ZADANIA Z FIZYKI STATYSTYCZNEJ DUŻEJ
Zestaw VII

1. Proszę dokończyć Zadanie 3 z zestawu V. O otworze w ściance naczynia zakładamy, że jest znacznie mniejszy od odległości pomiędzy cząsteczkami gazu. Przez "prędkość średnią" należy rozumieć średni rzut prędkości cząsteczki na oś prostopałą do ścianki naczynia. Wykonując obliczenia należy uwzględnić, zależne od kąta padania, prawdopodobieństwo trafienia cząsteczki w otwór.

2. W eksperymentach z użyciem pułapki magnetooptycznej, w ramach których po raz pierwszy otrzymano kondensat Bosego-Einsteina w 1995 roku[1], atomy o spinie całkowitym umieszczone są w zewnętrznym potencjale, który w pierwszym przybliżeniu uważamy za paraboliczny. Energie własne atomów w pułapce dane są zatem (z dokładnością do stałej) wyrażeniem
$$E_{n_1,\ldots,n_d} = \hbar\omega\,(n_1 + \ldots + n_d)\,,$$
gdzie $d = 1, 2, 3$ jest wymiarem przestrzeni, zaś n_i są liczbami nieujemnymi. W przypadku obsadzenia bardzo wielu stanów, liczby kwantowe n_i można traktować jako zmienne ciągłe, co prowadzi do wniosku, że relacja dyspersji dla atomów w pułapce jest liniowa. Proszę znaleźć wymiar krytyczny d_c, poniżej którego kondensacja B.-E. nie zachodzi.

3. W 2004 roku odkryto nową, dwuwymiarową odmianę alotropową węgla, tzw. *grafen*. Materiał ten ma szereg nietypowych własności wynikających z faktu, że elektrony w nim można efektywnie opisać jako bezmasowe, relatywistyczne cząstki o spinie $1/2$. Relacja dyspersji dla takich cząstek ma postać
$$E_{\mathbf{k}} = \hbar c|\mathbf{k}|,$$
gdzie $c \approx 10^6 \mathrm{ms}^{-1}$ jest efektywną “prędkością światła”. Proszę przeanalizować własności termodynamiczne gazu elektronowego o takiej relacji dyspersji w dwóch wymiarach, w szczególności sprawdzić czy zmieni się zachowanie ciepła właściwego i podatności magnetycznej.

4. Proszę przypomnieć sobie wyprowadzenie *prawa T^3 Debye'a* dla fononów w krysztale i uogólnić je na dowolną liczbę wymiarów i relację dyspersji postaci $E \propto k^l$, gdzie $l = 1, 2, 3, \ldots$.

[1] Nagroda Nobla z fizyki w 2001 roku dla Cornella, Wiemana i Ketterle'a dotyczyła właśnie z tego doświadczenia.