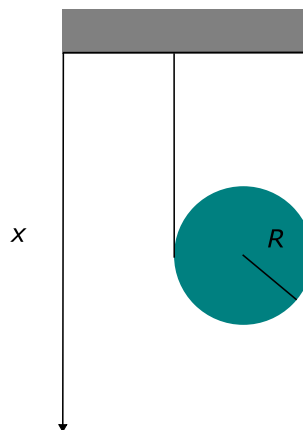


MECHANIKA TEORETYCZNA
Zestaw 3.

1. Rysunek przedstawia model jojo. Krążek ma masę m i promień R . Jako współzrzedną uogólnioną przyjąć wysokość środka krążka. Zapisać funkcję Lagrange'a, znaleźć przyspieszenie krążka.



2. Cząstka o masie m porusza się bez tarcia po powierzchni cylindra o promieniu R , określonego równaniem $\varrho = R$ we współzrzednych walcowych (ϱ, φ, z) . Na cząstkę działa siła $\mathbf{F} = -k\mathbf{r}$, skierowana w stronę początku układu współzrzednych. Przyjmując z i φ za współzrzedne uogólnione, znajdź funkcję Lagrange'a, równania Lagrange'a-Eulera oraz ich rozwiązanie.
3. Określić okres małych drgań dla jednowymiarowego ruchu cząstki o masie m w polu o energii potencjalnej $U(x) = -A/\cosh^2(\alpha x)$.
4. Zbadać małe drgania wokół położenia równowagi dla koralika o masie m poruszającego się bez tarcia po pionowym okręgu o promieniu R ustawionym w jednorodnym polu grawitacyjnym, wirującym ze stałą prędkością kątową Ω .
5. Punkt materialny wykonuje drgania po pewnej krzywej leżącej w płaszczyźnie pionowej (w polu ciężkości). Wyznaczyć kształt krzywej, jeżeli wiadomo, że częstość tych drgań nie zależy od ich amplitudy.
6. Rozważmy płaskie wahadło o masie m i długości l , zawieszony w punkcie materialnym o masie M , mogącym się poruszać po poziomej prostej. Używając jako współzrzednych uogólnionych poziomego położenia x masy M oraz kąta φ między pionem a nicią wahadła, zapisać równania ruchu. Znaleźć wielkości zachowane podczas ruchu. Podać rozwiązanie równań ruchu w przybliżeniu małych drgań.