minimalną) oraz średnią: $\Sigma_{KN} = (168 \text{ MeV}, 344 \text{ MeV}, 520 \text{ MeV})$.² Większa wartość Σ_{KN} , czyli zgodnie z (2.18) bardziej ujemna wartość $a_3 m_s$ odpowiada silniejszym oddziaływaniom kaonów z nukleonami, co daje kondensację przy mniejszej gęstości i większą amplitudę kondensatu jak widać na rys. 3.1 ze str. 14. Zarówno amplituda kondensatu jak i zawartość protonów (rys. 3.2 na str. 15) mają tendencję dążenia do pewnej, zależnej od Σ_{KN} wartości asymptotycznej. Jest zachowanie typowe dla braku (czyli wyników tego rozdziału) lub stale rosnącej energii symetrii. Potencjał chemiczny cząstek ujemnych (kaonów i elektronów) pokazany na rys. 3.3 str. 16 dla silniejszych sprzężeń osiąga duże (poniżej -100 MeV) wartości ujemne, co oznacza możliwość produkcji mionów. Wpływ ich okazuje się jednak niewielki [4, 6]. Ujemne potencjały chemiczne oznaczają tutaj obecność pozytonów, których dla dużego Σ_{KN} może być znaczna ilość, co widać na rys. 3.4 str. 17. Przy uwięzieniu neutrin sytuacja jest inna. Porównaj z rys. 3.9 ze str. 24.

3.3 Z uwięzieniem neutrin

3.3.1 Zachowanie liczby leptonowej w gęstej materii

Najprostszy model kondensacji kaonów z uwięzionymi neutrinami można opisać gęstością energii następującej postaci:

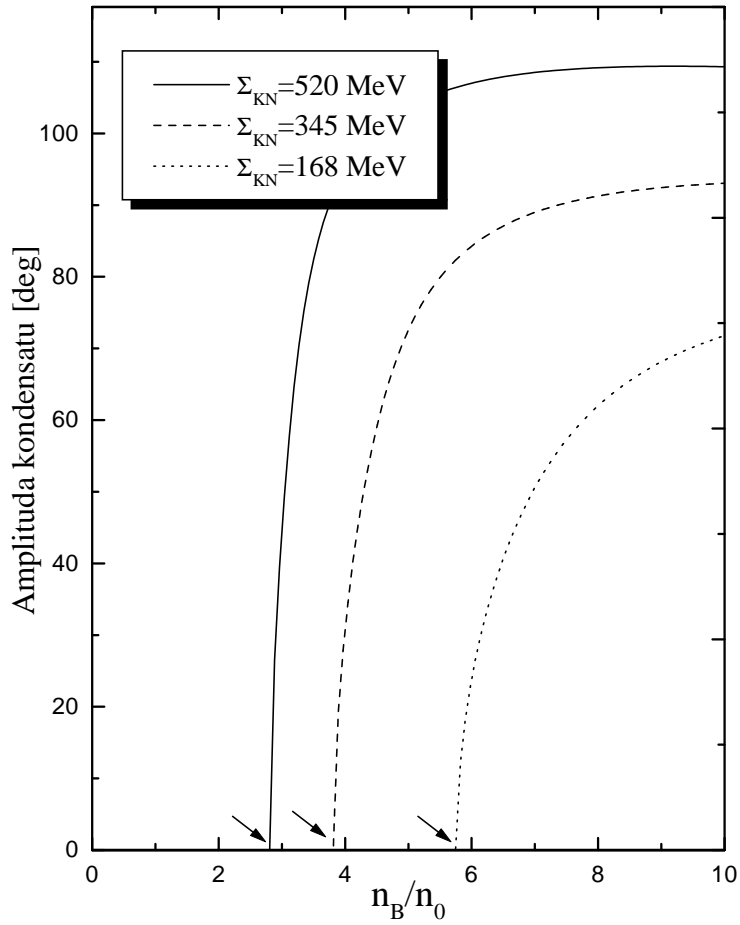
$$\varepsilon(Y_{Le}, n_B, x, \theta, \mu_e, \mu_{\nu_e}, \mu_K) = \varepsilon_{F_n} + \varepsilon_{F_p} + \varepsilon_{F_e} + \varepsilon_{Kaon} + \varepsilon_{F_{\nu_e}} \quad (3.8)$$

gdzie *explicite* zostało zaznaczone, że dodatkowym oprócz n_B parametrem jest w tym przypadku zawartość liczby leptonowej elektronowej na barion Y_{Le} . Muszą być tu spełnione zasady zachowania ładunku (3.5) i liczby leptonowej (2.23) oraz zostać zachowana równowaga chemiczna (2.29,2.31). Neutralność elektryczną zapewnia minimalizowanie wyrażenia analogicznego do (2.22):

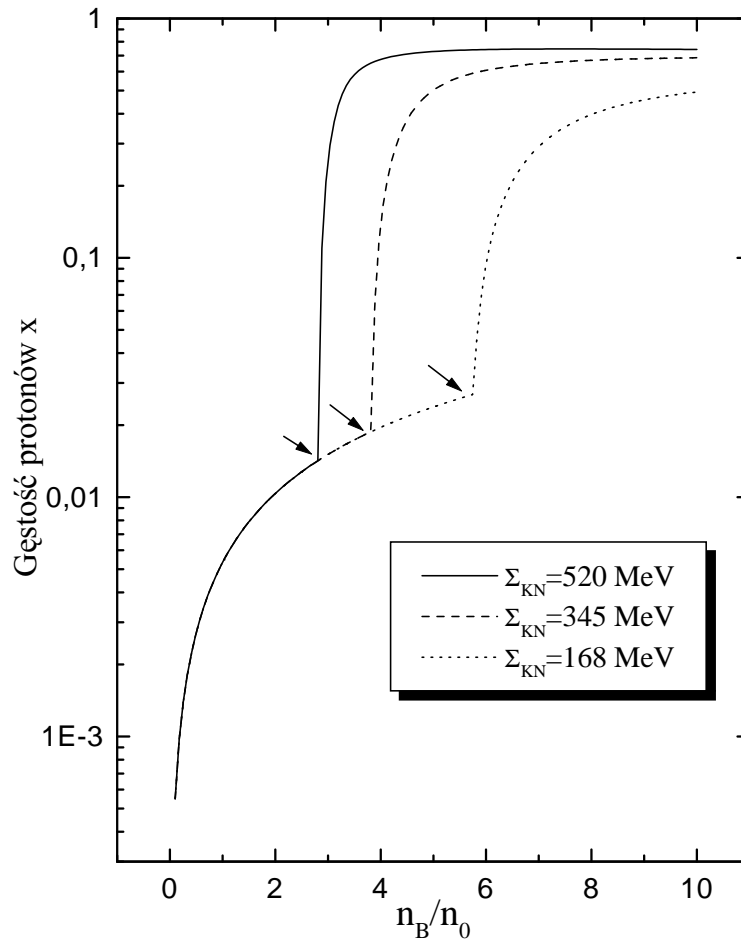
$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - \mu(n_p - n_e - n_{K^-}) \quad (3.9)$$

Zachowanie liczby leptonowej elektronowej i równowagę chemiczną (2.29,2.31) można uzyskać w następujący sposób. Wyrażenia (2.29) i (2.31) odejmujemy

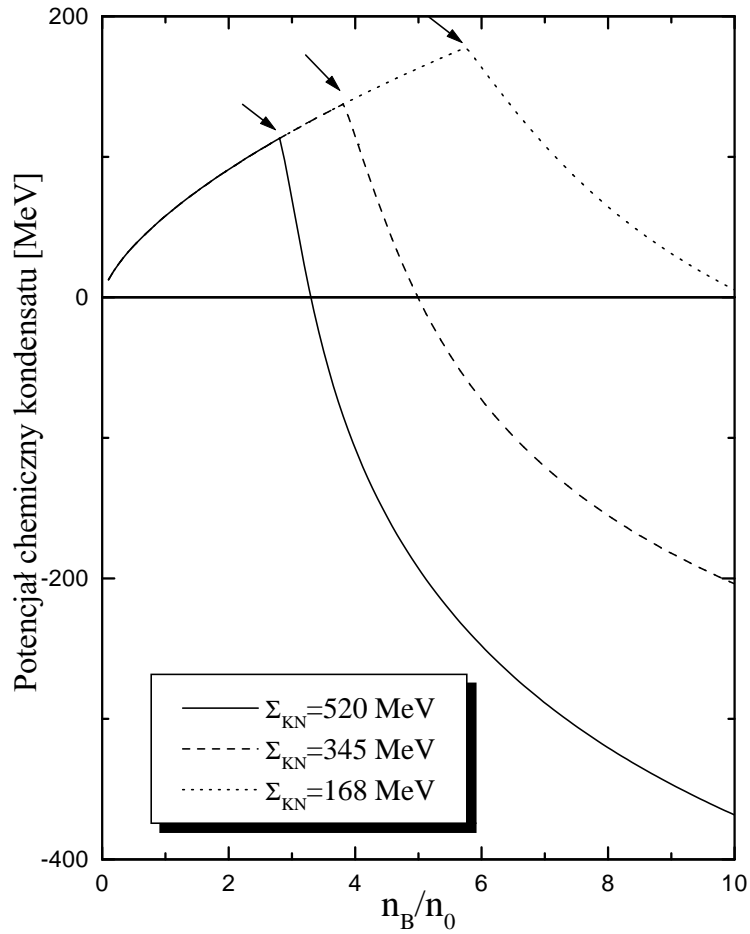
²Odpowiadające im wartości parametru $a_3 m_s = (-134 \text{ MeV}, -222 \text{ MeV}, -310 \text{ MeV})$



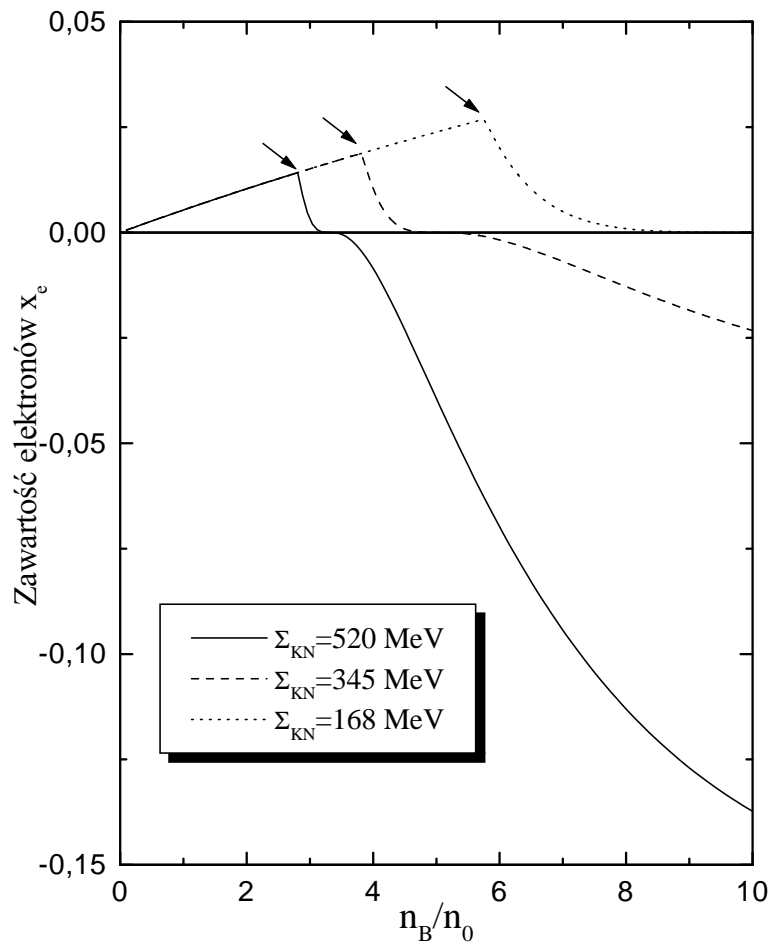
Rysunek 3.1: Zależność amplitudy kondensatu kaonów od gęstości bez uwięzienia neutrin przy różnych wartościach sprzężenia kaon-nukleon Σ_{KN} . Kondensat pojawia się w zakresie 2.8 - 6.0. Dla silniejszego sprzężenia (linia ciągła) kondensacja zachodzi przy mniejszych gęstościach. Strzałkami został oznaczony próg poniżej którego nie ma kaonów.



Rysunek 3.2: Zawartość protonów w zależności od gęstości bez uwięzienia neutrin przy różnych wartościach sprężenia kaon-nukleon Σ_{KN} w skali logarytmicznej. Moment kondensacji wskazano strzałką.



Rysunek 3.3: Potencjał chemiczny kondensatu kaonów równy potencjałowi chemicznemu elektronów bez uwzględnienia neutrin dla trzech wartości sprzężenia kaon-nukleon. W materii z uwięzionymi neutrinami potencjał chemiczny elektronów jest inny. Porównaj z rys. 3.11 na str. 26



Rysunek 3.4: Zawartość elektronów w zależności od gęstości dla różnych sprzężeń kaon-nukleon. Ujemne wartości odpowiadają pozytonom.

stronami otrzymując:

$$\mu_K = \mu_e - \mu_{\nu_e} \quad (3.10)$$

Warunek (2.23) przepisujemy używając potencjałów chemicznych korzystając z (2.12) i (2.14) otrzymując:

$$\mu_e^3 + \frac{1}{2} \mu_{\nu_e}^3 = 3 \pi^2 n_B Y_{Le} \quad (3.11)$$

Potraktujmy (3.10) i (3.11) jako układ równań z którego chcemy wyznaczyć potencjały chemiczne μ_e oraz μ_{ν_e} :

$$\begin{cases} \mu_e^3 + \frac{1}{2} \mu_{\nu_e}^3 = 3 \pi^2 n_B Y_{Le}, \\ \mu_K = \mu_e - \mu_{\nu_e} \end{cases} \quad (3.12)$$

Jest to układ równań algebraicznych stopnia trzeciego rozwiązywalny w sposób analityczny. Otrzymujemy w ten sposób potencjały chemiczne elektronu i neutrina jako funkcje potencjału chemicznego kaonu i liczby leptonowej na barion. Po wstawieniu rozwiązań do wyrażenia (3.9) otrzymuje się:

$$\tilde{\varepsilon}(Y_{Le}, n_B, x, \theta, \mu_K) = \varepsilon_{F_n} + \varepsilon_{F_p} + \varepsilon_{F_e}(\mu_K, Y_{Le}) + \varepsilon_{Kaon} + \varepsilon_{F_{\nu_e}}(\mu_K, Y_{Le}) - \mu_K (n_p - n_K - n_e(\mu_K, Y_{Le})) \quad (3.13)$$

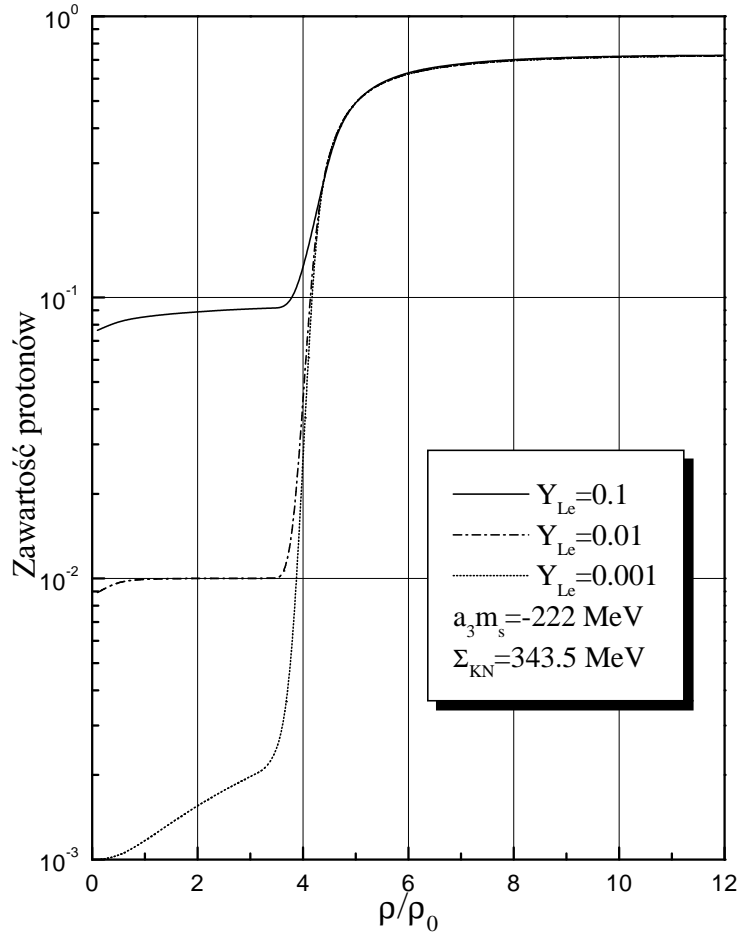
Powyższe wyrażenie jest *explicite* bardzo złożone na skutek skomplikowanych wzorów dających rozwiązania równania 3-go stopnia.

3.3.2 Wyniki obliczeń numerycznych

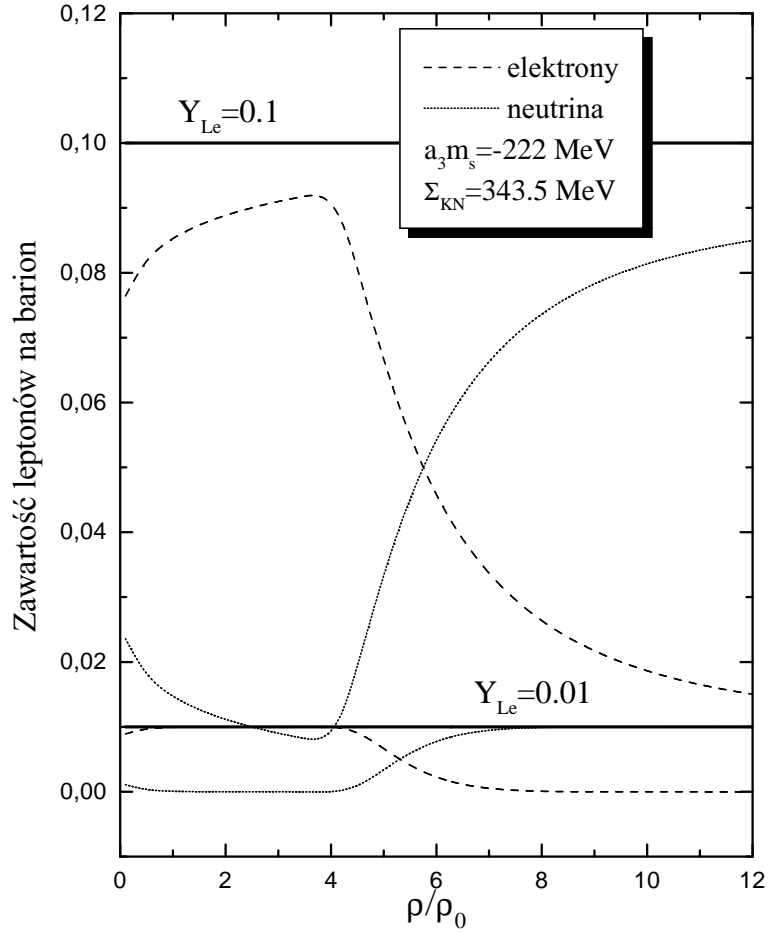
Obliczenia polegają na rozwiązaniu układu równań (3.7) z efektywną gęstością energii (3.13). Są one podobne do obliczeń bez uwięzienia neutrin, lecz tutaj rodzinę rozwiązań definiują dwa swobodne parametry czyli n_B oraz Y_{Le} .³ Na rysunku 3.5 na stronie 20 widać wpływ uwięzienia neutrin na zawartość protonów. W fazie bez kondensatu spadek Y_{Le} o rząd wielkości daje taki sam spadek zawartości protonów, a w fazie z kaonami zmiany są niezauważalne. Jest to bardziej jasne po przyjrzeniu się rys. 3.6 na str. 21 który pokazuje zawartości uwięzionych leptonów. Przed kondensacją dominujący jest wpływ zachowania liczby leptonowej, a powyżej progu na kondensat sytuację kontrolują oddziaływania kaon-nukleon.

³Nie chodzi tu o swobodę wynikającą z nieznaności parametrów teorii takich jak np. Σ_{KN}

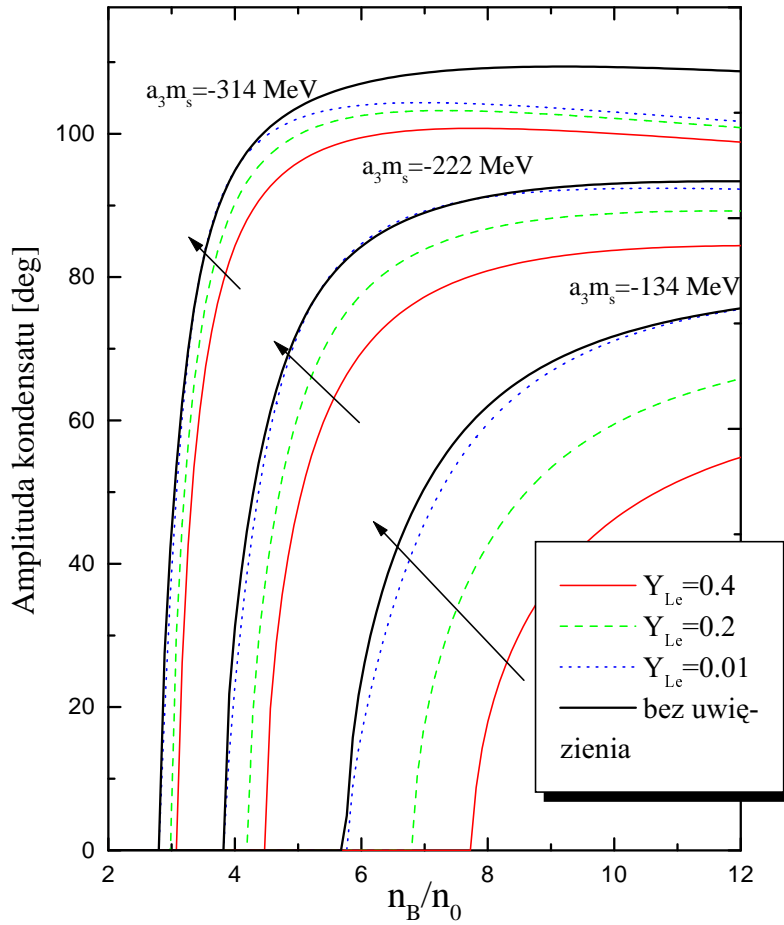
Wykresy na rys. 3.7 ze str. 22 pokazują najważniejsze zjawisko zachodzące podczas deleptonizacji w materii z kondensatem kaonów – obniżanie się progu na kondensację. Charakter tego zjawiska jakościowo nie zależy od wartości sprzężenia Σ_{KN} . Obniżenie się gęstości krytycznej jest największe dla najmniejszego sprzężenia, ale sama jej wartość pozostaje bardzo duża i dla ewolucji protogwiazdy neutronowej efekt może być większy dla innych sprzężeń. Obniżenie się gęstości krytycznej jest wtedy mniejsze, ale faza z kondensatem obejmuje większy obszar protogwiazdy. Stan końcowy stanowi materia bez uwięzionych neutrin. Rys. 3.9 daje również obraz tego, jak długo można obniżać wartość Y_{Le} przy zachowanej sensowności przybliżenia uwięzionych neutrin. Rysunki 3.8, 3.9, 3.10, 3.11 i 3.12 pokazują wpływ deleptonizacji na różne wielkości fizyczne charakteryzujące właściwości materii jądrowej poniżej i powyżej progu na kondensat kaonów.



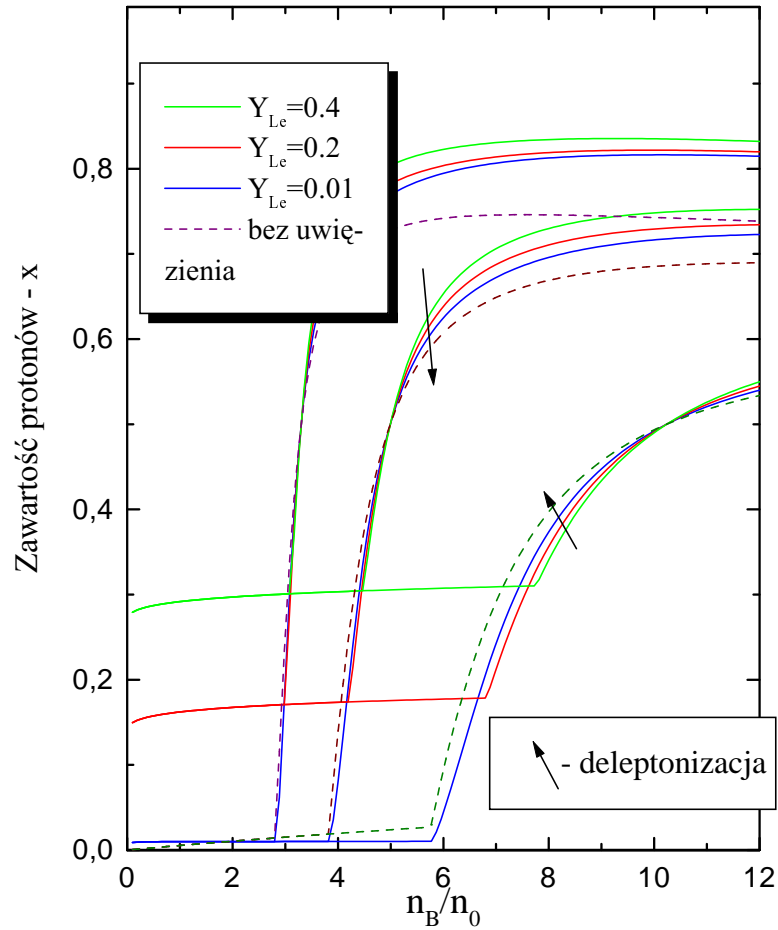
Rysunek 3.5: Zawartość protonów dla różnej wartości schwytej liczby leptonowej w skali logarytmicznej. Widać duży wpływ uwięzienia poniżej progu na kondensację i bardzo mały w jego obecności. Wartość parametru sprzężenia kaon–nucleon $a_3 m_s = -222 \text{ MeV}$ czyli $\Sigma_{KN} = 345 \text{ MeV}$.



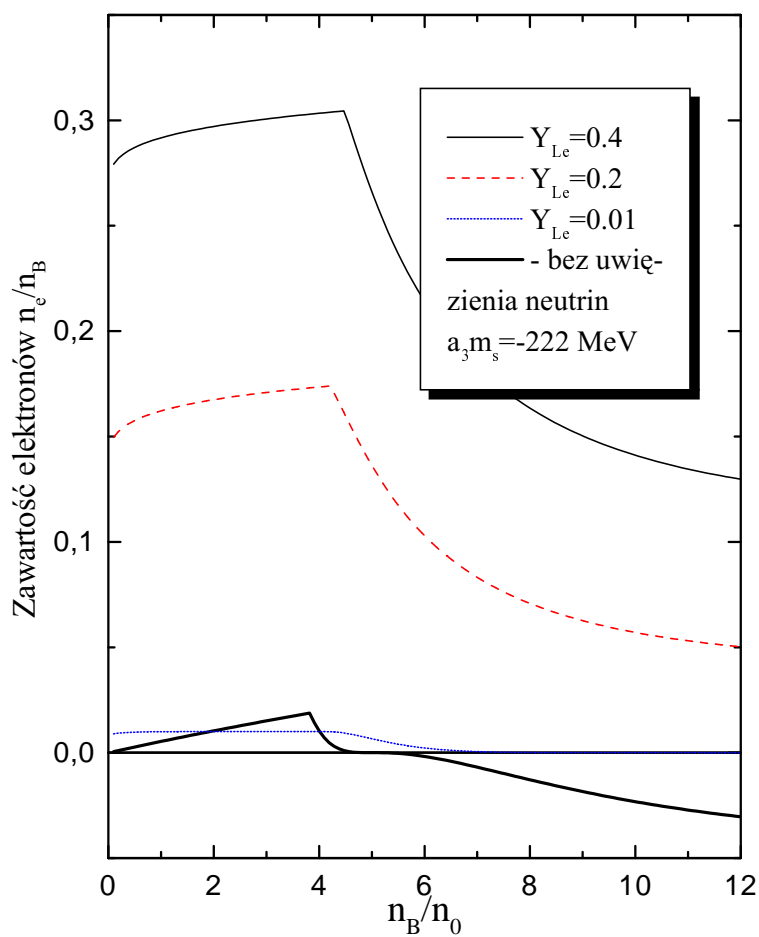
Rysunek 3.6: Zawartość elektronów x_e i neutrin elektronowych Y_{ν_e} dla $Y_{Le} = 0.1$ (górną poziomą linią odniesienia + dwie górne krzywe) oraz dla $Y_{Le} = 0.01$ (dolną poziomą linią odniesienia + dwie dolne krzywe). Wpływ uwięzienia jest tu bardzo duży. Dla wartości gęstości powyżej progu na kondensację zawartość neutrin szybko staje się większa niż zawartość protonów, odwrotnie niż bez kondensatu. Wartość parametru sprzężenia kaon–nucleon $a_3 m_s = -222 \text{ MeV}$ czyli $\Sigma_{KN} = 345 \text{ MeV}$.



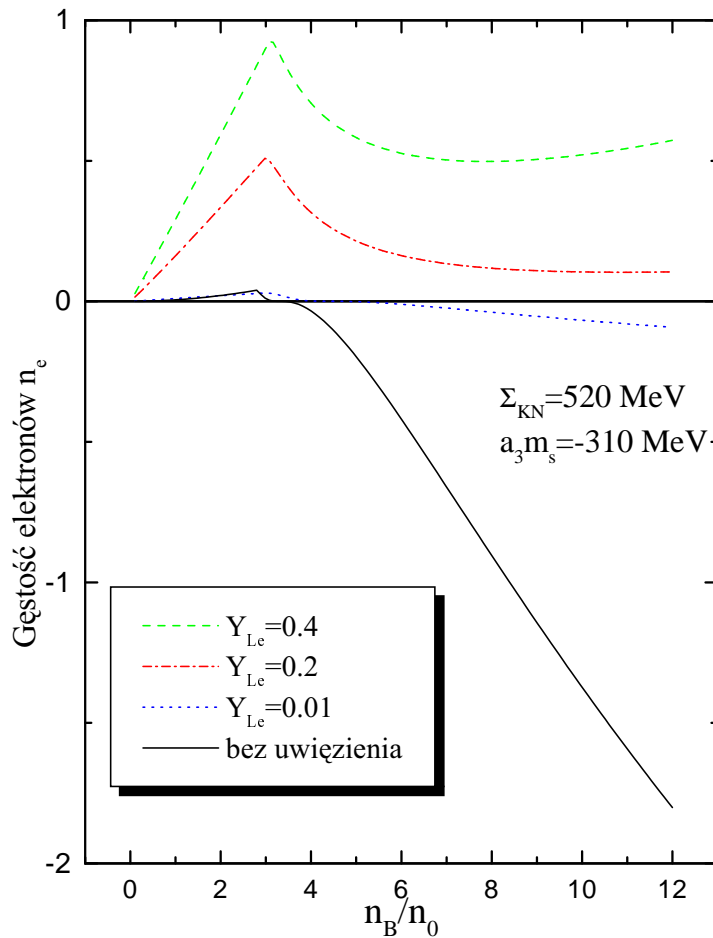
Rysunek 3.7: Amplituda kondensatu kaonów dla różnych wartości Y_{Le} i różnych sprzężeń. Widać, że próg na kondensację obniża się podczas deleptonizacji, której kierunek został oznaczony strzałką. Kierunek ten jest zgodny z kierunkiem ewolucji czasowej. Efekty pochodzące od deleptonizacji są mniejsze niż różnice wynikające z nieznanymi dokładnej wartości parametru $a_3 m_s$ (Σ_{KN}) ale zawsze działają w tą samą stronę. Dla porównania wykreślono krzywą w sytuacji bez uwięzienia neutrin



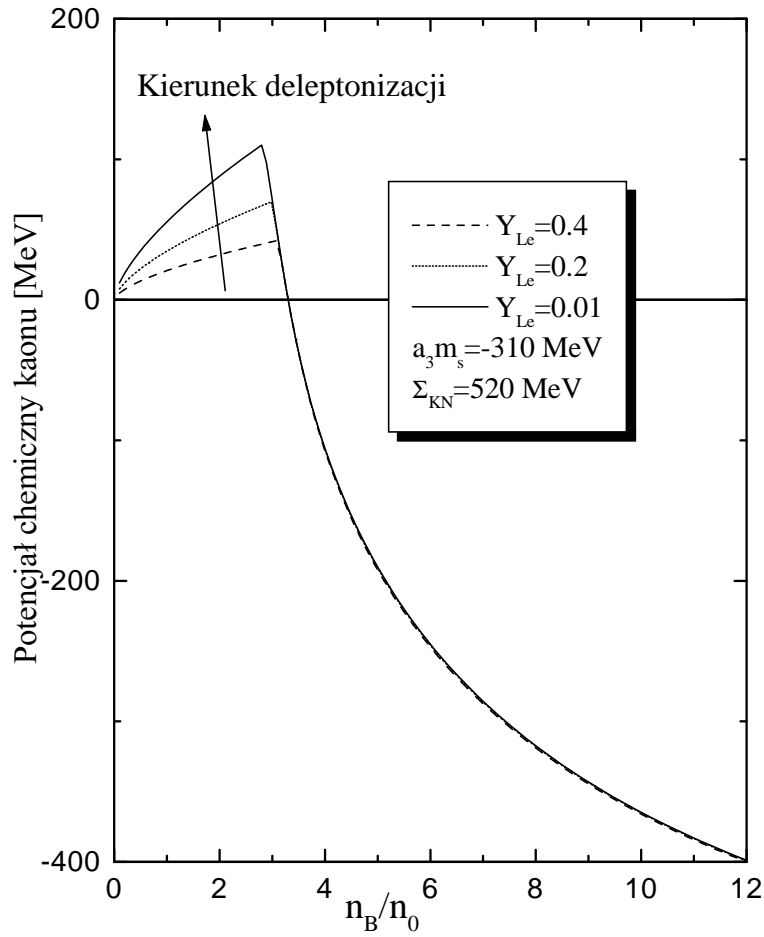
Rysunek 3.8: Zawartość protonów dla różnych sprężeń i zawartości Y_{Le} . Dodatkowo dla porównania linią przerywaną pokazana jest zawartość protonów bez uwięzienia. Strzałki pokazują kierunek deleptonizacji.



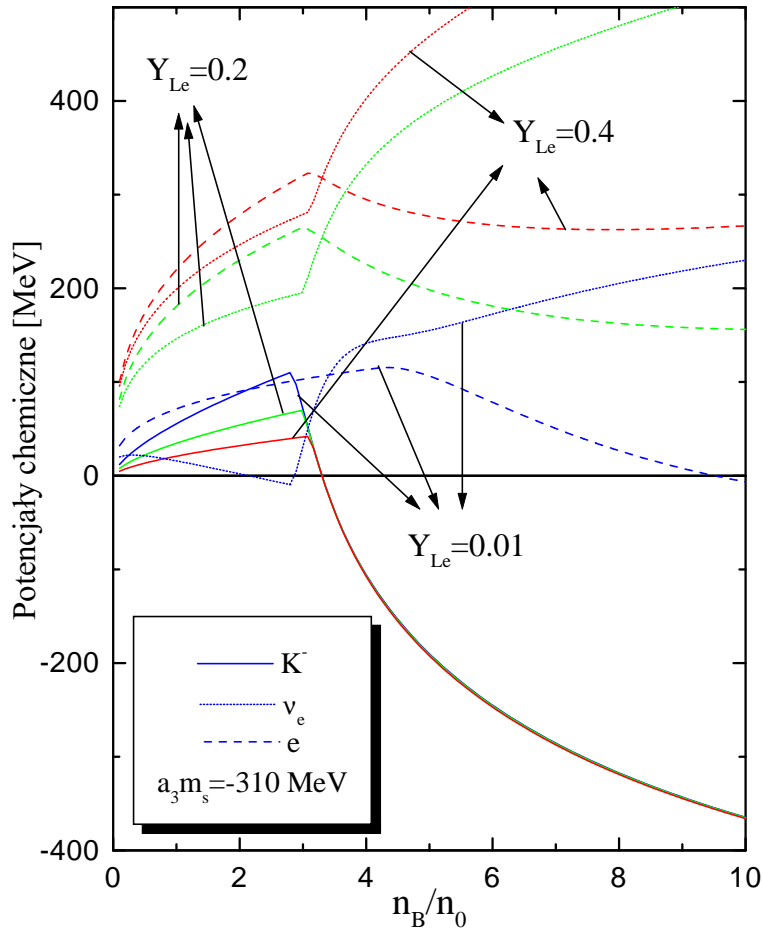
Rysunek 3.9: Zawartości elektronów z uwięzieniem neutrin i dla porównania bez uwięzienia. Ujemna zawartość oznacza obecność antycząstek. Wyraźnie widać jaka jest różnica pomiędzy materią w stanie końcowym ewolucji protogwiazdy, reprezentowanym krzywą bez uwięzienia a stanem z niewielką $Y_{Le} = 0.01$ zawartością uwięzionej liczby leptonowej.



Rysunek 3.10: Gęstość, czyli zawartość pomnożona przez gęstość barionów dla $Y_{Le} = 0.4, 0.2, 0.01$ oraz bez uwięzienia. Obie osie zostały wyskalowane w n_0 . Wyniki na tym wykresie są efektem pomnożenia liczb zamieszczonych na rys. 3.9 przez n_B .



Rysunek 3.11: Potencjały chemiczne kaonów dla różnej zawartości liczby leptonowej Y_{Le} . Poniżej progu na kondensację, kiedy nie ma jeszcze kaonów wartość ta ma sens różnicy potencjałów chemicznych nukleonów (2.31). Gdy pojawiają się kaony różnice wynikające z uwięzienia neutrin są minimalne. Wartość sprzężenia $\Sigma_{KN} = 520 \text{ MeV}$.



Rysunek 3.12: Potencjały chemiczne kaonu (linia ciągła), elektronu (linia kreskowana) i neutrin (linia kropkowana). W miarę deleptonizacji potencjały chemiczne leptonów silnie maleją, natomiast potencjał chemiczny kaonu pozostaje niezmienny w fazie z kondensatem. Wartość sprzężenia $\Sigma_{KN} = 520 \text{ MeV}$. W sytuacji bez uwiezonych neutrin potencjały chemiczne kaonu i elektronu są sobie równe, a potencjał chemiczny neutrina równy zero - porównaj z rys. 3.3 na stronie 16

Rozdział 4

Model z energią symetrii

4.1 Wyniki prac dotyczących energii symetrii

Generalnie, używane różne potencjały V_2 można podzielić na dwie grupy w zależności od zachowania dla dużych gęstości materii [6]. Podział ten pokrywa się z podziałem względem zastosowanego podejścia teoretycznego:

- stale rosnące, uzyskane w teorii pola średniego
- początkowo rosnące a następnie malejące, uzyskane w obliczeniach wariacyjnych

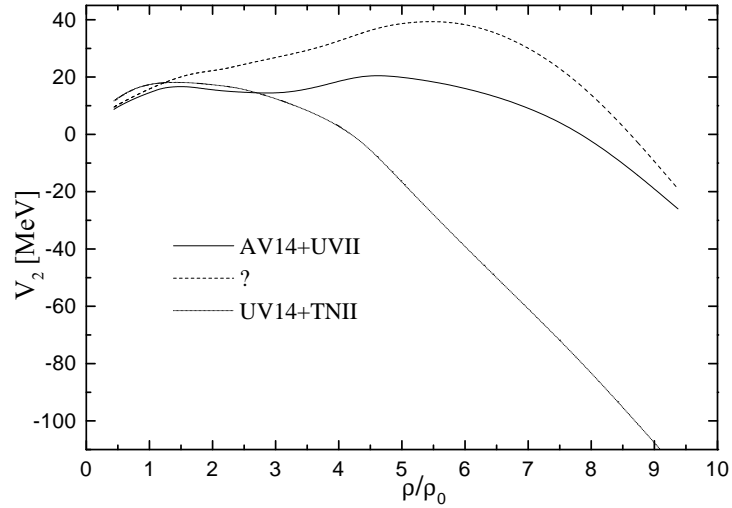
Potencjały stale rosnące można aproksymować następująco [4]:

$$V_2 = u \ 17 \text{ MeV} \quad (4.1)$$

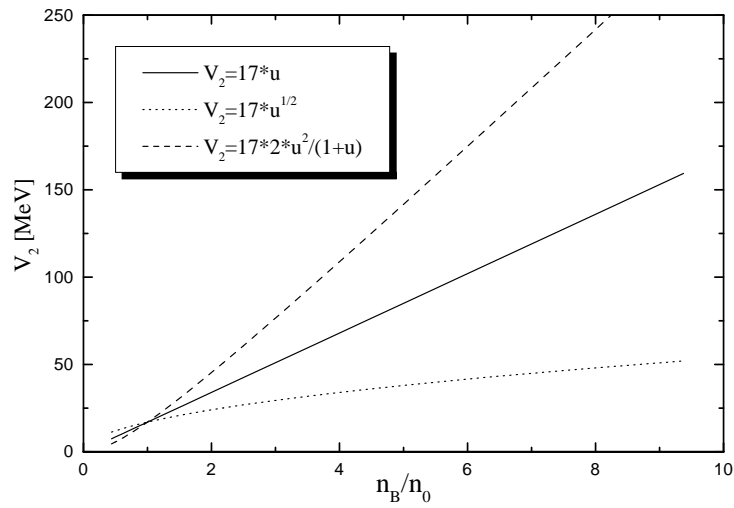
$$V_2 = \sqrt{u} \ 17 \text{ MeV} \quad (4.2)$$

$$V_2 = \frac{2u^2}{1+u} \ 17 \text{ MeV} \quad (4.3)$$

Podane powyżej funkcje aproksymują wyniki realistycznych obliczeń. Przebieg tych funkcji pokazuje rys. 4.2 Potencjały otrzymane w obliczeniach wariacyjnych [5] mają przebieg pokazany na rys. 4.1. Porównanie wykresów na rys. 4.2 i 4.1 uwidacznia dużą rozbieżność wyników otrzymanych różnymi metodami. Krzywe z rys. 4.2 różnią się tylko tempem wzrostu potencjału V_2 , zawsze osiągając duże wartości dodatnie. Na rys. 4.2 powyżej pewnej wartości potencjał V_2 zaczyna maleć przechodząc przez zero do wartości ujemnych. Energia symetrii staje się energią asymetrii i preferowane



Rysunek 4.1: Potencjały energii symetrii w modelach wariacyjnych. Obliczenia zostały przeprowadzone dla funkcji AV14+UVII zaznaczonej linią ciągłą

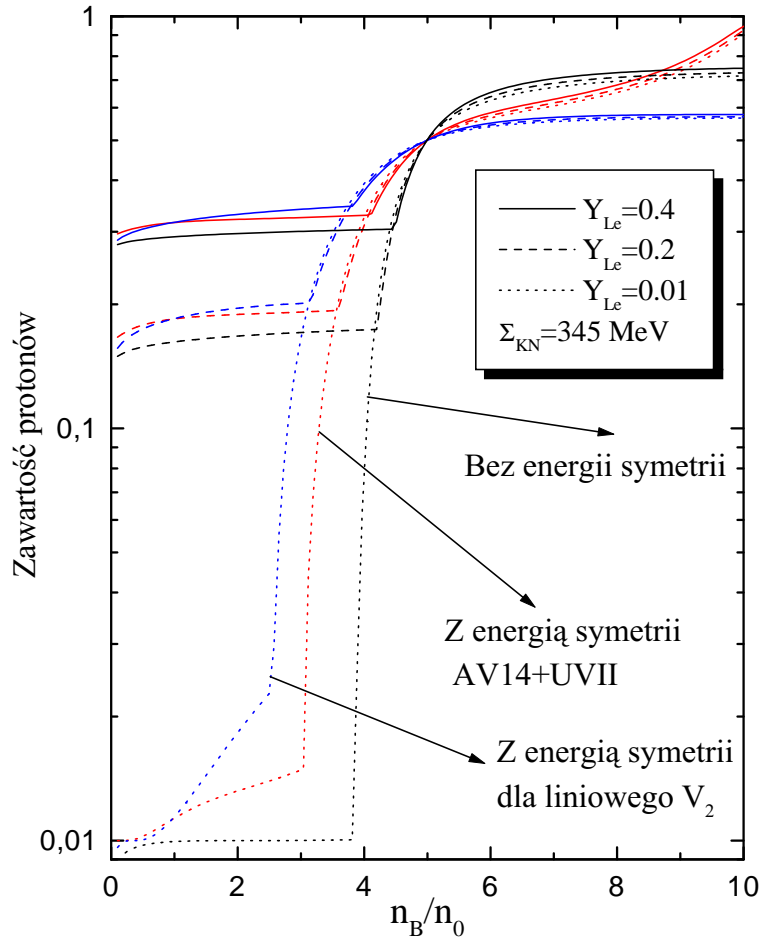


Rysunek 4.2: Potencjały energii symetrii w modelach relatywistycznych pola średniego. Obliczenia zostały przeprowadzone dla funkcji liniowej zaznaczonej linią ciągłą

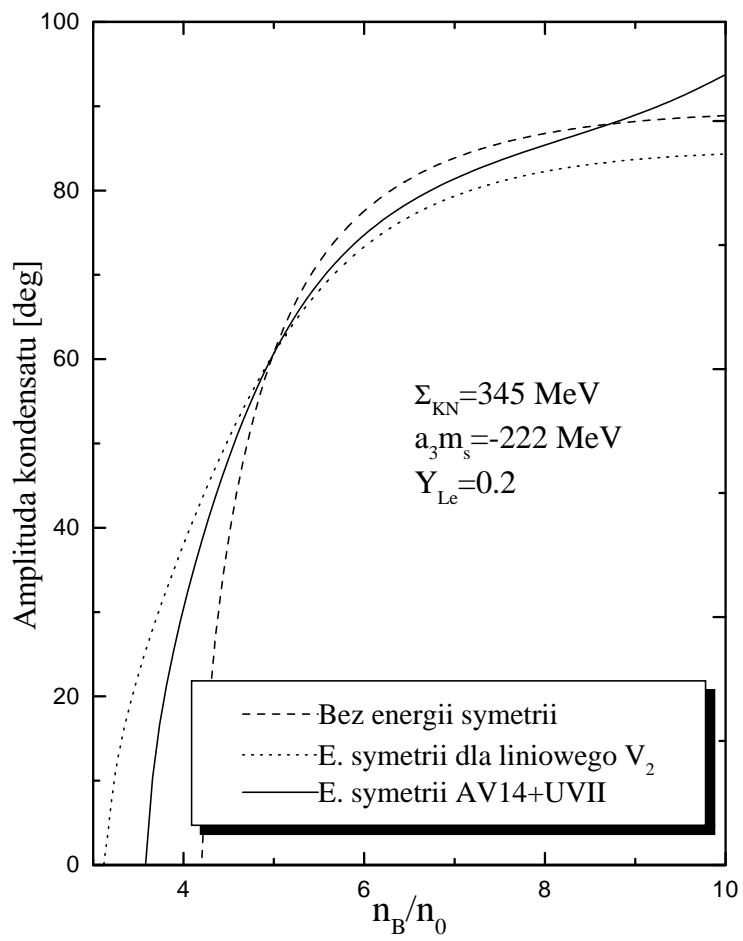
są stany maksymalnie odległe od $x = 1/2$ – zawierające prawie wyłącznie protony(neutrony). W sytuacji gdy V_2 stale rośnie układ ma tendencję do wyrównywania zawartości protonów i neutronów. Tendencja ta jest widoczna w wynikach obliczeń np. na rys. 4.3 ze strony 31.

4.2 Wpływ energii symetrii na uwięzienie neutrin i właściwości materii jądrowej

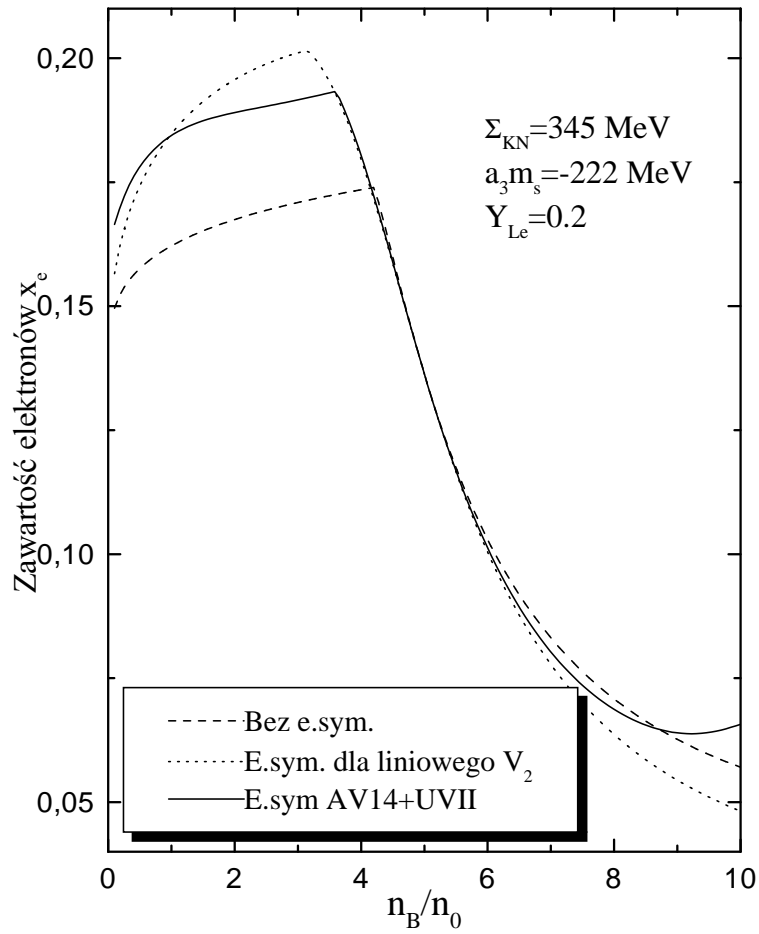
Energia symetrii silnie wpływa na zachowanie się materii z kondensatem, ale podstawowe cechy procesu deleptonizacji w porównaniu z prostym modelem z rozdz. 3 nie zmieniają. Gęstość krytyczna obniża się ze spadkiem liczby uwięzionych leptonów podobnie jak bez energii symetrii. Porównanie rys. 4.6 z tego rozdziału i rys. 3.7 str. 22 pokazuje jak energia symetrii zmienia charakter przejścia fazowego od materii zwykłej do materii z kondensatem. Rysunek 4.4 na str. 32 pokazuje jak różne energie symetrii wpływają na kondensat kaonów z uwięzionymi neutrinami. Zawartość protonów (rys. 4.3 na str. 31) i elektronów (rys. 4.5 na str. 33) podlega jakościowo podobnej ewolucji w czasie deleptonizacji, jednak ilościowo widać istotne różnice.



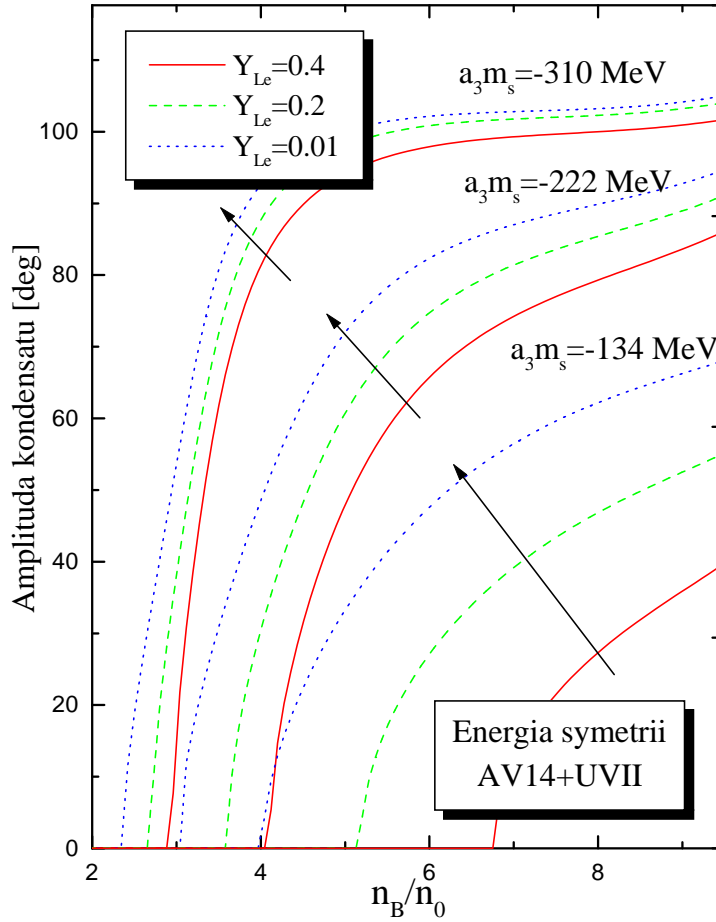
Rysunek 4.3: Zawartość protonów w trzech modelach: bez energii symetrii (rozważany w rozdziale 3) z energią symetrii stale rosnącą i z energią symetrii AV14+UVII przy sprzężeniu kaon-nukleon $a_3 m_s = -222 \text{ MeV}$ dla różnej zawartości złapanej liczby leptonowej



Rysunek 4.4: Amplituda kondensatu dla $Y_{Le} = 0.2$ z energią symetrii.



Rysunek 4.5: Zawartość elektronów dla $Y_{Le} = 0.2$ z energią symetrii liniową oraz AV14+UVII



Rysunek 4.6: Amplituda kondensatu przy różnych sprężeniach kaon-nukleon i zawartościach liczby leptonowej Y_{Le} dla obliczeń z energią symetrii AV14+UVII. Widać, że próg na kondensację obniża się podczas deleptonizacji, której kierunek został oznaczony strzałką. Zachowanie się kondensatu jakościowo nie różni się od sytuacji bez energii symetrii. Porównaj z rys. 3.7 na stronie 22.

Rozdział 5

Wnioski

Wyniki obliczeń pokazują, że zjawisko obniżania się gęstości krytycznej na pojawienie się kondensatu kaonów wraz ze zmniejszaniem się zawartości uwięzionej liczby leptonowej ma charakter uniwersalny dla szerokiej gamy modeli z energią symetrii. Głównym źródłem niejednoznaczności pozostaje brak wiedzy na temat dokładnej wartości parametru sprzężenia kaon-nukleon Σ_{KN} (odpowiadającego $a_3 m_s$). Energia symetrii staje się czynnikiem kluczowym dla dużych gęstości i uwięzienie neutrin w zbadanych przypadkach nie wpływa na ten fakt. Obniżanie się progu na kondensat, które zachodzi w każdym ze zbadanych przypadków daje bardzo silny i łatwo dający się zaobserwować efekt metastabilności protogwiazdy neutronowej [3]. Polega on na zmniejszaniu się stabilnej masy maksymalnej protogwiazdy wraz ze zmniejszaniem się zawartości uwięzionej liczby leptonowej na barion Y_{Le} , w skutek zmiękczenia równania stanu przez pojawiający się dla niższych gęstości (a więc zajmujący coraz większą część protogwiazdy kondensat. Efektem obserwowalnym jest tu nagły zanik strumienia neutrin na skutek utworzenia czarnej dziury, czyli innymi słowy przejściem neutrinosfery przez horyzont zdarzeń.

Spis rysunków

3.1	Zależność amplitudy kondensatu od gęstości barionowej bez uwięzienia neutrin	14
3.2	Zawartość protonów w zależności od gęstości bez uwięzienia neutrin.	15
3.3	Potencjał chemiczny kondensatu kaonów bez uwięzienia neutrin	16
3.4	Zawartość elektronów bez uwięzienia neutrin	17
3.5	Zawartość protonów dla $\Sigma_{KN} = 345MeV$ z uwięzionymi neutronami	20
3.6	Zawartości leptonów przy uwięzieniu neutrin	21
3.7	Amplituda kondensatu z uwięzionymi neutronami	22
3.8	Zawartość protonów dla różnych sprzężeń Σ_{KN} oraz zawartości l.leptonowej Y_{Le}	23
3.9	Zawartości elektronów z uwięzieniem neutrin i bez uwięzienia .	24
3.10	Gęstości elektronów z uwięzieniem neutrin i bez uwięzienia . .	25
3.11	Potencjał chemiczny kaonu z uwięzionymi neutronami	26
3.12	Potencjały chemiczne kaonów,elektronów i neutrin przy uwięzieniu	27
4.1	Potencjały energii symetrii w obliczeniach wariacyjnych	29
4.2	Potencjały energii symetrii w modelach pola średniego	29
4.3	Zawartość protonów z uwięzionymi neutronami i energią symetrii	31
4.4	Amplituda kondensatu dla $Y_{Le} = 0.2$ z energią symetrii	32
4.5	Zawartość elektronów dla $Y_{Le} = 0.2$ z energią symetrii liniową oraz AV14+UVII	33
4.6	Amplituda kondensatu dla różnych a_3m_s oraz Y_{Le} z energią symetrii AV14+UVII	34

Spis treści

1	Wstęp	1
2	Opis stanu podstawowego materii jądrowej z kondensatem kaonów	4
2.1	Założenia modelu i uwagi wstępne	4
2.2	Gęstość energii	5
2.2.1	Energia kinetyczna nukleonów	5
2.2.2	Składniki kinetyczne pochodzące od leptonów	7
2.2.3	Energia symetrii	7
2.2.4	Energia kondensatu kaonów	8
2.3	Zachowane liczby kwantowe i równowaga chemiczna	8
2.3.1	Zachowane liczby kwantowe	9
2.3.2	Równowaga chemiczna	10
3	Prosty model materii jądrowej z kondensatem kaonów	11
3.1	Gęstość energii	11
3.2	Sytuacja w której neutrina nie są uwięzione	12
3.2.1	Ekstremalizowana gęstość energii	12
3.2.2	Wyniki obliczeń numerycznych	12
3.3	Z uwięzieniem neutrin	13
3.3.1	Zachowanie liczby leptonowej w gęstej materii	13
3.3.2	Wyniki obliczeń numerycznych	18
4	Model z energią symetrii	28
4.1	Wyniki prac dotyczących energii symetrii	28
4.2	Wpływ energii symetrii na uwięzienie neutrin i właściwości materii jądrowej	30

Literatura

- [1] D.B Kaplan, A.E.Nelson, Phys. Lett. B175 (1986) 57; Nucl. Phys. A479 (1988) 273c
- [2] H.Fuji, T.Muoto, T.Tatsumi, R.Tamagaki Nuclear Physics A571 (1994) 758-783
- [3] Madappa Prakash, I.Bombaci, Manju Prakash. P.J.Ellis, J.M.Lattimer, R.Knorren Physics Reports 280 (1997) 1-77
- [4] V.Thorsson, M.Prakash, J.M.Lattimer Nuclear Physics A572 (1994) 693-731
- [5] R. B. Wiringa, V. Fiks, A. Fabrocini, Phys. Rev. C 38, 1010 (1998)
- [6] S.Kubis, M.Kutschera, Report No 1819/PH (1999)