ZADANIA Z KWANTOWEJ TEORII CIAŁA STAŁEGO

Zestaw I - na 10.10.2002

1. Znaleźć transformację postaci $b_k^\dagger = \sum_i B_{ik} a_i^\dagger$ diagonalizującą hamiltonian:

$$H = \epsilon \sum_{i\sigma} n_{i\sigma} + t \sum_{i\sigma} \left(a_i^\dagger a_{i+1} + \text{h.c.} \right),$$

   dla łańcucha jednowymiarowego. Wyznaczyć energie własne i przedyskutować charakter stanu podstawowego, osobno dla $t < 0$ i $t > 0$.

2. Temat jak w Zadaniu 1, dla hamiltonianu:

$$H = \epsilon_A \sum_{i \in A,\sigma} n_{i\sigma} + \epsilon_B \sum_{j \in B,\sigma} n_{j\sigma} + t_A \sum_{i \in A,\sigma} \left(a_i^\dagger b_{i+1} + \text{h.c.} \right) + t_B \sum_{j \in B,\sigma} \left(b_j^\dagger a_{j+1} + \text{h.c.} \right),$$

   gdzie do podsieci A należą węzły o numerach parzystych, do B - o nieparzystych. *Wskazówka:* zastosować najpierw transformację otrzymaną w Zadaniu 1, niezależnie dla każdej podsieci, a następnie zdiagonalizować otrzymaną macierz 2×2.

3. Rozważyć jednowymiarowy układ identycznych mas m, połączonych sprężynami o stałej sprężystości k, przy czym każda masa jest dodatkowo połączona z punktem odpowiadającym jej położeniu równowagi sprężyną o stałej sprężystości k' (rysunek).

   a) Znaleźć lagrangian układu, równania ruchu i ich rozwiązania (*drgania normalne*).

   b) Wypisać lagrangian we współrzędnych diagonalizujących go, znaleźć relację dyspersji.

   c) Skwantować układ w obrazie Heisenberga (*kwantowanie kanoniczne*).