

# Słońce jako soczewka grawitacyjna gigantycznego teleskopu

Władysław Cynkiewicz

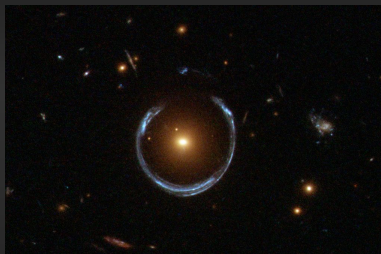
14 kwietnia 2021 roku

# Plan prezentacji:

1. Słoneczna soczewka grawitacyjna (SGL) i model teleskopu
2. Etapy badań
3. Powstawanie obrazu
4. Modelowanie sygnału EM w płaszczyźnie ogniskowej
5. Obrazowanie w optyce geometrycznej i obszary słabej interferencji
6. Podsumowanie i przyszłość badań

# SGL: Narzędzie o ogromnym potencjale

Słoneczna soczewka grawitacyjna (ang. Solar gravitational lens) - umiejętność skupiania światła od dalekich słabych obiektów przez masywny obiekt (w tym przypadku Słońce) poprzez zakrzywienie toru fotonów[2].



Rysunek 1: Pierścień Einsteina w kształcie podkowy [12].

# SGL w liczbach

- ▶ Gdy światło przechodzi obok Słońca, jego tor jest zakrzywiony o kąt:  $\theta = 2r_g/b = 1,75(R_\odot/b)$ , gdzie  $r_g$  - promień Schwarzschilda dla Słońca,  $b$  - parametr zderzenia.
- ▶ Odległości heliocentryczne:  $b^2/(2r_g) = 547,6 (b/R_\odot)^2$  AU.
- ▶ Wzrost własnej jasności:  $4\pi^2 r_g/\lambda = 2,11 \cdot 10^{11} (1\mu m/\lambda)$ , gdzie  $\lambda$  - obserwowana długość fali.
- ▶ Rozdzielczość kątowna:  $\lambda/(2R_\odot) \sim 0,2 (\lambda/1\mu m)$  nas

Wartości te zostały wyprowadzone przez naukowców Slava G. Turyshev oraz Viktor T. Toth w [2].

# SGL: Wymagania do teleskopu

- ▶ Teleskop optyczny, lecz nie jest to konieczne.
- ▶ Wystarczająca rozdzielczość kątowna, by użyć koronografu do blokowania światła Słońca. Apertura teleskopu musi wynosić 1m lub więcej.

# SGL: Etapy badań

- ▶ Badanie fal płaskich odchylanych przez kuliste i przezroczyste Słońce [3].
- ▶ Wprowadzenie nieprzeźroczystego dysku słonecznego i obszaru, na który rzuca on cień oraz badanie wpływu na światło przez koronę słoneczną [4,6-8].
- ▶ Badanie ciał rozciągniętych na skończonych odległościach i obrazu końcowego utworzonego przez SGL [9].
- ▶ Określenie mocy sygnału od odległego obiektu, np. egzoplanety [10].
- ▶ Rozpatrzenie rozkładu natężenia pojawiającego się płaszczyźnie ogniskowej teleskopu jako funkcji odległości od osi optycznej SGL.

# SGL: Dana praca

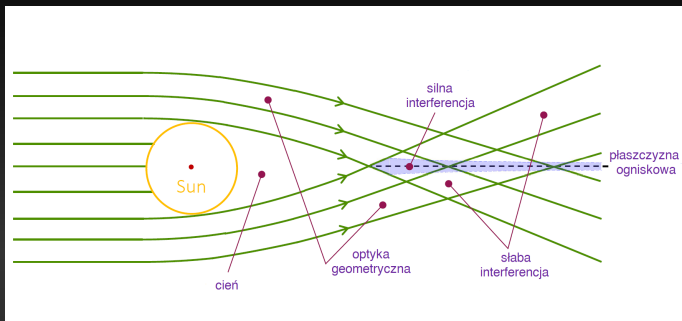
- ▶ Sprawdzenie co "widzi" teleskop zarówno bezpośrednio obok osi optycznej, jak i w dużej odległości od niej, w obszarach optyki geometrycznej.
- 1. Badanie małych odległości od osi optycznej ma zastosowanie w bezpośrednim obrazowaniu w wysokiej rozdzielczości oraz badaniach spektroskopowych słabych źródeł.
- 2. Badanie dużych odległości od osi optycznej ma na celu powiązanie danej pracy a badań mikrosoczewkowania grawitacyjnego.

Wstępne opracowanie pomysłu w raporcie NASA: [5].

# Powstawanie obrazu

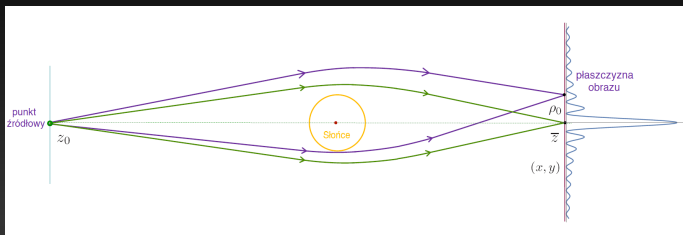


# Obszary optyczne SGL



Rysunek 2: Różne obszary optyczne SGL w odniesieniu do światła ze źródła w nieskończoności. Promienie o większym parametrze zderzenia  $b$  przecinają się w większej odległości, tworząc ogniskową półprostą (pokazaną linią przerywaną). Zaciemniony obszar jest silny obszar interferencji w bezpośrednim sąsiedztwie osi optycznej.

# Obrazowanie źródła punktowego za pomocą SGL



Rysunek 3: Źródło znajduje się na osi optycznej w odległości  $z_0$  od Słońca. Płaszczyzna obrazu znajduje się w odległości heliocentrycznej  $\bar{z}$ . Promienie o różnych ścieżkach optycznych tworzą wzór dyfrakcyjny na płaszczyźnie ogniskowej, która jest obserwowana przez teleskop.

# Parametryzacja płaszczyzny obrazu

$$\{x_0\} \equiv (x_0, y_0) = \rho_0(\cos \phi_0, \sin \phi_0) = \rho_0 \mathbf{n}_0, \quad (1)$$

$$\{x\} \equiv (x, y) = \rho(\cos \phi, \sin \phi) = \rho \mathbf{n}, \quad (2)$$

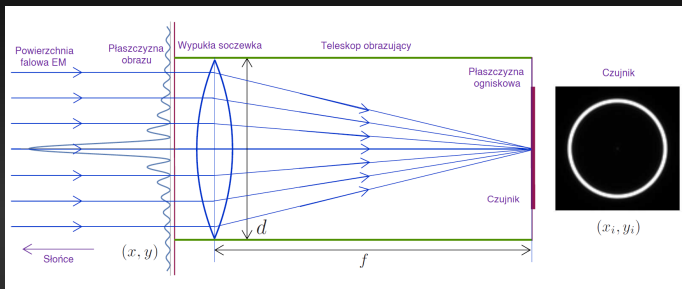
$$\{x_i\} \equiv (x_i, y_i) = \rho_i(\cos \phi_i, \sin \phi_i) = \rho_i \mathbf{n}_i. \quad (3)$$

Pole EM w danym punkcie  $\mathbf{x}_i = (x_i, y_i)$  na płaszczyźnie ogniskowej będzie miało postać:

$$\begin{pmatrix} E_\rho \\ H_\rho \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_\phi \\ -E_\phi \end{pmatrix} = E_0 \mathcal{A}(x_i, x_0) \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \end{pmatrix} e^{i\Omega(r,t)}, \quad (4)$$

gdzie  $\Omega(r, t)$  zależna od czasu faza fali płaskiej.

# Obrazowanie źródła punktowego za pomocą SGL widzianego przez teleskop



Rysunek 4: Teleskop jest reprezentowany przez wypukłą soczewkę z przysłoną  $d$  i ogniskową  $f$ . Optyka teleskopu wyświetla obraz pierścienia Einsteina wokół Słońca w jego płaszczyźnie ogniskowej. Pokazane są również pozycje w płaszczyźnie obrazu SGL  $(x, y)$  i płaszczyźnie ogniskowej teleskopu  $(x_i, y_i)$ .

# Postać amplitudy zespolonej oraz wektora Poytinga

Amplituda będzie określona przez wzór dyfrakcyjny Fresnela-Kirchhoffa:

$$\mathcal{A}(x_i, x_0) = \frac{i}{\lambda_0} \iint_{|\mathbf{x}|^2 \leq (d/2)^2} \mathcal{A}(x, x_0) e^{-i\frac{k}{2f}|\mathbf{x}|^2} \frac{e^{iks}}{s} d^2x \quad (5)$$

W przypadku użycia SGL jest dobrze wyznaczona przez autorów w [2,3,9].

$$\mathcal{A}(x_i, x_0) = -\frac{e^{ikf(1+x_i^2/2f^2)}}{i\lambda f} \iint_{|\mathbf{x}|^2 \leq (d/2)^2} d^2x \mathcal{A}(x, x_0) e^{-i\frac{k}{f}(x \cdot x_i)} \quad (6)$$

$$S_z(x_i, x_0) = \frac{c}{4\pi} \overline{[\text{Re} \mathbf{E} \times \text{Re} \mathbf{H}]} = \frac{cE_0^2}{4\pi} \overline{(\text{Re}[\mathcal{A}(x_i, x_0) e^{i\Omega(t)}])^2} \quad (7)$$

Możemy wyznaczyć zebraną energię i mamy wtedy już obraz obiektu w płaszczyźnie ogniskowej!

# Modelowanie obrazu EM w płaszczyźnie ogniskowej

# Pole EM w obszarze interferencyjnym SGL

Składowa z pola EM:  $(E_z, H_z) = \mathcal{O}(\rho/z, \sqrt{2r_g z}/z_0)$ , zaś inne:

$$\begin{pmatrix} E_\rho \\ H_\rho \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_\phi \\ -E_\phi \end{pmatrix} = E_0 \mathcal{A}(x, x_0) \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \end{pmatrix} e^{i\Omega(r,t)}, \quad (8)$$

gdzie  $\Omega(t) = k(r + r_0 + r_g \ln 2k(r + r_0)) - \omega t$ . Odpowiadająca amplituda zespolona:

$$\mathcal{A}(x, x_0) = \sqrt{\mu_0} J_0 \left( k \sqrt{\frac{2r_g}{z}} |x + x_0| \right), \quad (9)$$

gdzie  $\mu_0 = 2\pi k r_g$ . Dane wyrażenia zachodzą dla rozpraszania tylko, gdy  $\theta + b/z_0 \ll \sqrt{2r_g/r}$  lub, gdy odchylenia od osi optycznej są małe:  $0 \leq \rho \lesssim r_g$

$$\mathcal{A}(x_i, x_0) = -\sqrt{\mu_0} \frac{e^{ikf(1+x_i^2/2f^2)}}{i\lambda f} \iint_{|\mathbf{x}|^2 \leq (d/2)^2} d^2x J_0(\alpha |x + x_0|) e^{-\eta_i(\mathbf{x} \cdot \mathbf{n}_i)}, \quad (10)$$

gdzie  $\alpha = k \sqrt{\frac{2r_g}{z}}$  oraz  $\eta_i = k \frac{\rho_i}{f}$  dwie odpowiednie częstotliwości przestrzenne.

# Obszary powstałe przez zachowanie funkcji Bessela

$\alpha = 48,98(1\mu\text{m}/\lambda)(650\text{AU}/\bar{z})^{\frac{1}{2}}\text{m}^{-1}$ . Także zauważono, że  $(\alpha\rho_0)$  określa zachowanie funkcji Bessela, co daje trzy naturalnie oddzielone obszary o różnych własnościach optycznych.

1. Małe odchylenia  $(\alpha\rho_0) \ll 1$ . Przesunięcia od osi optycznej:  
 $0 \leq \rho_0 \ll 1/\alpha = 2,04 \cdot 10^{-2}(\lambda/1\mu\text{m})(\bar{z}/650\text{AU})^{\frac{1}{2}}\text{m}$
2. Średnie odchylenia  $(\alpha\rho_0) \approx 1$ . Przesunięcia od osi optycznej:  $1/\alpha \leq \rho_0 \approx 10/\alpha = 20(\bar{z}/650\text{AU})^{\frac{1}{2}}\text{cm}$
3. Duże odchylenia  $(\alpha\rho_0) \gg 1$ . Przesunięcia:  
 $\rho_0 > 10/\alpha \approx 20(\bar{z}/650\text{AU})^{\frac{1}{2}}\text{cm}$



# 1. Małe przesunięcia teleskopu od osi optycznej

$|x_0| \ll d$  i małe odchylenia  $\alpha \rho_0 \ll 1$

Rozwijamy wyraz  $|x + x_0|$  do pierwszego rzędu biorąc pod uwagę, że  $\rho_0 \ll |x|$ :

$$|x + x_0| = \rho + \mathcal{O}(\rho_0) \quad (11)$$

$$\mathcal{A}(x_i) = i\sqrt{\mu_0} \left( \frac{kd^2}{8f} \right) \left( \frac{2}{(\alpha^2 - \eta_i^2) \frac{d}{2}} \left( \alpha J_0 \left( \eta_i \frac{d}{2} \right) J_1 \left( \alpha \frac{d}{2} \right) - \eta_i J_0 \left( \alpha \frac{d}{2} \right) J_1 \left( \eta_i \frac{d}{2} \right) \right) + \mathcal{O}(\alpha \rho_0) \right) e^{ikf(1 + \rho^2/2f^2)} \quad (12)$$

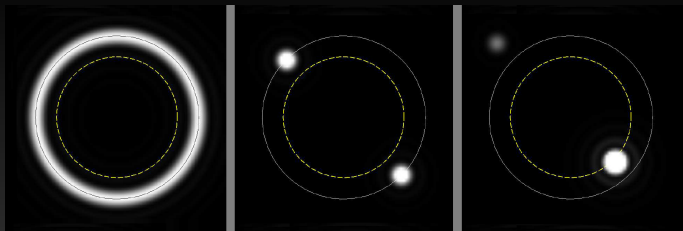
$$S_z(\rho_i) = \frac{cE_0^2}{8\pi} \left( \frac{kd^2}{8f} \right)^2 \mu_0 \left( \frac{2}{(\alpha^2 - \eta_i^2) \frac{1}{2}d} \left( \alpha J_0 \left( \eta_i \frac{1}{2}d \right) J_1 \left( \alpha \frac{1}{2}d \right) - \eta_i J_0 \left( \alpha \frac{1}{2}d \right) J_1 \left( \eta_i \frac{1}{2}d \right) \right) \right)^2 \quad (13)$$

$$S_z^0(\rho_i) = \frac{cE_0^2}{8\pi} \left( \frac{kd^2}{8f} \right)^2 \left( \frac{2J_1 \left( \frac{1}{2}kd \frac{\rho_i}{f} \right)}{\frac{1}{2}kd \frac{\rho_i}{f}} \right)^2 \quad (14)$$

$$S_z(0) = \frac{cE_0^2}{8\pi} \left( \frac{kd^2}{8f} \right)^2 \mu_0 \left( \frac{2J_1 \left( \frac{1}{2}kd \sqrt{\frac{2rg}{z}} \right)}{\frac{1}{2}kd \sqrt{\frac{2rg}{z}}} \right)^2 \quad (15)$$

$$\mu_{\text{det}}^0 = \mu_0 \left( \frac{2J_1 \left( \frac{1}{2}kd \sqrt{\frac{2rg}{z}} \right)}{\frac{1}{2}kd \sqrt{\frac{2rg}{z}}} \right)^2 \simeq 2.02 \times 10^7 \left( \frac{\lambda}{1 \mu\text{m}} \right)^2 \left( \frac{z}{650 \text{AU}} \right)^{2.36} \left( \frac{1 \text{m}}{d} \right)^3 \quad (16)$$

# Przesunięcia od osi optycznej



Rysunek 5: Wykresy gęstości znormalizowanej symulujące obrazy pojawiające się na matrycy optycznej 1-metrowego teleskopu o ograniczonej dyfrakcji. Obserwacje na długości fali =  $1 \mu\text{m}$ , w odległości 1000 AU od Słońca, w różnych pozycjach względem osi optycznej SGL. Po lewej: teleskop jest ustawiony na osi optycznej,  $\rho_0 = 0$ , zgodnie z równaniem (13). Środek: teleskop jest ustawiony kilka metrów od osi optycznej w kierunku  $\phi_0 = -\pi/4$ , ale nadal w obszarze silnej interferencji (23). Po prawej: teleskop jest ustawiony w obszarze słabej interferencji,  $\rho_0 \gtrsim R_\odot$  od osi optycznej, z mniejszym i większym obrazem. Słońce jest zaznaczone przerywaną linią, zaś pierścień Einsteina jest pokazany jako linia ciągła.

# Małe przesunięcia: pierścień Einsteina

$$S_z(\rho_i^{\text{ER}}) = \frac{cE_0^2}{8\pi} \left( \frac{kd^2}{8f} \right)^2 \mu_0 \left( J_0^2 \left( \frac{1}{2} kd \sqrt{\frac{2r_g}{\bar{z}}} \right) + J_1^2 \left( \frac{1}{2} kd \sqrt{\frac{2r_g}{\bar{z}}} \right) \right)^2 \quad (17)$$

$$J_0(x) \simeq \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos \left( x - \frac{\pi}{4} \right) + \mathcal{O}(x^{-1}) \quad \text{and} \quad J_1(x) \simeq \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin \left( x - \frac{\pi}{4} \right) + \mathcal{O}(x^{-1}) \quad (18)$$

$$S_z(\rho_i^{\text{ER}}) = \frac{cE_0^2}{8\pi} \left( \frac{kd^2}{8f} \right)^2 \left( \frac{8\lambda\bar{z}}{\pi^2 d^2} \right) \quad (19)$$

$$\mu_{\text{ER}} = \frac{8\lambda\bar{z}}{\pi^2 d^2} = 7.88 \times 10^7 \left( \frac{\lambda}{1\mu\text{m}} \right) \left( \frac{\bar{z}}{650\text{AU}} \right) \left( \frac{1\text{ m}}{d} \right)^2 \quad (20)$$

### 3. Duże przesunięcia teleskopu od osi optycznej $\rho_0 \gg d$ i duże odchylenia $\alpha\rho_0 \gg 1$

Rozwijamy argument funkcji Bessela podobnie, tylko z założeniem:  $|x| \ll \rho_0$

$$|x + x_0| = \rho_0 + (x \cdot n_0) + \mathcal{O}(\rho^2) \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(x_i, x_0) = & \sqrt{\mu_0} E_0 \frac{1}{\sqrt{2\pi\alpha\rho_0}} \left( \frac{kd^2}{8f} \right) e^{i(kf(1+p^2/2f^2) + \frac{\pi}{2})} \times \\ & \times \left\{ e^{i(\alpha\rho_0 - \frac{\pi}{4})} \left( \frac{2J_1(u_+ \frac{1}{2}d)}{u_+ \frac{1}{2}d} - \frac{id}{2\rho_0} \cos(\phi_0 - \epsilon_+) \frac{2J_2(u_+ \frac{1}{2}d)}{u_+ \frac{1}{2}d} \right) + \right. \\ & \left. + e^{-i(\alpha\rho_0 - \frac{\pi}{4})} \left( \frac{2J_1(u_- \frac{1}{2}d)}{u_- \frac{1}{2}d} - \frac{id}{2\rho_0} \cos(\phi_0 - \epsilon_-) \frac{2J_2(u_- \frac{1}{2}d)}{u_- \frac{1}{2}d} \right) + \mathcal{O}\left(\frac{d^2}{\rho_0^2}\right) \right. \end{aligned} \quad (22)$$

# Duże przesunięcia: pierścień Einsteina i wektor Poytinga

$$S_z(x_i, x_0) = \frac{cE_0^2}{8\pi} \left(\frac{kd^2}{8f}\right)^2 \frac{\sqrt{2rgz}}{2\rho_0} \left\{ \left(\frac{2J_1\left(u_+\frac{1}{2}d\right)}{u_+\frac{1}{2}d}\right)^2 + \left(\frac{2J_1\left(u_-\frac{1}{2}d\right)}{u_-\frac{1}{2}d}\right)^2 + \mathcal{O}\left(\frac{d^2}{\rho_0^2}\right) \right\} \quad (23)$$

$$S_z(\rho_i^{\text{ER}}, \phi_i, x_0) = \frac{cE_0^2}{8\pi} \left(\frac{kd^2}{8f}\right)^2 \frac{\sqrt{2rgz}}{2\rho_0} \left\{ \left(\frac{2J_1\left(\alpha d \sin \frac{1}{2}(\phi_i - \phi_0)\right)}{\alpha d \sin \frac{1}{2}(\phi_i - \phi_0)}\right)^2 + \left(\frac{2J_1\left(\alpha d \cos \frac{1}{2}(\phi_i - \phi_0)\right)}{\alpha d \cos \frac{1}{2}(\phi_i - \phi_0)}\right)^2 \right\} \quad (24)$$

# **Obrazowanie w optyce geometrycznej i obszary słabej interferencji**

# Słaba interferencja: Pole EM

$$\begin{pmatrix} D_\theta \\ B_\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_\phi \\ -D_\phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \end{pmatrix} e^{-i\omega t} \gamma(r, \theta) + \mathcal{O}(r_g^2, \theta^2, b/z_0) \quad (25)$$

$$\begin{pmatrix} D_\theta \\ B_\theta \end{pmatrix}_{\text{in/sc}} = \begin{pmatrix} B_\phi \\ -D_\phi \end{pmatrix}_{\text{in/sc}} = E_0 \mathcal{A}_{\text{in/sc}}(\tilde{r}, \theta) e^{i(k(r+r_0+r_g \ln 4k^2 r_0) - \omega t)} \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \end{pmatrix} \quad (26)$$

$$\mathcal{A}_{\text{in}}(\tilde{r}, \theta) = a_{\text{in}}(\tilde{r}, \theta) \exp \left[ -ik \left\{ \frac{1}{4} \theta \left( \tilde{r} \theta + \sqrt{\tilde{r}^2 \theta^2 + 8r_g \tilde{r}} \right) - r_g + 2r_g \ln \frac{1}{2} k \left( \tilde{r} \theta + \sqrt{\tilde{r}^2 \theta^2 + 8r_g \tilde{r}} \right) \right\} \right], \quad (27)$$

$$\mathcal{A}_{\text{sc}}(\tilde{r}, \theta) = a_{\text{sc}}(\tilde{r}, \theta) \exp \left[ -ik \left\{ \frac{1}{4} \theta \left( \tilde{r} \theta - \sqrt{\tilde{r}^2 \theta^2 + 8r_g \tilde{r}} \right) - r_g + 2r_g \ln \frac{1}{2} k \left( \tilde{r} \theta - \sqrt{\tilde{r}^2 \theta^2 + 8r_g \tilde{r}} \right) \right\} \right], \quad (28)$$

gdzie składowe  $r$ -owe zachowują się jak  $(E_r, H_r)_{\text{in/sc}} \sim \mathcal{O}(\rho/r, b/r_0)$ . Transformacja wyniku na współrzędne walcowe  $(\rho, \phi, z)$ :

$$\begin{pmatrix} E_\rho \\ H_\rho \end{pmatrix}_{\text{in/sc}} = \begin{pmatrix} H_\phi \\ -E_\phi \end{pmatrix}_{\text{in/sc}} = E_0 \mathcal{A}_{\text{in/sc}}(\tilde{r}, \theta) e^{i(k(r+r_0+r_g \ln k^2 r_0) - \omega t)} \begin{pmatrix} \cos \bar{\phi} \\ \sin \bar{\phi} \end{pmatrix}, \quad (29)$$

gdzie składowe  $z$ -owe zachowują się jak  $(E_z, H_z)_{\text{in/sc}} \sim \mathcal{O}(\rho/z, \sqrt{2r_g z}/z_0)$ , zaś  $\bar{\phi}$  odpowiada obróconej osi  $\bar{z}$ .

# Ogromne przesunięcia od osi optycznej

W danym przypadku osiągamy dobre przybliżenia dla optyki geometrycznej.

$$\begin{pmatrix} E_\rho \\ H_\rho \end{pmatrix}_{\text{in/sc}} = \begin{pmatrix} H_\phi \\ -E_\phi \end{pmatrix}_{\text{in/sc}} = E_0 \mathcal{A}_{\text{in/sc}}(x, x_0) e^{i(k(r+r_0+r_g \ln k^2 r_0) - \omega t)} \begin{pmatrix} \cos \bar{\phi} \\ \sin \bar{\phi} \end{pmatrix} \quad (30)$$

$$\mathcal{A}_{\text{in}}(x, x_0) = a_{\text{in}}(\rho_0, \tilde{r}) \exp(i\delta\varphi_{\text{in}}(\rho_0, \tilde{r}) - i(\xi_{\text{in}}(x \cdot \mathbf{n}_0) + \eta_i(x \cdot \mathbf{n}_i))) \quad (31)$$

$$\mathcal{A}_{\text{sc}}(x, x_0) = a_{\text{sc}}(\rho_0, \tilde{r}) \exp(i\delta\varphi_{\text{sc}}(\rho_0, \tilde{r}) + i(\xi_{\text{sc}}(x \cdot \mathbf{n}_0) - \eta_i(x \cdot \mathbf{n}_i))) \quad (32)$$

Wyznaczając postać  $a_{\text{in/sc}}$  i  $\delta\phi_{\text{in/sc}}$ , dostajemy:

$$\mathcal{A}_{\text{in}}(x_j, x_0) = \left(\frac{kd^2}{8f}\right) \left\{ a_{\text{in}} \left( \frac{2J_1\left(v_+ \frac{1}{2}d\right)}{v_+ \frac{1}{2}d} \right) e^{i\left(kf\left(1+\mathbf{x}_i^2/2f^2\right) + \delta\varphi_{\text{in}}(\rho_0, \tilde{r}) + \frac{\pi}{2}\right)} + \mathcal{O}\left(\frac{r_g^2}{f}\right) \right\} \quad (33)$$

$$\mathcal{A}_{\text{sc}}(x_j, x_0) = \left(\frac{kd^2}{8f}\right) \left\{ a_{\text{sc}} \left( \frac{2J_1\left(v_- \frac{1}{2}d\right)}{v_- \frac{1}{2}d} \right) e^{i\left(kf\left(1+\mathbf{x}_i^2/2f^2\right) + \delta\varphi_{\text{sc}}(\rho_0, \tilde{r}) + \frac{\pi}{2}\right)} + \mathcal{O}\left(\frac{r_g \rho_0^2}{\tilde{r}^3}\right) \right\} \quad (34)$$



# Ogromne przesunięcia od osi optycznej: wektor Poytinga

Słaby pik poza pierścieniem Einsteina:

$$S_{\text{geom.o.}}(\xi_i^{\text{in}}, x_0) = \frac{cE_0^2}{8\pi} \left(\frac{kd^2}{8f}\right)^2 \left\{ \left( \frac{2J_1(\xi_{\text{in}} d \cos \frac{1}{2}(\phi_i - \phi_0))}{\xi_{\text{in}} d \cos \frac{1}{2}(\phi_i - \phi_0)} \right)^2 + \mathcal{O}\left(\frac{r_g^2}{g}\right) \right\} \quad (35)$$

Mocny pik wewnątrz pierścienia Einsteina:

$$S_{\text{weak.int.}}(x_j, x_0) = \frac{cE_0^2}{8\pi} \left(\frac{kd^2}{8f}\right)^2 \left\{ a_{\text{in}}^2 \left( \frac{2J_1(v_+ \frac{1}{2}d)}{v_+ \frac{1}{2}d} \right)^2 + a_{\text{sc}}^2 \left( \frac{2J_1(v_- \frac{1}{2}d)}{v_- \frac{1}{2}d} \right)^2 + \mathcal{O}\left(\frac{rg\rho_0^2}{\tilde{r}^3}\right) \right\} \quad (36)$$

Rozkład natężenia na pierścieniu Einsteina:

$$S_{\text{weak.int.}}(\xi_i^{\text{ER}\pm}, x_0) = \frac{cE_0^2}{8\pi} \left(\frac{kd^2}{8f}\right)^2 \cdot \left\{ \left( \frac{2J_1(\xi_{\text{in}} d \cos \frac{1}{2}(\phi_i - \phi_0))}{\xi_{\text{in}} d \cos \frac{1}{2}(\phi_i - \phi_0)} \right)^2 + \left( \frac{2rg\tilde{r}}{\rho_0^2} \right)^2 \left( \frac{2J_1(\xi_{\text{sc}} d \sin \frac{1}{2}(\phi_i - \phi_0))}{\xi_{\text{sc}} d \sin \frac{1}{2}(\phi_i - \phi_0)} \right)^2 \right\} \quad (37)$$

# Podsumowanie badań

- ▶ Zbadaliśmy proces tworzenia obrazu oraz rozkład natężenia pola EM,
- ▶ Rozpatrzyliśmy kilka obszarów o różnych własnościach optycznych,
- ▶ Ustaliliśmy wymagania do teleskopu, by można było zastosować na nim koronograf i uchwycić obraz pierścienia Einsteina,
- ▶ Rozpatrzyliśmy obszary silnej interferencji w bezpośredniej odległości od osi optycznej,
- ▶ Rozpatrzyliśmy obszary słabej interferencji i optyki geometrycznej i opisaliśmy zjawisko mikrosoczewkowania grawitacyjnego z punktu widzenia optyczno-falowego.

# Przyszłość badań

- ▶ Praktyczne zastosowanie SGL
- ▶ Badanie i tworzenie odpowiednich narzędzi do przyszłych misji

Prace są wykonywane częściowo w Jet Propulsion Laboratory i California Institute of Technology pod kontraktem z NASA.

# Bibliografia

- [1] S. G. Turyshev and V. T. Toth, Phys. Rev. D 101, 044048 (2020), arXiv:1911.03260 [gr-qc].
- [2] S. G. Turyshev, Phys. Rev. D 95, 084041 (2017), arXiv:1703.05783 [gr-qc].
- [3] S. G. Turyshev and V. T. Toth, Phys. Rev. D 96, 024008 (2017), arXiv:1704.06824 [gr-qc].
- [4] S. G. Turyshev and V. T. Toth, Phys. Rev. D 99, 024044 (2019), arXiv:1810.06627 [gr-qc].
- [5] S. G. Turyshev et al., Direct Multipixel Imaging and Spectroscopy of an Exoplanet with a Solar Gravity Lens Mission, The Final Report for the NASA's Innovative Advanced Concepts (NIAC) Phase I proposal (2018), arXiv:1802.08421.
- [6] S. G. Turyshev and V. T. Toth, Phys. Rev. A 97, 033810 (2018), arXiv:1801.06253 [physics.optics].
- [7] S. G. Turyshev and V. T. Toth, Phys. Rev. D 98, 104015 (2018), arXiv:1805.10581 [gr-qc].
- [8] S. G. Turyshev and V. T. Toth, Journal of Optics 21, 045601 (2019), arXiv:1805.00398 [physics.optics].
- [9] S. G. Turyshev and V. T. Toth, Phys. Rev. D 100, 084018 (2019), arXiv:1908.01948 [gr-qc].
- [10] S. G. Turyshev and V. T. Toth, submitted, Phys. Rev. D (2019), arXiv:1909.03116 [gr-qc].
- [11] M. Born and E. Wolf, Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light (Cambridge University Press; 7th edition, October 13, 1999).
- [12] [https://en.wikipedia.org/wiki/Einstein\\_ring](https://en.wikipedia.org/wiki/Einstein_ring)

Dziękuję za uwagę!