

Podstawy astrofizyki i astronomii

Andrzej Odrzywołek

Zakład Teorii Względności i Astrofizyki, Instytut Fizyki UJ

13 czerwca 2023



Obiekty zbudowane z milionów ciał: gromady kuliste, galaktyki

Sztandarowym przykładem astrofizycznego obiektu zbudowanego z $N \sim 10^4 \dots 10^6$ gwiazd jest gromada kulista gwiazd.



Symulacja N-body (N-ciał): podstawy

- dla każdego i -tego punktu materialnego o masie m_i druga zasada dynamiki Newtona:

$$m_i \vec{a}_i = \sum'_{j=1}^N \vec{F}_{ij}$$

gdzie \vec{F}_{ij} to wektor siły działającej pomiędzy ciałami o masach m_i i m_j ; suma rozciąga się na wszystkie ciała, za wyjątkiem samego siebie ($i \neq j$), co zwyczajowo oznacza się apostrofem.

- moduł siły $|\vec{F}_{ij}| \equiv F_{ij}$ to newtonowskie prawo ciążenia:

$$F_{ij} = G \frac{m_i m_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^2}$$

gdzie \vec{r}_i to wektor położenia i -tej masy.

- wektor siły \vec{F}_{ij} :

$$\vec{F}_{ij} = -Gm_i \frac{m_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3} (\vec{r}_i - \vec{r}_j)$$

gdzie:

$$|\vec{r}_i - \vec{r}_j| = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}, \vec{r}_i = \{x_i, y_i, z_i\}.$$

Ostatecznie dostajemy układ $3N$ równań różniczkowych 2 rzędu (masa m_i się skraca):

$$\frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = -G \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3} (\vec{r}_i - \vec{r}_j)$$

N-body: uwagi ogólne

- 1 dla $N > 3$ problem musi być rozwiązywany numerycznie (dla $N = 2$ prawa Keplera, dla $N = 3$ dobrze rozwinięta teoria)
- 2 siła, energia potencjalna oraz prędkość mogą dążyć do nieskończoności dla $\vec{r}_i \rightarrow \vec{r}_j$
- 3 teoria Newtona *jest* tylko przybliżeniem OTW
- 4 całkowita energia mechaniczna i kręt zachowane:
kolaps grawitacyjny i tworzenie struktur utrudnione
- 5 realistyczne symulacje wymagają dużego N (np: gromada kulista $N \sim 10^5$, galaktyka $N \sim 10^{11}$, podobnie pierścień Saturna, dyski protoplanetarne, pasy asteroidów, formowanie struktur kosmologicznych)
- 6 dokładne wyznaczenie siły (każdy z każdym) wymaga N^2 operacji matematycznych
 - algorytmy grupowania (drzewa, transformaty fouriera, rozwinięcia multipolowe)
 - użycie kart graficznych

Zmiękczenie siły newtonowskiej

Z następujących powodów:

- 1 matematycznych (dzielenie przez zero)
- 2 informatycznych (przekroczenie zakresu)
- 3 fizycznych (skończone rozmiary gwiazd)
- 4 niestosowalności teorii Newtona ($v > c$, nieograniczona z dołu energia)
- 5 istnienia czarnych dziur

w symulacjach N-ciałowych stosuje się „zmiękczenie” siły newtonowskiej:

$$\vec{F}_{ij} = -\frac{Gm_i m_j}{\sqrt{(\vec{r}_i - \vec{r}_j)^2}^3} (\vec{r}_i - \vec{r}_j) \rightarrow \vec{F}_{ij} = -\frac{Gm_i m_j}{\sqrt{(\vec{r}_i - \vec{r}_j)^2 + \epsilon^2}^3} (\vec{r}_i - \vec{r}_j)$$

Parametr ϵ na sens najmniejszej dopuszczalnej odległości pomiędzy gwiazdami.

W realistycznych symulacjach musimy wziąć pod uwagę nie tylko rozmiary, ale także ewolucję gwiazd oraz ich nieuniknione zderzenia.

Pouczające jest porównanie energii wiązania grawitacyjnego:

- „gromady kulistej” ($M \simeq 10^5 M_\odot$, $R \simeq 10$ pc)

$$E_g \sim \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} \simeq 5 \times 10^{42} \text{ J}$$

- układu podwójnego pary białych karłów o masie $M = 1.44 M_\odot$ w odległości Ziemia-Księżyc $R \simeq 384400$ km

$$E_g \sim \frac{GM^2}{R} \simeq 1.5 \times 10^{42} \text{ J}$$

Wystarczy kilka bliskich spotkań zwartych 3 ciał, aby wprowadzić do układu energię kinetyczną wystarczającą do odparowania całej gromady!

Model sferycznej gromady kulistej o gęstości

$$\rho(r) = \rho_C \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{r^2}{a^2}}^5}, \quad \rho_C = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi a^3}$$

odpowiadającej funkcji Lane-Emdena z $n = 5$

$$w_5(z) = 1/\sqrt{1 + z^2/3}.$$

Rozkład prawdopodobieństwa znalezienia w położeniu \vec{r} jednej z identycznych gwiazd o masie m i prędkości \vec{v} ma postać:

$$f(\vec{r}, \vec{v}) d^3\vec{r}d^3\vec{v} = f(E) 4\pi r^2 dr 4\pi v^2 dv, \quad E = E(r, v)$$

$$f(E) = \frac{24\sqrt{2}}{7\pi^3} \frac{a^2}{G^5 M^4} (-E/m)^{7/2}$$

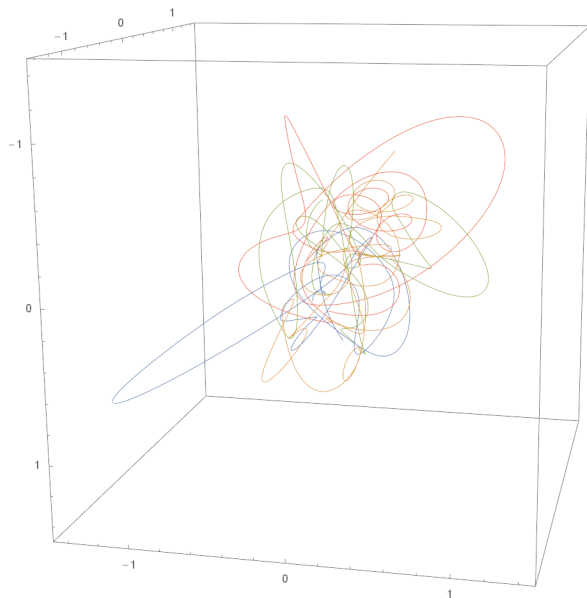
Symulacja N-ciałowa sfery Plummera

- 1 dysponując rozkładem gęstości i rozkładem prawdopodobieństwa w przestrzeni fazowej możemy wylosować warunki początkowe odpowiadające sferze Plummera
- 2 korygujemy współrzędne środka masy i całkowity pęd, tak aby wynosiły zero
- 3 skalujemy współrzędne i prędkość tak, aby dokładnie było spełnione twierdzenie wirialne $2E_{kin} = |E_{pot}|$
- 4 uruchamiamy symulację N-body i obserwujemy

Najważniejsze zaobserwowane zjawiska to:

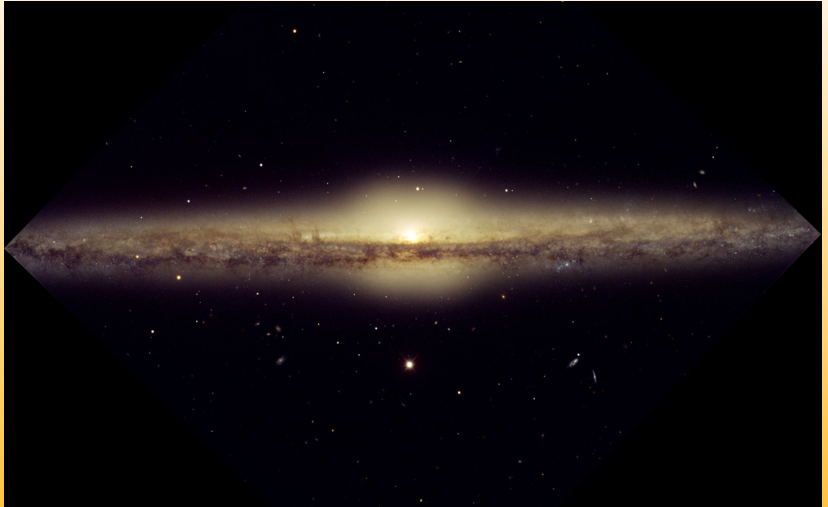
- dla $N \rightarrow \infty$ prawdopodobieństwo oddziaływania spada do zera, pojedyncza cząstka porusza się w uśrednionym polu pozostałych
- **parowanie:** oddziaływania trójciałowe wytwarzają cząstki o prędkościach przekraczających prędkość ucieczki v_{II}
- **segregacja masy:** gwiazdy cięższe/gęstsze dyfundują do centrum
- **kolaps jądra** (ang. core-collapse): w centrum $\rho \rightarrow \infty$ (nie wiadomo czy w tym procesie powstaje czarna dziura, tzw. IMBH)
- zacieśniające się układy podwójne są źródłem energii „termicznej” dla całej gromady, co powoduje zatrzymanie kolapsu i tzw. oscylacje grawitotermiczne
- opór dynamiczny („falowy”)

Min. GC $N=4$

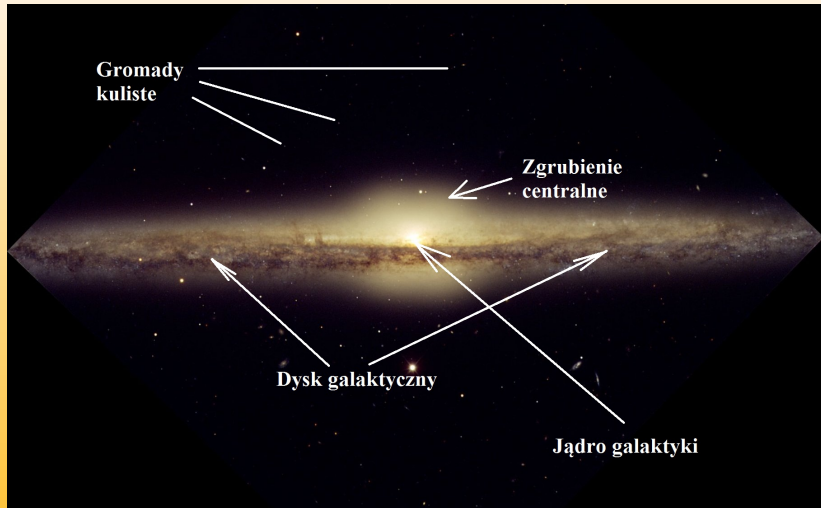


Budowa i cechy galaktyk

Typowe galaktyki spiralne



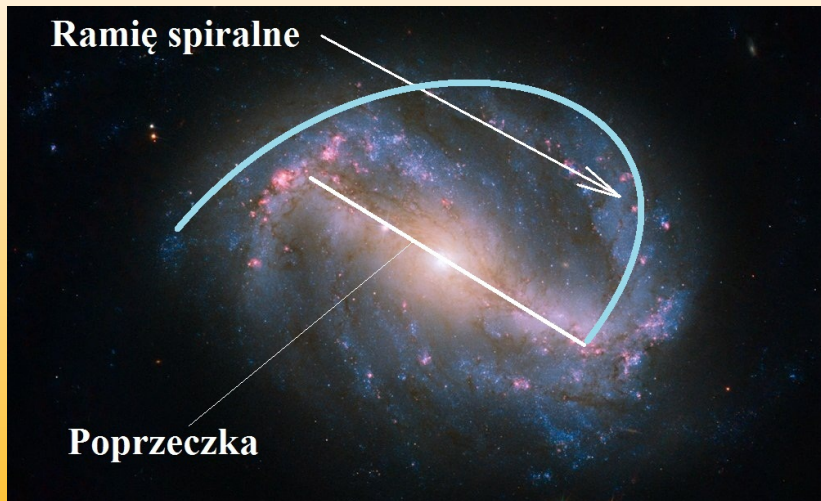
Typowe galaktyki spiralne



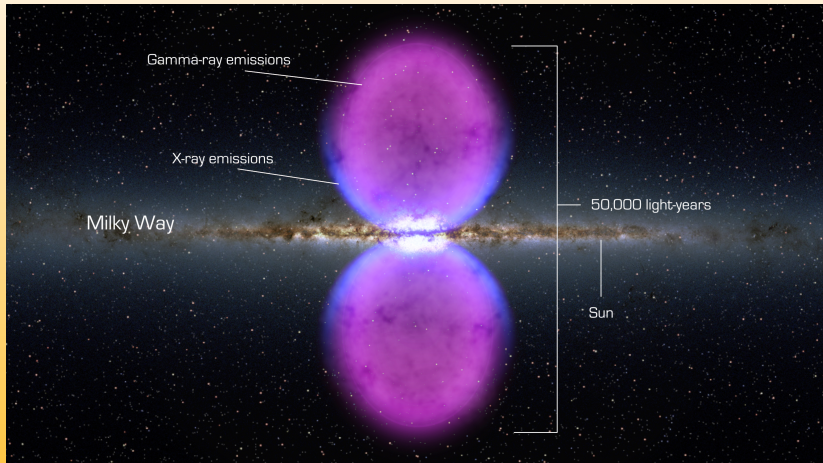
Typowe galaktyki spiralne



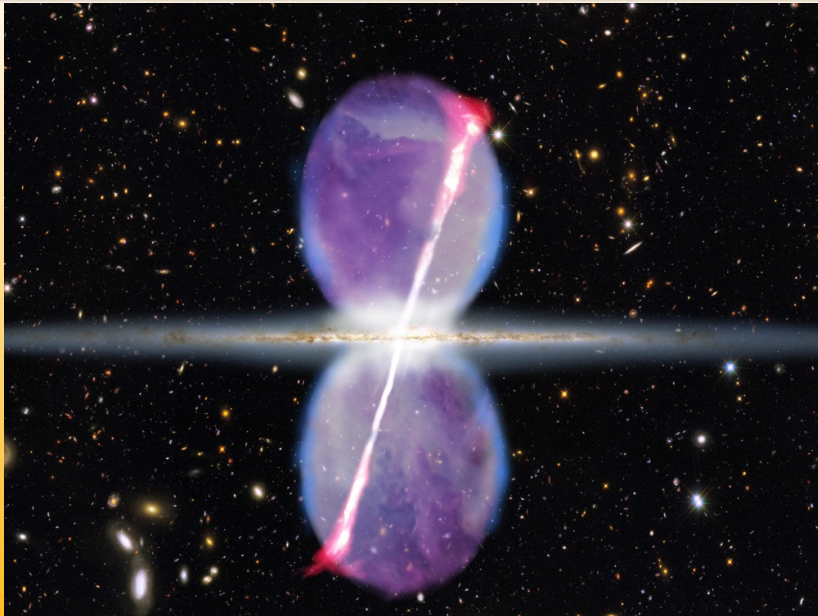
Typowe galaktyki spiralne



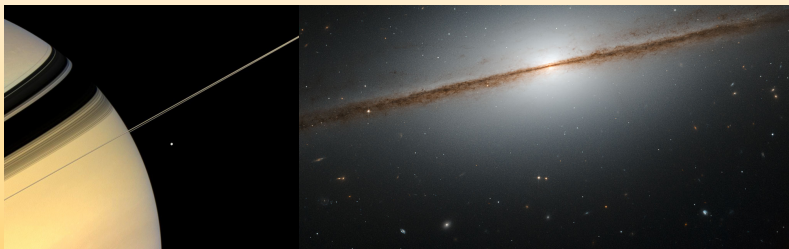
Bąble FERMI



Bąble FERMI



Pierścień Saturna vs dysk Galaktyki

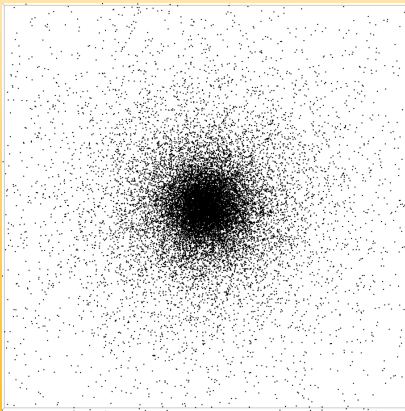


- pierścień: punkty materialne poruszają się w dominującym potencjale Saturna
- dysk galaktyczny: punkty materialne poruszają się w średnim potencjale dysku

Samograwitacja i niestabilność cienkiego dysku

Zarówno analizy stabilności jak i symulacje N-body wykazują niestabilność dynamiczną samograwitującego cienkiego dysku. Istnieją jak dotąd dwie poważne propozycje rozwiązania tego problemu:

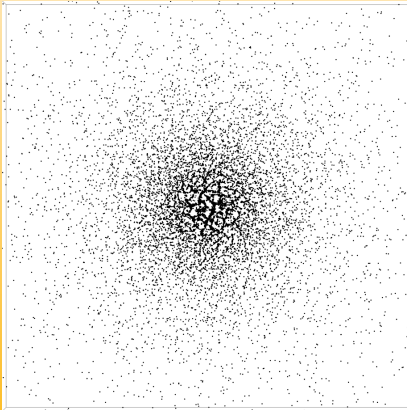
- duża dyspersja prędkości („ciśnienie”) w dysku
- ruch w potencjale sferycznego halo *ciemnej materii*



Samograwitacja i niestabilność cienkiego dysku

Zarówno analizy stabilności jak i symulacje N-body wykazują niestabilność dynamiczną samograwitującego cienkiego dysku. Istnieją jak dotąd dwie poważne propozycje rozwiązania tego problemu:

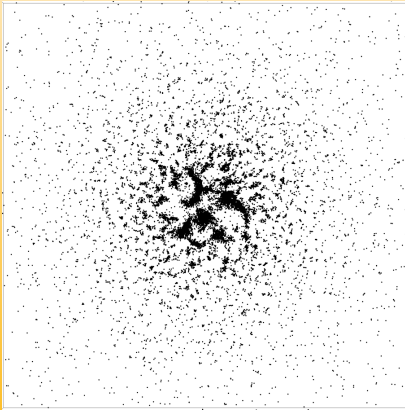
- duża dyspersja prędkości („ciśnienie”) w dysku
- ruch w potencjale sferycznego halo *ciemnej materii*



Samograwitacja i niestabilność cienkiego dysku

Zarówno analizy stabilności jak i symulacje N-body wykazują niestabilność dynamiczną samograwitującego cienkiego dysku. Istnieją jak dotąd dwie poważne propozycje rozwiązania tego problemu:

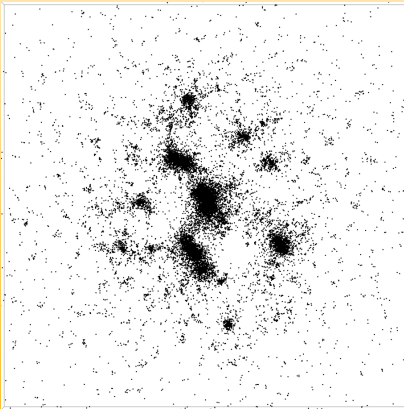
- duża dyspersja prędkości („ciśnienie”) w dysku
- ruch w potencjale sferycznego halo *ciemnej materii*



Samograwitacja i niestabilność cienkiego dysku

Zarówno analizy stabilności jak i symulacje N-body wykazują niestabilność dynamiczną samograwitującego cienkiego dysku. Istnieją jak dotąd dwie poważne propozycje rozwiązania tego problemu:

- duża dyspersja prędkości („ciśnienie”) w dysku
- ruch w potencjale sferycznego halo *ciemnej materii*

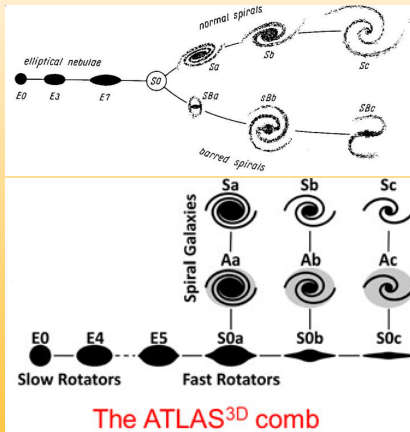


Co powstało ostatecznie w wyniku niestabilności dysku?
Elipsoidalna struktura wypełniona chaotycznie poruszającymi się gwiazdami, podobnie jak w gromadzie kulistej.

- chaotycznie poruszające się gwiazdy, głównie stare
- brak obłoków gazu i pyłu międzygwiazdowego
- supermasywna ($10^8 \dots 10^{11} M_{\odot}$) czarna dziura



Klasyfikacja galaktyk



Czarna dziura otoczona materią produkuje energię a procesie **akrecji**, czyli spadania gazu na obiekt centralny.

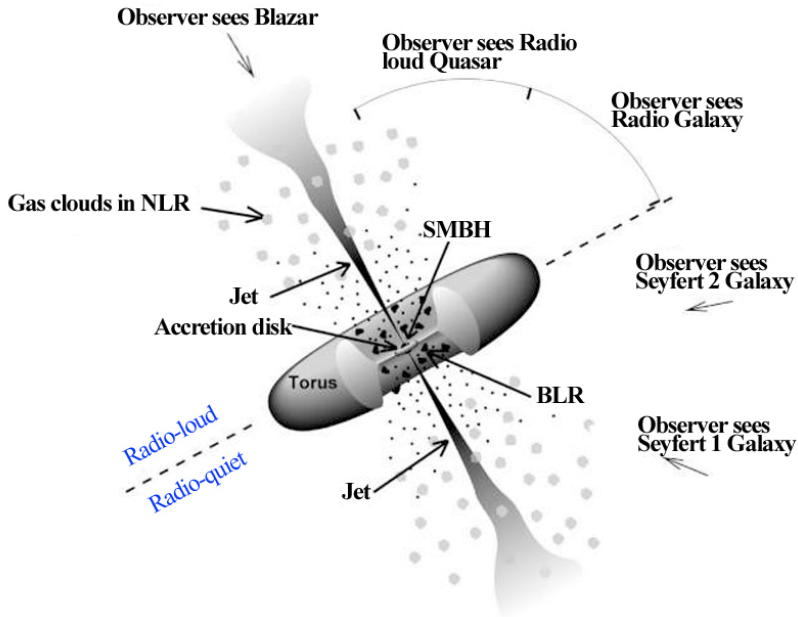
Typowa struktura obiektu to:

- centralna czarna dziura Kerra (rotująca)
- dysk akrecyjny
- torus pyłowy
- strugi materii/promieniowania (ang. *jet*) wyrzucane wzdłuż osi obrotu

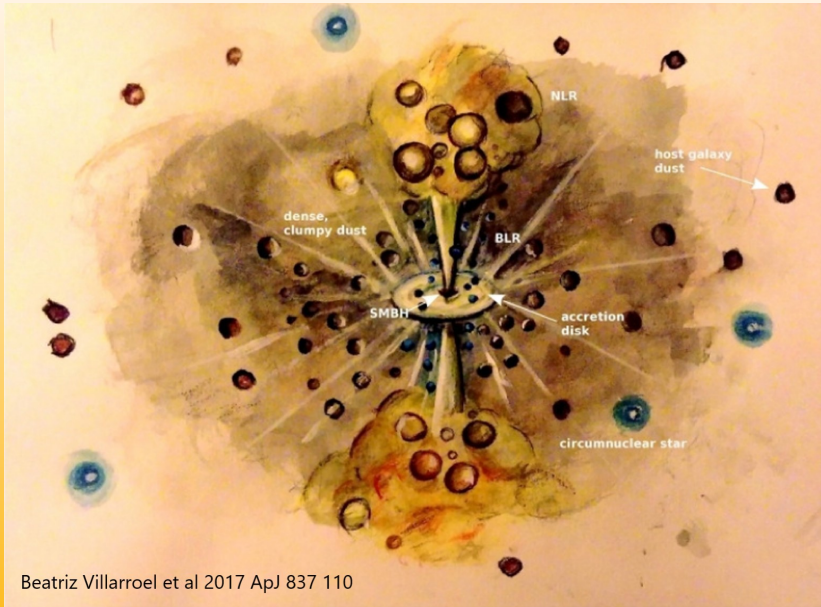
W zależności od stopnia aktywności (istnienia jet-u) i kąta patrzenia obiekt nazywamy:

- blazarem
- kwazarem
- radiogalaktyką
- galaktyką Seyferta
- ...

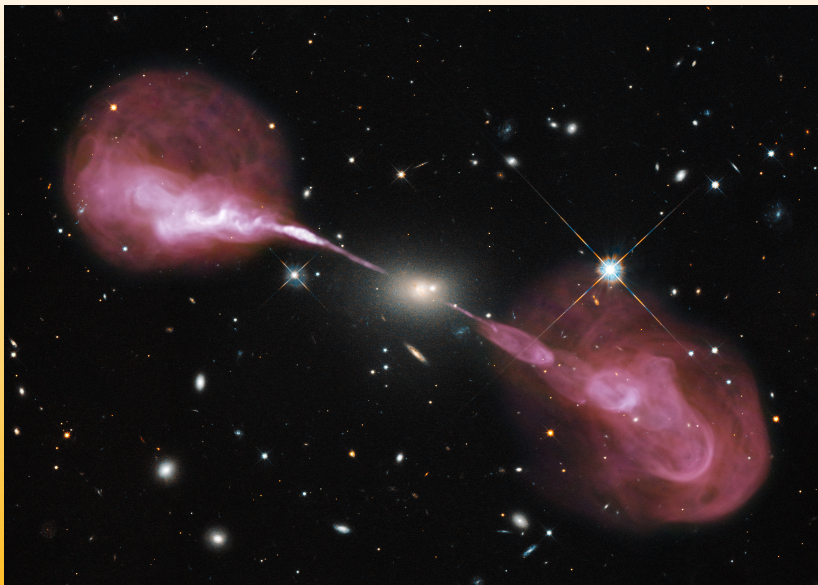
Unifikacyjny obraz AGN-ów



Unifikacyjny obraz AGN-ów



Hercules A



Czarne dziury

- 1 istniały od zawsze? (tzw. pierwotne czarne dziury, ang. *primordial black holes*)
- 2 kolaps (zapadanie grawitacyjne) pierwszych gwiazd
- 3 kolaps N-ciałowy

Teoria grawitacji Newtona

- 1 punkty materialne
- 2 energia potencjalna
 $U \rightarrow -\infty$ dla $r \rightarrow 0$
- 3 prędkości $v \in [0, \infty)$
- 4 ewolucja odwracalna

Teoria grawitacji Einsteina

- 1 czarne dziury/osobliwości
- 2 „energia potencjalna”
skończona
- 3 prędkości $v \in [0, c]$
- 4 wytworzenie/wpadnięcie
do czarnej dziury
nieodwracalne

Prosty rachunek newtonowski (znany od XVIII wieku) pokazuje, że prędkość ucieczki (II prędkość kosmiczna v_{II}) może być większa niż prędkość światła c .

Prędkości kosmiczne

- 1 pierwsza prędkość kosmiczna (prędkość na orbicie kołowej o promieniu R dookoła masy M)

$$v_I = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

- 2 druga prędkość kosmiczna (minimalna prędkość pozwalająca na opuszczenie obiektu o masie M i promieniu R)

$$v_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2}v_I$$

Przyrównanie prędkości ucieczki do $v_I = c$ daje fundamentalny wzór na „promień” czarnej dziury (promień Schwarzschilda):

$$R_g = \frac{2GM}{c^2}.$$

Istnieją przynajmniej 2 sposoby na wytworzenie takiego obiektu:

- 1 ściśnięcie ciała o masie M do promienia R_g (np: supernowa typu implozyjnego)
- 2 gromadzenie coraz większej ilości materii o gęstości ρ (promień grawitacyjny rośnie szybciej niż promień obiektu):

$$R_g = \frac{8\pi G\rho}{3c^2} R^3$$

Dla Słońca $R_g = 2GM_{\odot}/c^2 \simeq 2.94\text{km}$; dla Ziemi
 $R_g = 8.9 \text{ mm}$.

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right) c^2 dt^2 + \frac{1}{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} dr^2 + r^2 \left(\sin^2 \theta d\phi^2 + d\theta^2 \right)$$

Wielkość R_g nazywamy promieniem Schwarzschilda lub grawitacyjnym. Powierzchnia określona jako $r = R_g$ to *horyzont zdarzeń*. W astrofizyce spotykamy je w formie:

- o masach gwiazdowych, kilka-kilkadziesiąt M_\odot ; powstają w kolapsie i zderzeniach gwiazd neutronowych
- supermasywne, o masach milionów M_\odot i więcej; występują w centrach galaktyk (SMBH)

Hipotetyczne czarne dziury o masach pośrednich ($\sim 1000M_\odot$, IMBH) nie zostały dotąd wykryte.

Uwagi

Proces **akrecji** jest efektywnym mechanizmem konwersji masy w energię, z wydajnością do $\sim 10\%$.

Orbity w metryce Schwarzschilda : wprowadzenie

Działanie:

$$S = -m \int ds = -m \int L d\tau$$

Funkcja Lagrange'a:

$$L = \sqrt{\left(1 - \frac{r_g}{r}\right) \dot{t}^2 - \frac{1}{1 - \frac{r_g}{r}} \dot{r}^2 - r^2 \dot{\phi}^2}$$

Warunek normalizacji czteroprędkości (trajektorie czasowe, τ - czas własny):

$$\left(1 - \frac{r_g}{r}\right) \dot{t}^2 - \frac{1}{1 - \frac{r_g}{r}} \dot{r}^2 - r^2 \dot{\phi}^2 = 1$$

Równania Lagrange-Eulera na 3 funkcje $r(\tau)$, $\phi(\tau)$, $t(\tau)$:

$$\frac{d}{d\tau} \frac{\partial L}{\partial \dot{t}} = \frac{\partial L}{\partial t}, \quad \frac{d}{d\tau} \frac{\partial L}{\partial \dot{r}} = \frac{\partial L}{\partial r}, \quad \frac{d}{d\tau} \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} = \frac{\partial L}{\partial \phi}.$$

III prawo Keplera obowiązuje, jeżeli częstość orbitalną Ω mierzymy w nieskoczoności (ω - czas własny), a R jest obwodem okręgu podzielonym przez 2π :

$$\Omega^2 = \frac{GM}{R^3}, \quad \omega^2 = \frac{GM}{R^3} \frac{1}{1 - \frac{3r_g}{2r}}$$

- 1 dla $r/r_g \rightarrow \infty$ orbity eliptyczne (prawa Keplera)
- 2 dla $r \gg r_g$ precesja orbit eliptycznych
- 3 dla $r \sim r_g$ wpadanie pod horyzont

Chcesz wiedzieć więcej?



Seminarium Astrofizyczne, każda środa 12:30, A-1-08

Temporary page!

\LaTeX was unable to guess the total number of pages correctly. As there was some unprocessed data that should have been added to the final page this extra page has been added to receive it.

If you rerun the document (without altering it) this surplus page will go away, because \LaTeX now knows how many pages to expect for this document.