

Podstawy astrofizyki i astronomii

Andrzej Odrzywołek

Zakład Teorii Względności i Astrofizyki, Instytut Fizyki UJ

13 czerwca 2023



Standardowy model kosmologiczny Λ -CDM

Standardowy model kosmologiczny ze stałą kosmologiczną Λ oraz zimną ciemną materią (ang. **Cold Dark Matter, CDM**)

Zgodnie ze współczesnymi ustaleniami, żyjemy w płaskim ($k = 0$) Wszechświecie pyłowym (ciemna materia) ze stałą kosmologiczną (ciemna energia).

Model ten posiada eleganckie rozwiązanie analityczne

$$a(t) = a_0 \sinh\left(\frac{\sqrt{3\Lambda}}{2}ct\right)^{2/3}, \quad \rho(t) = \frac{\frac{\Lambda c^2}{8\pi G}}{\sinh\left(\frac{\sqrt{3\Lambda}}{2}ct\right)^2},$$

$$H(t) = \frac{c\sqrt{\Lambda/3}}{\operatorname{tgh}\left(\frac{\sqrt{3\Lambda}}{2}ct\right)}, \quad \Omega_\Lambda = \frac{\Lambda c^2}{3H_0^2}, \quad T = \frac{2}{3H_0} \operatorname{artanh}(\sqrt{\Omega_\Lambda})/\sqrt{\Omega_\Lambda}$$

Model ten dla $t \rightarrow 0$ redukuje się do płaskiego modelu „newtonowskiego” $a(t) \rightarrow t^{2/3}$, natomiast dla $t \rightarrow \infty$ staje się „przestrzenią de Sittera” $a(t) \rightarrow e^{H_\infty t}$, $H_\infty = c\sqrt{\Lambda/3}$.

Gęstość krytyczna Wszechświata stanowi wygodną jednostkę miary ilości materii. Stosunek gęstości materii (lub jej ilości po przeliczeniu na gęstość) do gęstości krytycznej nazywamy „omegą”

$$\Omega_m = \frac{\rho}{\rho_C}, \quad \rho_C = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$$

Dla promieniowania (γ, ν) o gęstości energii ε mamy

$$\Omega_\gamma = \frac{\varepsilon/c^2}{\rho_C} = \frac{32\pi G\sigma T^4}{3c^3 H_0^2},$$

a dla stałej kosmologicznej

$$\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda c^2/(8\pi G)}{\rho_C} = \frac{\Lambda c^2}{3H_0^2}$$

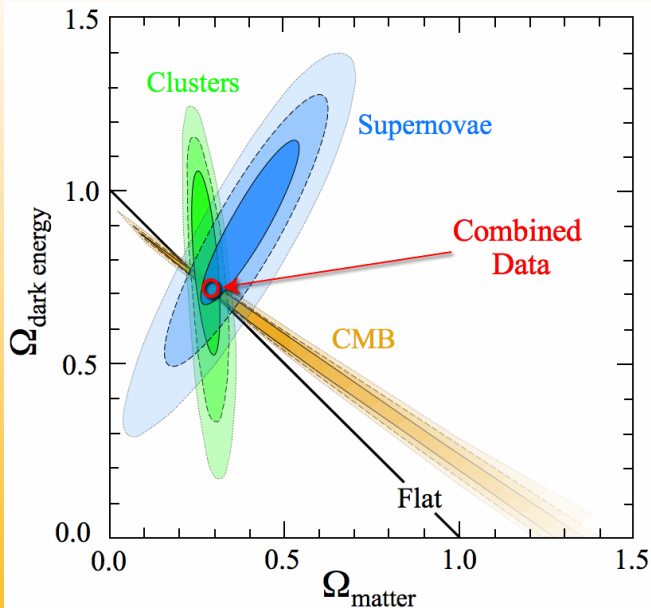
UWAGA: Ω_i jest na ogół wielkością zależną od czasu, definiujemy ją w chwili obecnej!

Filary modelu kosmologicznego

Współczesny model kosmologiczny, Λ -CDM (płaska geometria, stała kosmologiczna Λ i zimna ciemna materia, ang. **Cold Dark Matter**) opiera się przede wszystkim na trzech obserwacjach:

- 1 zależność odległości (jasnościowej) od przesunięcia ku czerwieni z , opartej głównie o pomiary typowych (Branch-normal) supernowych typu Ia
- 2 obserwacje mikrofalowego promieniowania tła (CMB, **Cosmic Microwave Background**), szczególnie *widma mocy rozkładu jego fluktuacji na częstotliwości (harmoniki sferyczne)*
- 3 porównanie obserwowanego rozkładu materii z symulacjami tworzenia się struktur, od skal największych (pustki, „włókna”, supergromady) do galaktyk

Precyzyjnego testu na gęstość materii barionowej dostarcza produkcja pierwiastków, głównie helu, czyli *kosmologiczna nukleosynteza*.



Parametry modelu Λ -CDM

- stała Hubble'a

$$H_0 = 67.8 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}} = 2.2 \times 10^{-18} \frac{1}{\text{s}}, \quad \frac{1}{H_0} = 14.4 \text{ mld lat}$$

- wiek Wszechświata

$$T = 13.8 \text{ mld lat}$$

- skład w chwili obecnej ($\rho_C = 8.6 \times 10^{-27} \text{ kg/m}^3 \sim 5$ atomów wodoru/ m^3)

- 1 stała kosmologiczna (ciemna energia, energia próżni)

$$\Omega_\Lambda = 0.7, \quad \Lambda = 1.11 \times 10^{-52} \frac{1}{\text{m}^2}, \quad \rho_\Lambda = 6 \times 10^{-27} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

- 2 zimna ciemna materia Ω_m i materia barionowa Ω_B

$$\Omega_m = 0.25, \quad \Omega_B = 0.05$$

- 3 promieniowanie („lekkie” neutrino, fotony)

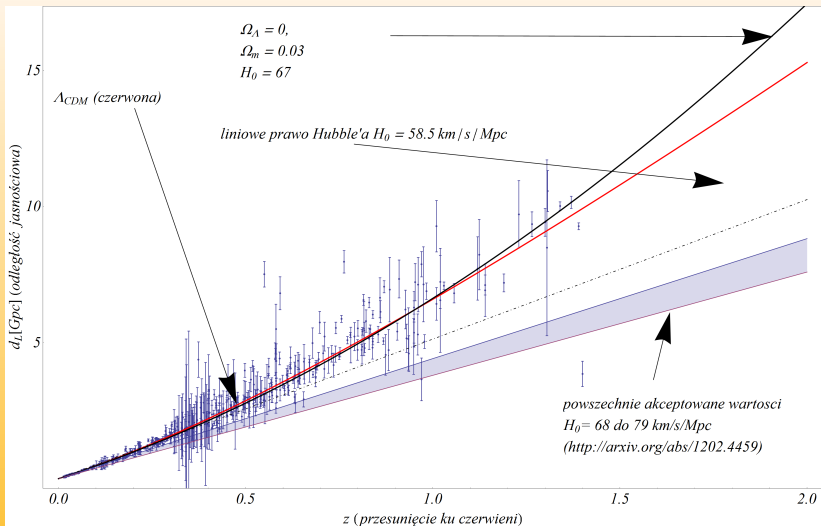
W kosmologii nie jest możliwe podanie odległości bez powiązania jej z konkretną metodą pomiaru.

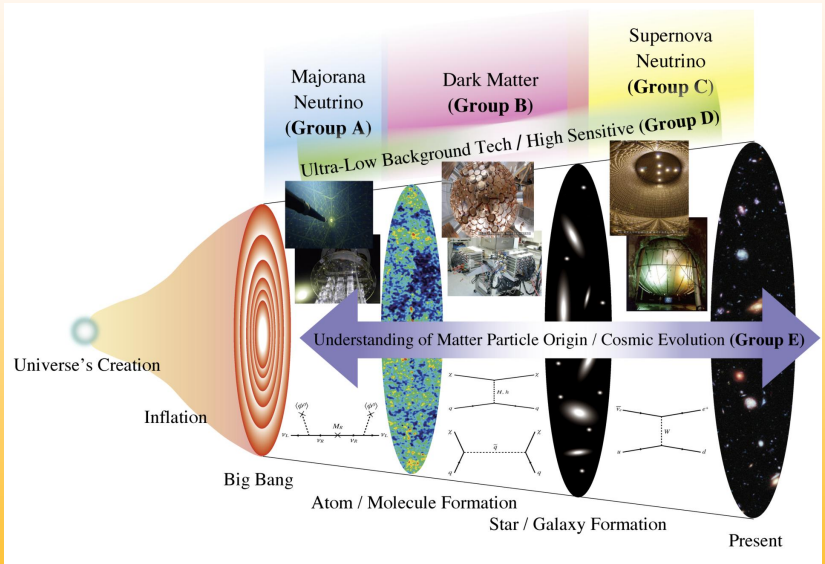
- odległość jasnościowa d_L
- odległość rozmiarów kątowych d_A

$$d_L = \frac{c}{H_0} \frac{1+z}{\sqrt{1-\Omega_m-\Omega_\Lambda}} \operatorname{sinn} \int_0^z \frac{\sqrt{1-\Omega_m-\Omega_\Lambda} dz'}{\sqrt{(1+z')^2(1+\Omega_m z') - z'(z'+2)\Omega_\Lambda}}$$

W przestrzeni euklidesowej (model newtonowski) lub dla $z \ll 1$ z efektu Dopplera $\lambda/\lambda_0 = 1 + v/c$:

$$d_L = \frac{c z}{H_0} \equiv d_i$$





Conference poster, Tohoku University Sendai, Japan, 2019

2. Era „wielkiej unifikacji” GUT

$$t \sim 10^{-36} \text{ s} \quad kT \sim 10^{14} \text{ TeV} \quad (???)$$

Od lat spekuluje się na temat istnienia teorii wielkiej unifikacji obejmującej:

- oddziaływania silne (QCD czyli chromodynamikę kwantową)
- oddziaływania elektroslabe (model Weinberga-Salama)

Łamanie symetrii **Grand Unification Theory**

$$SO(10) \supset SU(5) \supset SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

Na dzień dzisiejszy nie ma przekonujących dowodów podważających Model Standardowy oddziaływań elementarnych.

3. Era inflacyjna (wykładniczy wzrost)

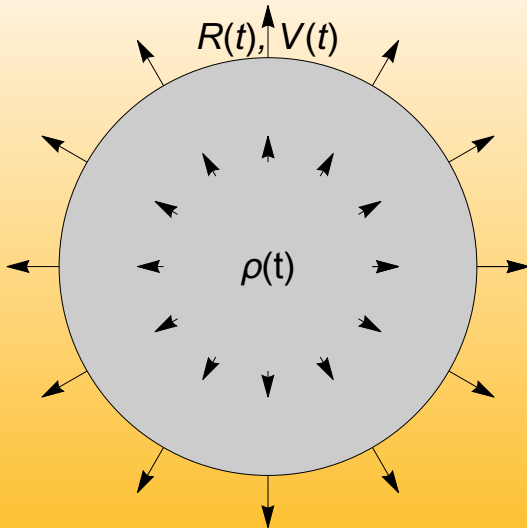
$$t \sim 10^{-30 \pm 10} \text{ s} \quad kT \gg 10^3 \text{ TeV} \quad (??)$$

Wykładniczy wzrost powoduje:

- wygładzenie niejednorodności
- rozwiązanie tzw. „problemu horyzontu”
- płaską geometrię
- powiększenie kwantowych fluktuacji do rozmiarów makroskopowych
- wyjaśnienie braku monopoli magnetycznych

Czynnik wywołujący inflację (np: pole skalarne) musi istnieć przez krótki czas!

„Kosmologia” newtonowska



Założenia modelu newtonowskiego

- 1 model opisuje rozszerzającą się „kulę” materii (ang: *fireball*)
- 2 w każdym punkcie gęstość jest taka sama, ale zależy od czasu

$$\rho = \rho(t)$$

- 3 w ustalonym momencie w każdym punkcie prędkość jest proporcjonalna do odległości; współczynnik proporcjonalności to **stała Hubble’a** $H(t)$:

$$\vec{v}(\vec{R}, t) = H(t)\vec{R}$$

- 4 materia podlega samograwitacji
- 5 masa „kuli ognia” jest stała

Założenia modelu newtonowskiego

Dla rozszerzającej się kuli możemy zapisać równania

- ① równanie Newtona:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g}$$

- ② zasada zachowania energii:

$$\frac{1}{2}v^2 - \frac{GM}{R(t)} = \text{const}$$

- ③ zasada zachowania masy:

$$M = \frac{4}{3}\pi R(t)^3 \rho(t) = \text{const}$$

Aby pozbyć się z równań „promienia Wszechświata” $R(t)$ wprowadzamy „stałą” Hubble’a:

$$H(t) = \frac{1}{R(t)} \frac{dR(t)}{dt} \equiv \frac{\dot{R}}{R}$$

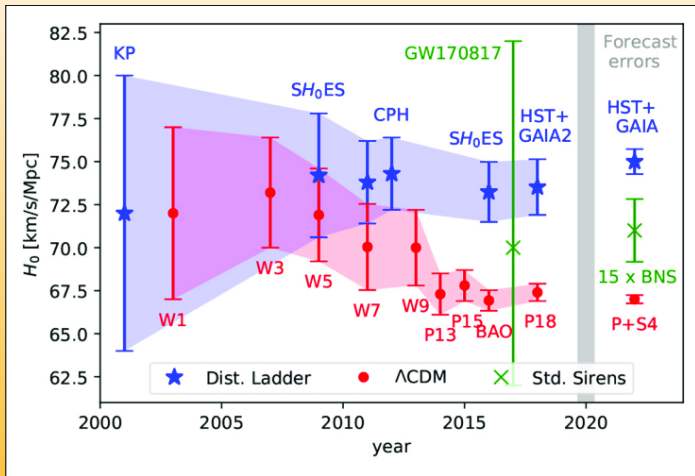
Czy stała Hubble'a nie jest stała?

- Stała Hubble'a jako stała fizyczna H_0 określa **obecne** tempo rozszerzania się Wszechświata
- stała Hubble'a jako współczynnik proporcjonalności $H(t)$ zmienia się podczas ewolucji Wszechświata
- jej zmiana jest niemierzalnie mała w skali czasowej cywilizacji ludzkiej przy obecnej dokładności pomiarów

Wyznaczenie wartości liczbowej stałej Hubble'a jest odwiecznym i nadal nierozwiązanym problemem kosmologii. Na dzień dzisiejszy opublikowano dwa precyzyjne i wzajemnie sprzeczne wyniki:

$$H_0 = 67.6 \pm 0.6(\text{km/s})/\text{Mpc}, \quad H_0 = 73.5 \pm 1.7(\text{km/s})/\text{Mpc}.$$

Stała Hubble'a



Z zasady zachowania energii mechanicznej wynika wzór:

$$H^2 - \frac{8\pi G\rho}{3} = -k/r^2,$$

Znak wielkości k określa czy Wszechświat jest w stanie związanym. Wprowadzamy gęstość krytyczną

$$\rho_C = \frac{3H_0^2}{8\pi G}.$$

- Dla $k < 0$, czyli $\rho < \rho_C$ Wszechświat rozszerza się wiecznie.
- Dla $k = 0$, czyli $\rho = \rho_C$ Wszechświat rozszerza się wiecznie, ale prędkość ekspansji dąży do zera.
- Dla $k > 0$, czyli $\rho > \rho_C$ Wszechświat jest związany, czyli przestanie się rozszerzać, a następnie zacznie się kurczyć

$$\vec{v}(\vec{r}, t) = H(t)\vec{r}(t), \quad \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{4}{3}\pi G\rho(t)\vec{r}$$

Równanie na dwie obserwowalne wielkości, czyli zależność gęstości $\rho(t)$ i „stałej” Hubble’a $H(t)$ od czasu t ma postać:

$$\begin{cases} \frac{dH}{dt} + H^2 + \frac{4}{3}\pi G\rho = 0 \\ \frac{d\rho}{dt} + 3H\rho = 0 \end{cases}$$

Rozwiązanie krytyczne:

$$\rho_C = \frac{3H_0^2}{8\pi G}, \quad \rho(t) = \frac{1}{6\pi G} \frac{1}{(t+T)^2}, \quad H(t) = \frac{2}{3(t+T)}$$

Dla $t \rightarrow -T$ $\rho \rightarrow \infty$. Moment $t = -T$, gdzie

$$T = \frac{2}{3} \frac{1}{H_0}$$

określamy jako *Wielki Wybuch* (ang. Big Bang).

Kosmologia w OTW

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

Standardowy model w OTW

Istnieją trzy czasoprzestrzenie spełniające nasze założenia

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2(dr^2 + \text{sinn}^2 r d\Omega^2), \quad d\Omega^2 = \sin^2 \theta d\phi^2 + d\theta^2$$

gdzie „sinus kosmologiczny” to

$$\text{sinn}(r) = \begin{cases} \sin r & \text{dla } k > 0 \\ r & \text{dla } k = 0 \\ \sinh r & \text{dla } k < 0 \end{cases}$$

Równania ruchu wynikające z OTW ze stałą kosmologiczną

$$\begin{cases} 3H^2 - 8\pi G\rho + \frac{3c^2 k}{a^2} - \Lambda c^2 = 0, k = -1, 0, +1 \\ \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{4}{3}\pi G(\rho + 3P/c^2) - \frac{\Lambda c^2}{3} = 0 \end{cases}$$

Użyteczne tożsamości:

$$H = \frac{\dot{a}}{a}, \quad \frac{dH}{dt} + H^2 = \frac{\ddot{a}}{a}$$

$$\frac{dH}{dt} + H^2 + \frac{4}{3}\pi G\rho = 0$$

$$H^2 - \frac{8\pi G\rho}{3} = -\frac{kc^2}{a^2}$$

$$\frac{d\rho(t)}{dt} + 3H\rho = 0$$

$$\frac{dH}{dt} + H^2 + \frac{4}{3}\pi G \left(\rho + \frac{3P}{c^2} \right) - \frac{\Lambda c^2}{3} = 0$$

$$H^2 - \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{\Lambda c^2}{3} = -\frac{kc^2}{a^2}$$

$$\frac{d\rho(t)}{dt} + 3H(\rho + P/c^2) = 0$$

Stałą Λ można wprowadzić do równań jako materię o gęstości ρ_Λ i ujemnym ciśnieniu P_Λ :

$$\rho_\Lambda = \frac{\Lambda c^2}{8\pi G}, \quad P_\Lambda = -\rho_\Lambda c^2 \equiv \varepsilon_\Lambda.$$

równoważną równaniu stanu próżni kwantowej.

Jeżeli na pewnym etapie pojawi się materia (np: pole skalarne) o równaniu stanu równoważnym dużej stałej kosmologicznej (w porównaniu z ρ) to równania Friedmanna redukują się do:

$$\begin{cases} H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 & = \frac{\Lambda c^2}{3} \\ \frac{\ddot{a}}{a} & = \frac{\Lambda c^2}{3} \end{cases}$$

$$H(t) = H_\infty = c\sqrt{\frac{\Lambda}{3}},$$

$$\ddot{a} - H_\infty^2 a = 0 \quad \rightarrow \quad a(t) \propto e^{H_\infty t} = e^{\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} ct}$$

4. Bariogeneza (powstanie asymetrii materia-antymateria)

Brak antymaterii w naszym otoczeniu jest oczywistym faktem obserwacyjnym. Liczba fotonów w porównaniu do liczby barionów

$$\eta = \frac{n_B - n_{\bar{B}}}{n_\gamma} = 6 \times 10^{-10}$$

wskazuje na niemal 100% anihilację. Teoria bariogenezy musi wyjaśnić, dlaczego nie doszło do całkowitej anihilacji.

Kryteria Sacharowa

- 1 brak zachowania liczby barionowej B
- 2 brak zachowania różnicy liczby barionowej B i liczby leptonowej L : $B - L$
- 3 łamanie parzystości ładunkowej C oraz parzystości kombinowanej CP
- 4 brak równowagi termodynamicznej

4. Bariogeneza (powstanie asymetrii materia-antymateria)

Brak antymaterii w naszym otoczeniu jest oczywistym faktem obserwacyjnym. Liczba fotonów w porównaniu do liczby barionów

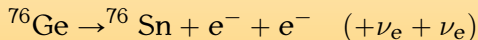
$$\eta = \frac{n_B - n_{\bar{B}}}{n_\gamma} = 6 \times 10^{-10}$$

wskazuje na niemal 100% anihilację. Teoria bariogenezy musi wyjaśnić, dlaczego nie doszło do całkowitej anihilacji.

Kryteria Sacharowa

- 1 brak zachowania liczby barionowej B
- 2 brak zachowania **różnicy** liczby barionowej B i liczby leptonowej L : $B - L$
- 3 łamanie parzystości ładunkowej C oraz parzystości kombinowanej CP
- 4 brak równowagi termodynamicznej

- 1 Dla uzyskania niezerowej liczby barionowej kluczowe jest wytworzenie niezerowej liczby leptonowej.
- 2 Przykładowym procesem łamiącym liczbę leptonową jest hipotetyczny *podwójny bezneutrinowy rozpad β* :



- 3 ν_e byłoby *cząstką Majorany* (anihiluje sama siebie!)
- 4 Potencjalnym procesem generującym asymetrię byłby rozpad nowej cząstki: (ciężkiego) neutrina prawoskrętnego
- 5 12 cząstek/3 rodziny Modelu Standardowego ($u, d, c, b, t, e, \mu, \tau, \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$) zastąpiłaby grupa $\text{SO}(10)$ z 16 cząstkami

5. Złamanie symetrii elektrosłabej. Początek ery radiacyjnej.

$$t \sim 10^{-12} \text{ s} \quad kT \sim 1 \text{ TeV}$$

- Wszechświat osiąga parametry dostępne eksperymentalnie w LHC ($E \simeq 14 \text{ TeV}$),
- Energia termiczna kT jest ciągle znacznie większa od energii spoczynkowej wszystkich cząstek elementarnych:
 - 1 $m_{\text{top}} \simeq 173.1 \text{ GeV}/c^2$,
 - 2 $m_{\text{Higgs}} \simeq 125.1 \text{ GeV}/c^2$,
 - 3 $m_{Z^0} \simeq 91.188 \text{ GeV}/c^2$,
 - 4 $m_{W^-} \simeq 80.385 \text{ GeV}/c^2$,
 - 5 ...
- listę cząstek elementarnych możemy uznać za kompletną.

Równania Friedmanna (wersja OTW):

$$\dot{H} + H^2 + \frac{4}{3}\pi G \left(\rho + \frac{3P}{c^2} \right) - \frac{\Lambda c^2}{3} = 0$$

$$H^2 - \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{\Lambda c^2}{3} = -\frac{kc^2}{a^2}$$

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + P/c^2) = 0$$

po podstawieniu $\Lambda = 0, k = 0, P = \rho c^2/3$ redukują się do:

$$\dot{H} + H^2 + \frac{8}{3}\pi G\rho = 0$$

$$H^2 - \frac{8\pi G\rho}{3} = 0$$

$$\dot{\rho} + 4H\rho = 0$$

Rowiązanie:

$$\rho(t) = \frac{3}{32\pi Gt^2}, \quad H(t) = \frac{1}{2t}, \quad a(t) \propto \sqrt{t}$$

5. Złamanie symetrii elektrosłabej. Mechanizm Higgsa.

(Wczesny) Wszechświat radiacyjny

Początkowo można założyć, że:

- **stała kosmologiczna** jest zaniedbywalna (w jednostkach Plancka wartość stałej kosmologicznej $\Lambda_{Pl} = 10^{-122}$)
- wszystkie znane cząstki elementarne poruszają się z prędkościami skrajnie relatywistycznymi, co pozwala je traktować jak **bezmasowe**
- **równanie stanu materii** (ang. Equation Of State, EOS), czyli funkcja wyliczająca ciśnienie P jako funkcję gęstości ρ , jest identyczna jak dla gazu fotonowego:

$$P = \varepsilon/3 \equiv \frac{\rho c^2}{3}$$

- początkowo geometria jest nieodróżnialna od płaskiej ($k = 0$)

Rowiązanie:

$$\rho(t) = \frac{3}{32\pi G t^2}, \quad H(t) = \frac{1}{2t}, \quad a(t) \propto \sqrt{t}$$

Czas t lub/i gęstość ρ można przeliczyć na temperaturę (lub energię termiczną kT) ze wzoru:

$$\rho c^2 = \frac{1}{2} N(T) a T^4$$

gdzie $a = 4\sigma/c$, σ - stała Stefana-Boltzmana, a liczba wszystkich „cząstek elementarnych”

$$N(T) = \sum_i \frac{7}{8} N_{Fermion} + N_{Boson}$$

Tuż po Wielkim Wybuchu $N_{Fermion} = 90$, $N_{Boson} = 28$ czyli $N = 106.75$.

Skąd oni biorą te liczby?

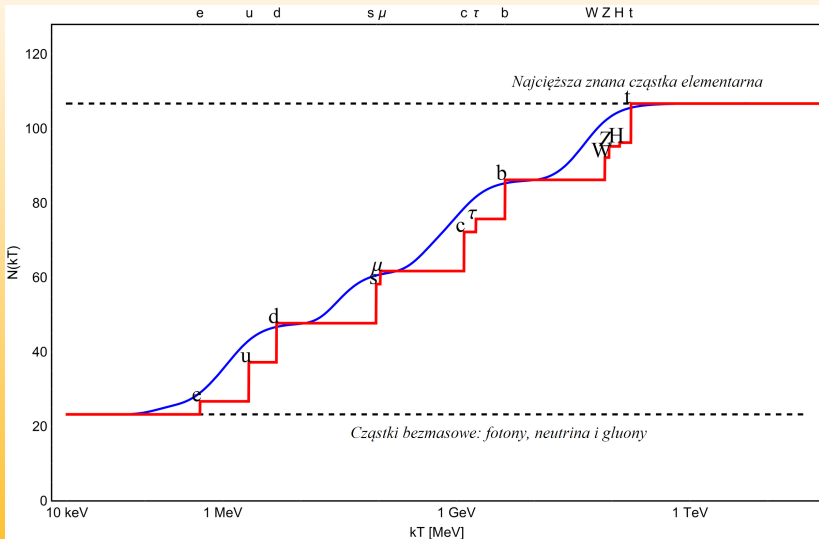
Bozony (28)

- 1 $2 \times \gamma$ – foton (spin=1, masa=0, cząstka=antycząstka)
- 2 $6 \times W^\pm$ – (spin=1, masa>0)
- 3 $3 \times Z^0$ – (spin=1, masa>0, cząstka=antycząstka)
- 4 $16 \times g$ – gluony (spin=1, masa=0, 8 kolorów)
- 5 $1 \times H$ – bozon Higgosa (spin=0)

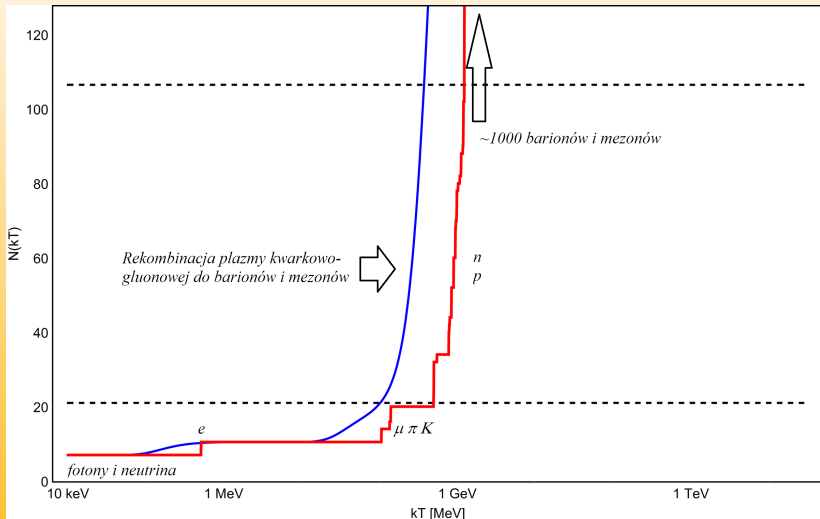
Fermiony (90)

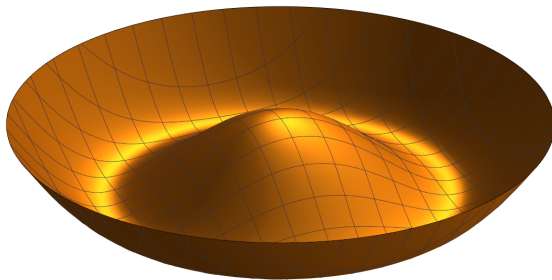
- leptony
 - 1 $12 \times e^\pm, \mu^\pm, \tau^\pm$ – (spin=1/2, masa>0)
 - 2 $6 \times \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau, \bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_\tau$ – neutrina (spin=1/2, masa=0 ?)
- bariony
 - 1 $72 \times u, d, s, c, b, t$ – kwarki (spin=1/2, masa>0, 3 kolory)

Zamrażanie stopni swobody w erze radiacyjnej



Zamrażanie stopni swobody w erze radiacyjnej

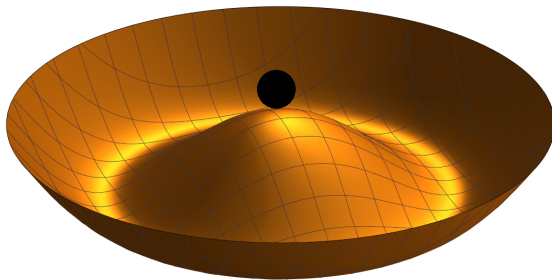




„Meksykański kapelusz”

Typowy potencjał pola skalarnego h w którym może dojść do **spontanicznego łamania symetrii**:

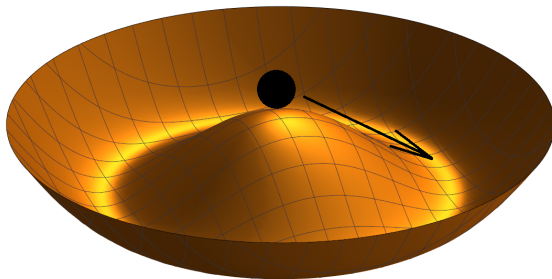
$$V \propto (h^2 - h_0^2)^2.$$



„Meksykański kapelusz”

Typowy potencjał pola skalarnego h w którym może dojść do **spontanicznego łamania symetrii**:

$$V \propto (h^2 - h_0^2)^2.$$



„Meksykański kapelusz”

Typowy potencjał pola skalarnego h w którym może dojść do **spontanicznego łamania symetrii**:

$$V \propto (h^2 - h_0^2)^2.$$

Łamanie symetrii elektrosłabej

PRZED

- 1 B, W_1, W_2, W_3 (4 bezmasowe bozony) – $4 \times 2 = 8$
- 2 Pole Higgsa (dublet zespolony) – 4
- 3 razem 12 stopni swobody

$$\begin{pmatrix} \gamma \\ Z^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \\ W_3 \end{pmatrix}, W^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_1 \pm iW_2)$$

$\theta_W \simeq 28^\circ$ – kąt Weinberga (elektrosłaby kąt mieszania)

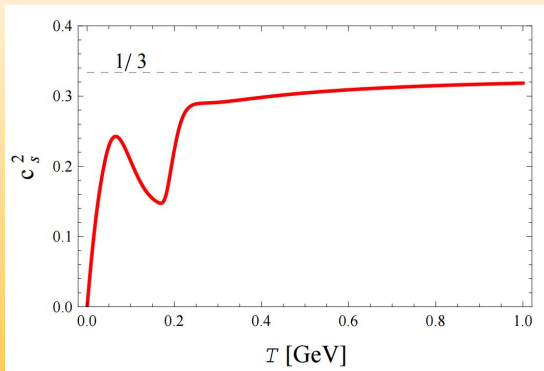
PO

- 1 γ (foton bezmasowy) – 2
- 2 Z^0, W^\pm (3 masywne bozony o spinie 1) – $3 \times 3 = 9$
- 3 H^0 (bozon Higgsa, cząstka o spinie zero) – 1
- 4 razem 12 stopni swobody

- 1 dla $kT > 100$ GeV wszystkie bozony elektroslabe były bezmasowe
- 2 potencjał pola Higgsa $V \propto (h^2 - h_0^2)^2$ jest symetryczny...
- 3 ...ale przejście do minimum kończy się w losowym punkcie
- 4 pochodzenie niektórych parametrów Modelu Standardowego jest czysto losowe
- 5 niezadowoleni z powyższej odpowiedzi szukają ratunku w:
 - teoriach wielkiej unifikacji i innych (supersymetria, struny)
 - **zasadzie antropicznej**
 - hipotezie „multiświata”

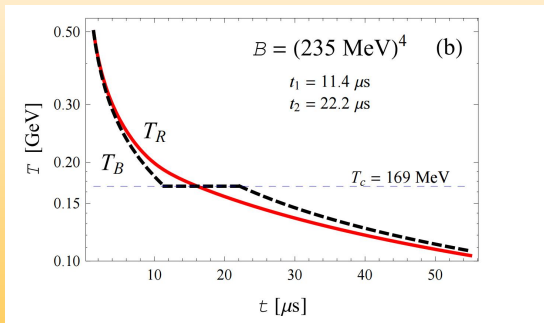
6. Uwięzienie kwarków. Powstanie barionów (protony, neutrony, ...)

6. Rekombinacja plazmy kwarkowo-gluonowej



Źródło: Wojciech Florkowski, The realistic QCD equation of state in relativistic heavy-ion collisions and the early Universe, Nuclear Physics A Volume 853, Issue 1, 1 March 2011, Pages 173-188

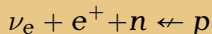
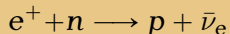
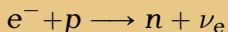
6. Rekombinacja plazmy kwarkowo-gluonowej



Źródło: Wojciech Florkowski, The realistic QCD equation of state in relativistic heavy-ion collisions and the early Universe, Nuclear Physics A Volume 853, Issue 1, 1 March 2011, Pages 173-188

7. Uwolnienie neutrin. Powstanie neutrinowego promieniowania tła.

Proces URCA z udziałem nukleonów

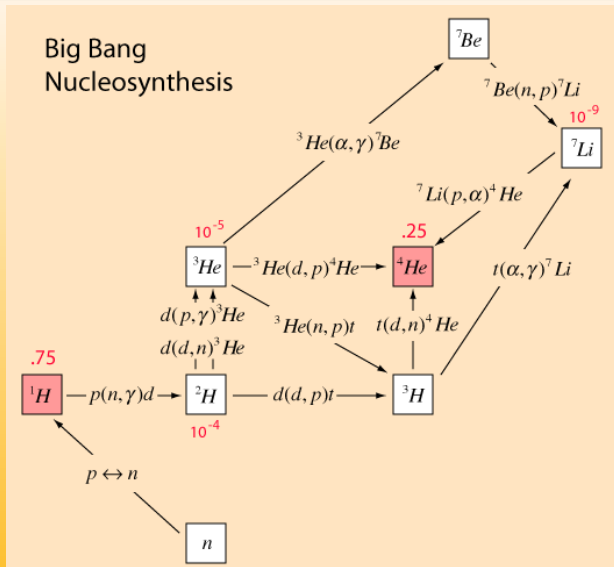


Różnica masy $\Delta Q = 1.3 \text{ MeV}$ (neutron jest cięższy!) W momencie gdy tempo ekspansji Wszechświata staje się większe niż tempo reakcji z udziałem neutrino, stosunek ilości protonów zostaje „zamrożony” na wartości:

$$\frac{n_n}{n_p} = e^{-\Delta Q/kT}.$$

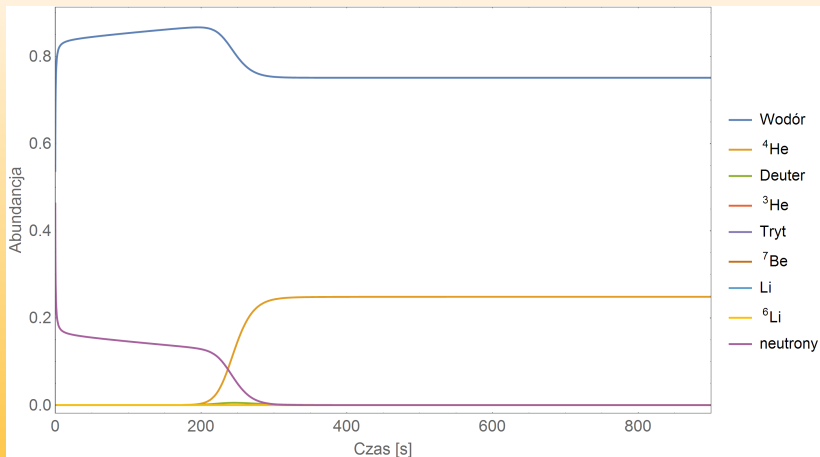
Od momentu gdy neutrino przestają być w równowadze z nukleonami, poruszają się swobodnie tworząc hipotetyczne *neutrinowe promieniowanie tła*. Stosunek neutronów do protonów stanowi warunki początkowe dla kolejnego etapu: kosmologicznej nukleosyntezy.

8. Nukleosynteza kosmologiczna



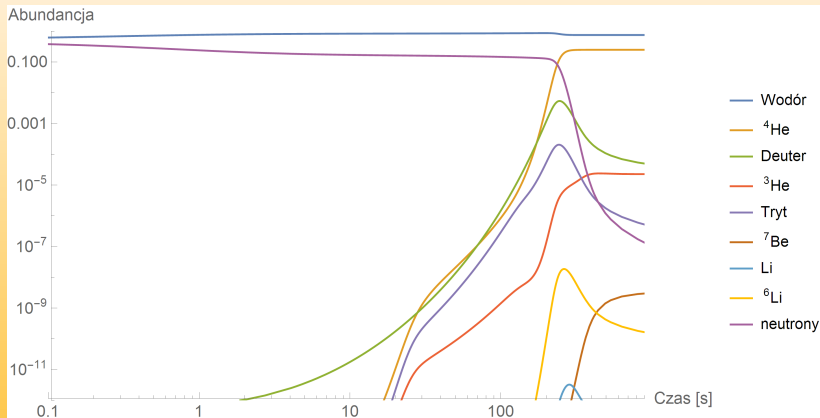
Źródło: http://cococubed.asu.edu/code_pages/net_bigbang.shtml

8. Nukleosynteza kosmologiczna



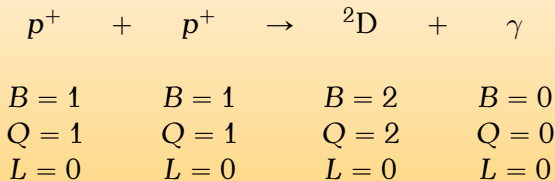
Źródło: http://cococubed.asu.edu/code_pages/net_bigbang.shtml

8. Nukleosynteza kosmologiczna

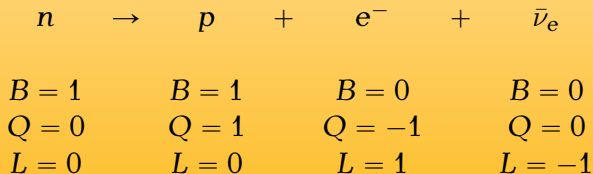


Źródło: http://cococubed.asu.edu/code_pages/net.bigbang.shtml

Rozważmy podstawowe (pierwsze) reakcję kosmologicznej nukleosyntezy, w której produkowany jest deuter (${}^2\text{H}$, czasem oznaczany jako d lub D):

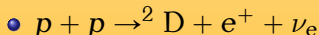


Kolejna kluczowa reakcja to rozpad neutronu:



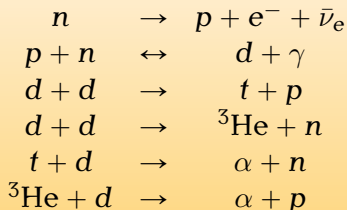
Formalnie mogą występować wszystkie możliwe reakcje dozwolone przez prawa zachowania. W praktyce tempo większości z nich jest pomijalnie małe, co uzasadnia użycie tempa reakcji równego zero, czyli całkowite pominięcie danej reakcji w dalszych rozważaniach.

Przykład: przyjmujemy, że w Wielim Wybuchu **nie zachodzą** możliwe w innych warunkach (np: w Słońcu) reakcje, np:

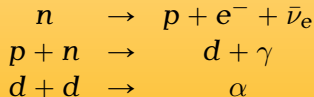


Sieć reakcji tego typu określamy jako **hardwired network**.

Kosmologiczna nukleosynteza (wersja minimum)



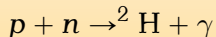
lub w skrócie, zastępując cztery ostatnie reakcje jedną „efektywną”:



W procesie nukleosyntezy, oprócz jąder, biorą udział inne cząstki:

- neutrina powodują utrzymanie protonów i neutronów w *kinetycznej równowadze beta*; w trakcie nukleosyntezy tempo ekspansji staje się większe od tempa reakcji i neutrina ulegają *odseparowaniu* z temperaturą $T_\nu = \sqrt[3]{4/11} T_\gamma$
- fotony γ powodują fotodezintegrację deuteronów
- pozytony anihilują z elektronami: $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$ zwiększając temperaturę; dla $kT > m_e$ są stale obecne

Rozważmy reakcję:



Ilości fotonów γ nie śledzimy *explicitie*. Zostają gęstości neutronów n_n protonów n_p i deuteronów n_d . Ich zmiana w czasie wynosi:

$$\dot{n}_n = -\lambda_{pn}n_p n_n + \dots$$

$$\dot{n}_p = -\lambda_{pn}n_p n_n + \dots$$

$$\dot{n}_d = +\lambda_{pn}n_p n_n + \dots$$

gdzie $\lambda_{pn}(T, \rho)$ to tempo zachodzenia reakcji pn , a kropkami zaznaczono inne reakcje.

$$\dot{n}_n = -\lambda_{pn} n_p n_n + \dots$$

$$\dot{n}_p = -\lambda_{pn} n_p n_n + \dots$$

$$\dot{n}_d = +\lambda_{pn} n_p n_n + \dots$$

- tempo ubywania protonów i neutronów musi być równe tempu produkcji deuteronów
- liczba barionowa jest zachowana, czyli $n_n + n_p + 2n_d = \text{const}$: odpowiednie wyrazy po prawej stronie kasują się
- podobne wyrazy musimy napisać dla każdej z reakcji tworzącej lub niszczącej n , p , d itd.
- układ jest nieliniowy nawet dla $T, \rho = \text{const}$
- układ jest sztywny (stiff), co wymusza rozwiązywanie numeryczne metodami uwikłanymi (implicit)
- da się to robić np: w *Mathematica*: `Method`→"BDF", `MaxDifferenceOrder`→2

Liczba cząstek w rozszerzającym się sześcianie o boku $a(t)$ jest zachowana, np:

$$n_p a^3 = \text{const}$$

Po zróżniczkowaniu i podzieleniu przez a^3 :

$$\dot{n}_p + 3Hn_p = 0,$$

gdzie stała Hubble'a z definicji to $H = \dot{a}/a$.

Układ równań różniczkowych kosmologicznej nukleosyntezy

$$\dot{n}_n + 3Hn_n = -\lambda_n n_n - \lambda_{pn} n_p n_n + \lambda_{d\gamma} n_d$$

$$\dot{n}_p + 3Hn_p = +\lambda_n n_n - \lambda_{pn} n_p n_n + \lambda_{d\gamma} n_d$$

$$\dot{n}_d + 3Hn_d = +\lambda_{pn} n_p n_n - \lambda_{d\gamma} n_d - 2\lambda_{dd} n_d^2$$

$$\dot{n}_\alpha + 3Hn_\alpha = \lambda_{dd} n_d^2$$

Sensowność wypisanego układu równań można sprawdzić np: za pomocą zasady zachowania liczby barionowej:

$$\sum_{i=1}^4 A_i n_i = n_n + n_p + 2n_d + 4n_\alpha = \text{const},$$

lub równoważnie:

$$\dot{n}_n + \dot{n}_p + 2\dot{n}_d + 4\dot{n}_\alpha = 0.$$

9. Koniec Wszechświata radiacyjnego

Wszechświat radiacyjny

$$P = \frac{\rho c^2}{3}$$

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -4H \equiv -4\frac{\dot{a}}{a}$$

$$\rho \propto \frac{1}{a^4}$$

Wszechświat pyłowy

$$P = 0$$

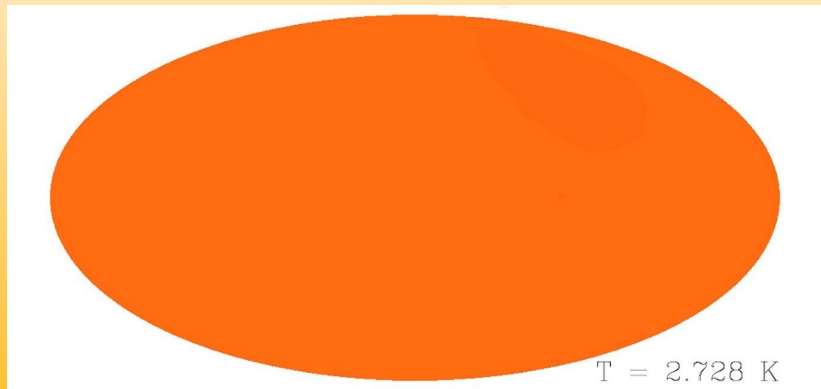
$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -3H \equiv -3\frac{\dot{a}}{a}$$

$$\rho \propto \frac{1}{a^3}$$

Gęstość energii „promieniowania” maleje jak $\frac{1}{a^4}$ (spada zarówno gęstość cząstek jak $1/a^3$ jak ich energia jak $1/a$), co w sposób nieunikniony doprowadza do sytuacji, w której gęstość energii spoczynkowej cząstek „wygrywa”.

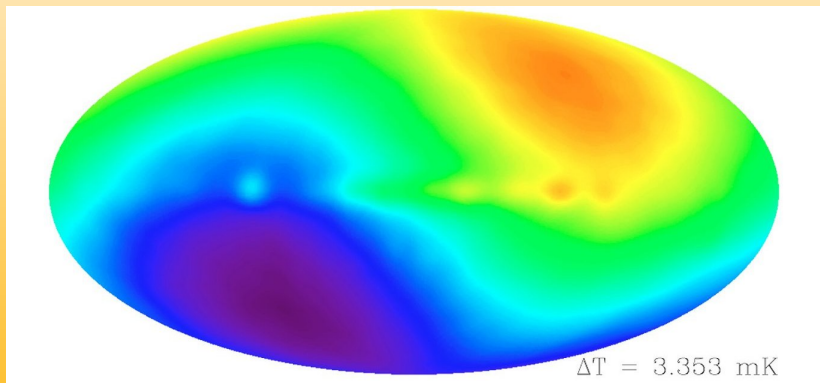
10. Mikrofalowe promieniowanie tła

- z dokładnością 0.1% promieniowanie jest izotropowe
- nasza prędkość we Wszechświecie (tzw. dipol, $v = 600$ km/s)
- fluktuacje po Wielkim Wybuchu



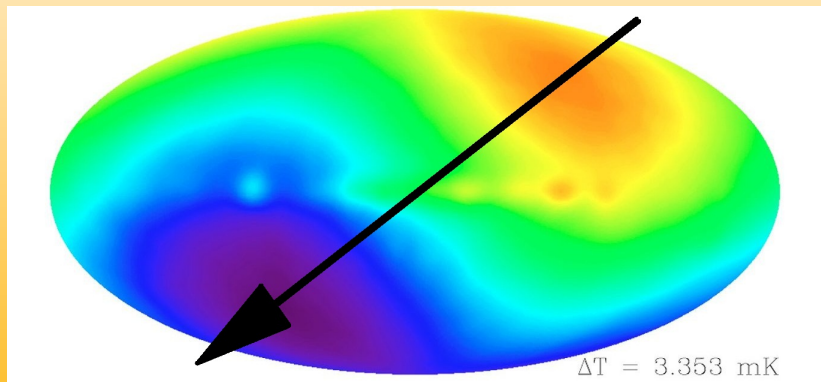
10. Mikrofalowe promieniowanie tła

- z dokładnością 0.1% promieniowanie jest izotropowe
- nasza prędkość we Wszechświecie (tzw. dipol, $v = 600$ km/s)
- fluktuacje po Wielkim Wybuchu



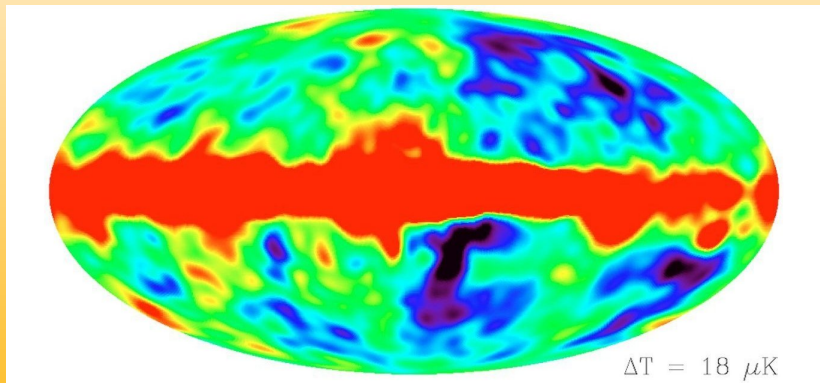
10. Mikrofalowe promieniowanie tła

- z dokładnością 0.1% promieniowanie jest izotropowe
- nasza prędkość we Wszechświecie (tzw. dipol, $v = 600$ km/s)
- fluktuacje po Wielkim Wybuchu



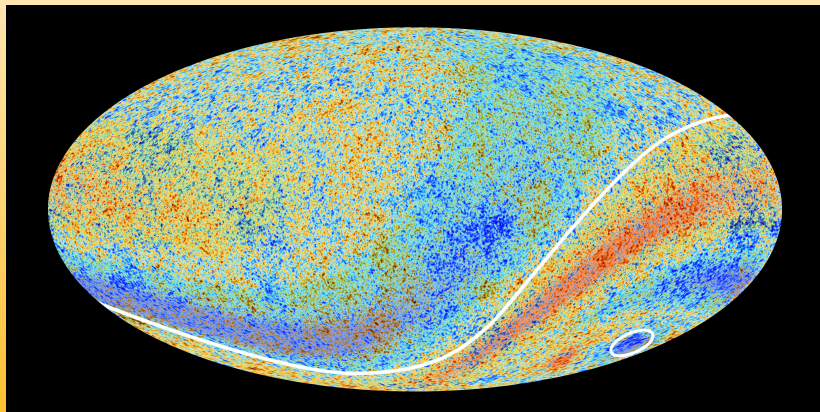
10. Mikrofalowe promieniowanie tła

- z dokładnością 0.1% promieniowanie jest izotropowe
- nasza prędkość we Wszechświecie (tzw. dipol, $v = 600$ km/s)
- fluktuacje po Wielkim Wybuchu



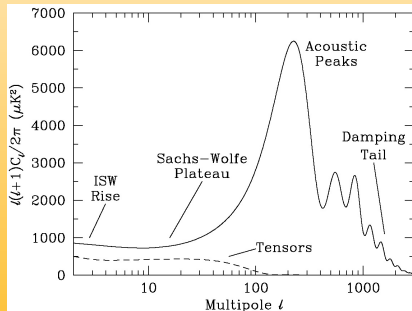
10. Mikrofalowe promieniowanie tła

- z dokładnością 0.1% promieniowanie jest izotropowe
- nasza prędkość we Wszechświecie (tzw. dipol, $v = 600$ km/s)
- fluktuacje po Wielkim Wybuchu



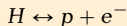
10. Mikrofalowe promieniowanie tła

- z dokładnością 0.1% promieniowanie jest izotropowe
- nasza prędkość we Wszechświecie (tzw. dipol, $v = 600$ km/s)
- fluktuacje po Wielkim Wybuchu



Rekombinacja i (re)jonizacja Wszechświata

Rozważmy rozpad atomu wodoru na proton i elektron:



W równowadze, potencjały chemiczne muszą spełniać:

$$\mu_H = \mu_p + \mu_{e^-}$$

Dla klasycznej granicy relatywistycznego kwantowego gazu doskonałego (Bosego/Fermiego-Diraca):

$$\frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} \pm 1} \rightarrow e^{-(mc^2 + E')/kT} e^{\mu/kT}$$

potencjał chemiczny wynosi:

$$\mu = mc^2 + kT \ln \left(\frac{n}{g} \lambda^3 \right)$$

gdzie $\lambda = h/\sqrt{2\pi mkT}$ to *termiczna długość fali de Broglie'a*.

Wstawiając wzór na μ do równania równowagi otrzymujemy równanie Saha:

$$\frac{n_p n_{e^-}}{n_H} = \frac{g_p g_{e^-}}{g_H} \frac{1}{\lambda_e^3} e^{-\frac{Q}{kT}}$$

gdzie energia wiązania/jonizacji $Q = (m_H - m_p - m_{e^-}) c^2$.

Po rekombinacji, kiedy protony i elektrony połączyły się w neutralne atomy wodoru $p + e^- \rightarrow H$, nastąpiła epoka, w której nie było żadnych źródeł promieniowania.

Jedynym procesem, który nadal zachodził, była N-ciałowa ewolucja „cząstek” ciemnej materii w wyniku której tworzą się zagęszczenia i rozrzedzenia masy

Rozmiary Wszechświata

O ile we wczesnym Wszechświecie, ewolucję kosmosu opisuje się w terminach czasu lub temperatury (ewentualnie kT), po powstaniu CMB powszechnie używa się przesunięcia ku czerwieni z . Czynniki skali a i temperatura CMB wiąże się z z następująco

$$a(z) = \frac{a(0)}{1+z}, \quad T(z) = T(0)(1+z).$$

Przykłady: Wielki Wybuch $z = \infty$; koniec dominacji promieniowania $z = 3600$; rekombinacja/powstanie CMB $z = 1000$; całkowita rejonizacja $z = 6$, obecnie $z = 0$.

Formowanie się struktur

Jak z jednorodnego gazu wyłoniły się pierwsze obiekty i układy?

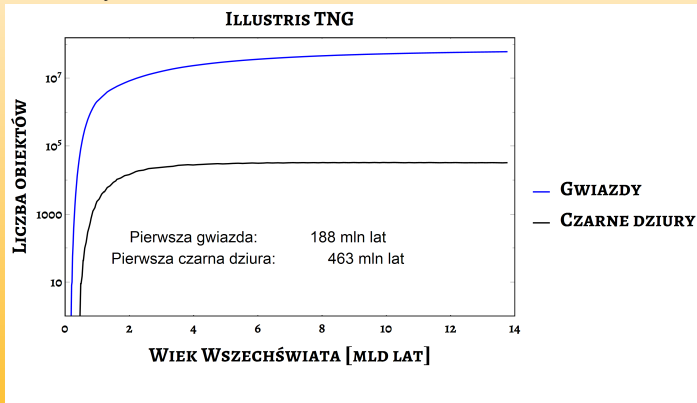
Rdzeniem teorii formowania się struktur, jest N-ciałowa, newtonowska, symulacja „cząstek” ciemnej materii o masach $10^4-8 M_{\odot}$ w układzie współporuszającym się zgodnie z ekspansją Wszechświata.

Formowanie się struktur

- 1 w zagęszczenia ciemnej materii wpływa materia barionowa
- 2 tworzą się pierwsze supermasywne gwiazdy oraz czarne dziury
- 3 gwiazdy i kwazary dokonują stopniowej rejonizacji wodoru
- 4 centralne czarne dziury i supernowe generują przepływy materii silnie wpływające na dalszą ewolucję materii
- 5 skupiska materii tworzą załączki gromad galaktyk, obszary o gęstości niższej niż średnia tworzą pustki (ang. voids)
- 6 galaktyki tworzą się poprzez łączenie mniejszych
 - złączenia (ang. mergers) porównywalnych fragmentów, prowadzące do powstania supermasywnej czarnej dziury i aktywnego jądra galaktyki (AGN, Active Galactic Nuclei, np: kwazara) powodują zniszczenie struktury, usunięcie gazu i uformowanie galaktyki eliptycznej
 - dołączanie do galaktyki licznych, ale mniejszych „halo” prowadzi do powstania galaktyki spiralnej lub soczewkowatej

Pierwsza gwiazda i pierwsza czarna dziura

- 1 kosmos składa się ciągle z **ATOMÓW** wodoru (75% masy) i helu (25% masy)
- 2 grawitacyjna ewolucja cząstek ciemnej materii tworzy **niejednorodności**



Czarne dziury i gwiazdy pierwszymi i kluczowymi obiektami we Wszechświecie.

Chcesz wiedzieć więcej?



Seminarium Astrofizyczne, każda środa 12:30, A-1-08