

5.1 Średnia odległość od Słońca

Kepler oryginalnie twierdził, że w jego prawie występuje średnia odległość planety od Słońca. Ile naprawdę wynosi taka średnia na orbicie eliptycznej?

5.2 Prawa Keplera

Wyprowadzić trzy prawa Keplera dla ruchu w potencjale typu $-GM/r$, gdzie G – stała grawitacji, M – masa centralna (w $r = 0$), r – odległość od centrum. Wyznaczyć wielkości zachowane, tor ruchu oraz związek pomiędzy wielkościami zachowanymi a parametrami orbity.

5.3 Redukcja zagadnienia 2 ciał do 1 ciała

Sprowadzić newtonowskie zagadnienie 2 ciał do wyniku Zad. 5.2. Podać przepis na odtworzenie ruchu obu ciał na podstawie rozwiązania równoważnego problemu 1 ciała.

5.4 Orbity eliptyczne

Zawsze zamknięte, powtarzające się orbity eliptyczne istnieją tylko dla ruchu w potencjale centralnym typu r^n dla $n = -1$ i $n = 2$. Porównać ruch w obu potencjalach, jeżeli torem w obu przypadkach

jest identyczna elipsa o mimośrodku e i wielkiej półosi a .

5.5 Ograniczony problem 3 ciał

Wyprowadzić równania ruchu dla płaskiego, ograniczonego, kołowego problemu trzech ciał o masach $m, M, \mu \simeq 0$ w układzie korygującym. Zidentyfikować siły pozorne (Coriolisa, odśrodkową, ...).

5.6 Punkty Lagrange'a

W ramach założeń poprzedniego zadania wyznaczyć rozwiązania niezależne od czasu dla stosunku mas $q = m/M = 1$. Uogólnić wynik na przypadek $m < M$ ($q < 1$).

5.7 Stabilność punktów Lagrange'a

Dla jakiego stosunku mas $q = m/M$ położenie w punktach Lagrange'a jest liniowe niestabilne? W tym celu:

1. zlinearyzować równania wyprowadzone w Zad. 5.5 w otoczeniu jednego z punktów wyznaczonych w Zad. 5.6,
2. wyznaczyć wielomian charakterystyczny,
3. określić, kiedy część rzeczywista wszystkich wartości własnych jest dodatnia.