

Szczególna teoria względności

Zestaw VII

1. Wykazać, że synchronizacja zegarów sygnałami świetlnymi jest zgodna z geometryczną definicją równoczesności. Bierzemy 2 zegary spoczywające w tym samym IUO: zegar Z_1 ma linię świata $x^0 = ct, x = y = z = 0$, zegar Z_2 ma linię świata $x^0 = ct, x = l, y = z = 0$. Z punktu $A(t = t_0)$ na linii świata Z_1 wysyłamy sygnał świetlny, który dociera do Z_2 w punkcie P w chwili $t_1 = t_0 + \frac{l}{c}$ według zegara Z_1 . W P nastawiamy Z_2 na czas $t_0 + \frac{l}{c}$. W tej chwili zegar Z_1 jest w punkcie B swojej linii świata i pokazuje czas $t_0 + \frac{l}{c}$. Wykazać, że zdarzenia B i P są równoczesne.
2. Ziemia Z i planeta P spoczywają w tym samym IUO. Z definicji zdarzenie A na linii świata Z jest równoczesne ze zdarzeniem B na linii świata P . Nad ziemią leci samolot z prędkością $0,2 \frac{km}{s}$ w kierunku planety. W układzie spoczynkowym S samolotu zdarzenie A jest równoczesne ze zdarzeniem B_1 na linii świata P . Z kolei w układzie własnym Z i P zdarzenie B_1 jest równoczesne ze zdarzeniem A_1 na linii świata Z . Jaka jest odległość P od Z (w ich układzie własnym), jeżeli przedział czasu między A i A_1 jest 1000 lat?
3. Dowieść twierdzenia: niech układ S i S' porusza się ze względną prędkością $\vec{V}$ mierzoną w S . W S zachodzą 2 równoczesne zdarzenia, które w przestrzeni łączy wektor $\vec{l}$ ortogonalny do $\vec{V}$, $\vec{l} \cdot \vec{V} = 0$. Wówczas w S' te zdarzenia też są równoczesne.
4. Udowodnij, że w dla dwóch dowolnych zdarzeń rozdzielonych czasowo zawsze istnieje taki układ inercjalny, w którym zachodzą one w tym samym miejscu, natomiast dla dwóch dowolnych zdarzeń rozdzielonych przestrzennie zawsze istnieje taki układ inercjalny, w którym zachodzą one w tym samym czasie.
5. W powieści *Powrót z gwiazd* Stanisława Lema, omawiającej problemy powracającego bliźniaka z paradoksu bliźniąt, znajduje się następujący fragment:

„Jej oczy były uważne i błyszczące.[...]Miałem wtedy trzydzieści lat. Ekspedycja... byłem pilotem wyprawy do Fomalhaut. To jest dwadzieścia lat świetlnych. Lecieliśmy, w jedną i w drugą stronę, sto dwadzieścia lat czasu pokładowego. Cztery dni temu wróciliśmy... „Prometeusz” -mój statek-został na Lunie. Przyjechałem stamtąd dziś. To wszystko.”

Zakładając, że wszystkie konieczne zmiany prędkości następowały momentalnie, a pomiędzy tymi zmianami „Prometeusz” leciał ze stałą prędkością, oblicz prędkość, z jaką leciał z Ziemi do gwiazdy Fomalhaut. Narysuj diagram czasoprzestrzenny ukazujący linie świata Prometeusza i Ziemi, z punktu widzenia Ziemi, zakładając, że statek poruszał się po linii prostej i że startował z Ziemi a po powrocie wylądował na Ziemi a nie Lunie.