

ZADANIA Z ALGEBRY Z GEOMETRIĄ
ZESTAW 3.

1. Niech X_r będzie zbiorem złożonym z liczb postaci $a + br$, gdzie r jest ustaloną liczbą niewymierną, a a i b są dowolnymi liczbami wymiernymi.
 - a) Kiedy $X_r = X_{r'}$?
 - b) Proszę wykazać, że każdy ze zbiorów X_r jest podgrupą grupy addytywnej \mathbb{R} .
 - c) Znaleźć wszystkie liczby r , dla których zbiory $X_r^* = X_r \setminus \{0\}$ są podzbiorem grupy mnożeniowej \mathbb{R}^* . Znaleźć najprostszy zbiór takich liczb r , że grupy X_r^* są różne między sobą i wyczerpują wszystkie grupy tego typu.
 - d) Wykazać, że zbiory X_r , gdzie r przyjmuje wartości określone warunkami poprzedniego punktu, tworzą ciała (podciała liczb rzeczywistych ze zwykłymi działaniami).