Widmo energetyczne neutrin i antyneutrin elektronowych w stanie NSE

Andrzej Odrzywolek

Instytut Fizyki UJ, Zakład Teorii Względności i Astrofizyki

08.09.2008, środa, 13:15

Źródła neutrin i antyneutrin

Źródła neutrin na Ziemi

- reaktory jądrowe
- skorupa, płaszcz i jądro Ziemi
- akceleratory
- materiay β -radioaktywne
- o neutrina atmosferyczne

Kosmiczne źródła neutrin

- Słońce
- 2 supernowe, rozbłyski gamma i nowe (w tym rentgenowskie)
- gwiazdy, białe karły i gwiazdy neutronowe
- dyski akrecyjne
- Skosmologiczne neutrina reliktowe (supernowe i wielki wybuch)

イロト イヨト イヨト イヨト

Co wiemy na temat emisji neutrin z rozpoznanych źródeł?

Neutrina jako mechanizm chłodzenia

- Szczegółowa i dobrze ugruntowana wiedza
- większość procesów opisana już w latach 60-tych w ramach modelu Fermiego
- po ugruntowaniu modelu Weinberga-Salama i SN1987A jeden z najsolidniejszych fundamentów współczesnej astrofizyki

Średnia energia neutrin

- pomimo, że prace oryginalne często zawierają tego typu informacje, modele astrofizyczne zwykle ją pomijają
- wyjątek stanowią rekacje β z udziałem jąder, gdzie średnia energia i strumień neutrin są niezbędne aby równocześnie oszacować chłodzenie neutrinowe i neutronizację materii
- bywa że średnia energia jest "zgadywana"; zwykle błędnie

Kiedy strumień i średnia energia nie wystarczają?

- oddziaływanie (podgrzewanie) neutrinowe
- 2 transport neutrin
- oscylacje neutrin
- O nukleosynteza z udziałem neutrin
- **o** katalizowane antyneutrinami spalanie wodoru
- o detekcja neutrin w detektorach

Dotychczasowe prace zawierające widmo neutrin

Bardzo precyzyjnie znane widmo energetyczne

- neutrina Słoneczne
- 2 geoneutrina
- $\textbf{0} \text{ rozpady } \beta \text{ pojedynczych jąder w warunkach laboratoryjnych }$

Znane widmo energetyczne

- neutrina reliktowe
- 2 neutrina reaktorowe
- neutrina z kolapsu grawitacyjnego

Znane średnie energie/ rozkład na zapachy

- złaczenia gwiazd neutronowych
- 2 protogwiazdy neutronowe

Procesy produkujące neutrina

Procesy termiczne

- **()** anihilacja par: $e^+ + e^- \rightarrow \nu + \bar{\nu}$
- **2** rozpad plazmonu: $\gamma_* \rightarrow \nu + \bar{\nu}$
- () fotoprodukcja: $\gamma + e^- \rightarrow e^- + \nu + \bar{\nu}$
- **③** brehmstrahlung, rekombinacja $(A, Z)^* \rightarrow (A, Z) + \nu + \bar{\nu}$

Procesy jądrowe

$$e^{-} + (A, Z) \longrightarrow (A, Z-1) + \nu_{e}$$

$$\uparrow \qquad \downarrow$$

$$\bar{\nu}_{e} + e^{-} + (A, Z) \longleftarrow (A, Z-1)$$

$$e^{+} + (A, Z-1) \longrightarrow (A, Z) + \bar{\nu}_{e}$$

$$\uparrow \qquad \downarrow$$

$$\nu_{e} + e^{+} + (A, Z-1) \longleftarrow (A, Z)$$

A. Odrzywołek

Widmo energetyczne neutrin i antyneutrin elektronowych w sta

Przykład: protony i neutrony

Proces URCA z udziałem nukleonów

$$(A = 1, Z = 1) \equiv^{1} H \equiv p, \qquad (A = 1, Z = 0) \equiv n$$
$$e^{-} + p \longrightarrow n + \nu_{e}$$
$$\bar{\nu}_{e} + e^{-} + p \longleftarrow n$$

$$e^+ + n \longrightarrow p + \bar{\nu}_e$$

 $\nu_e + e^+ + n \nleftrightarrow p$

Różnica masy Q = 1.3 MeV (neutron jest cięższy!)

Dla jąder atomowych zdarza się że rozpad jest możliwy nawet gdy produkt jest cięższy o ile stan początkowy jest wzbudzony i jego energia E > Q + me !

Szybkość rozpadu neutronu

$$\lambda_n \propto |M|^2 \int \delta(E_e + \mathcal{E}_{ar{
u}_e} - Q) d^3 \mathbf{p}_e \, d^3 \mathbf{p}_{ar{
u}_e}$$

Uwagi metodyczne:

- funckja δ (zasada zachowania energii) może być wykorzystana aby z całki wyeliminować energię i pęd antyneutrina lub elektronu
- 2 100% podręczników i większość publikacji eliminuje antyneutrina i całkuje po energii elektronu
- jeżeli postapimy przeciwnie zyskujemy (1) znacznie prostsze granice całkowania (2) widmo energetyczne antyneutrin (3) zamiast 4 różnych wzorów właściwie jedno wyrażenie dla β⁻, β⁺, ε⁻, ε⁺

Rozpad swobodnego neutronu c.d.

Szybkość rozpadu neutronu

Pamiętając, że : $d^3 \mathbf{p}_e \propto p_e^2 dp_e, d^3 \mathbf{p}_{\bar{\nu}_e} \propto p_{\bar{\nu}_e}^2 dp_{\bar{\nu}_e}, E_e^2 = p_e^2 + m_e^2, \mathcal{E}_{\bar{\nu}_e} \simeq p_{\bar{\nu}_e} \text{ oraz } E_e + \mathcal{E}_{\bar{\nu}_e} = Q \text{ mamy:}$

$$\lambda_n \equiv \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} \propto |M|^2 \int_0^{Q-m_e} \mathcal{E}_{\bar{\nu}_e}^2 (Q - \mathcal{E}_{\bar{\nu}_e}) \sqrt{(Q - \mathcal{E}_{\bar{\nu}_e})^2 - m_e^2} \, d\mathcal{E}_{\bar{\nu}_e}$$

- element macierzowy $|M|^2$ przejścia $n \to p$ jest bezpośrednio zwiazany z czasem połowicznego rozpadu neutronu $t_{\frac{1}{2}}$, mierzonym doświadczalnie
- *ten sam* element macierzowy występuję w wychwycie pozytonu przez neutron i elektronu przez proton
- jeżeli neutrony są zanurzone w gazie elektronowym, to produkty rozpadu (e⁻) nie będą miały dowolnych energii, gdyż "nie ma na nie miejsca": stany końcowe są już obsadzone

Blokowanie produkowanych elektronów

Godne uwagi przekształcenie
$$1 - \frac{1}{1 + e^x} = \frac{e^x}{1 + e^x} = \frac{1}{e^{-x}} \frac{1}{1 + e^x} = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

Blokowanie elektronów produkowanych w rozpadzie β^-

Jeżeli część stanów końcowych jest już zajęta przez elektrony w równowadze termodynamicznej, to na rozpad zostaje:

$$d^3 \mathbf{p}_e
ightarrow d^3 \mathbf{p}_e \left(1 - rac{1}{1 + e^{(E_e - \mu_e)/kT}}
ight)$$

Ponieważ $E_e = Q - \mathcal{E}_{\bar{
u}_e}$ mamy:

$$1 - rac{1}{1 + e^{(E_e - \mu_e)/kT}} = rac{1}{1 + e^{(\mathcal{E}_{\bar{\nu}_e} - Q + \mu_e)/kT}}$$

$$\frac{d\lambda_n}{d\mathcal{E}_{\bar{\nu}_e}} = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} \frac{1}{m_e^5} \frac{\mathcal{E}_{\bar{\nu}_e}^2 (Q - \mathcal{E}_{\bar{\nu}_e}) \sqrt{(Q - \mathcal{E}_{\bar{\nu}_e})^2 - m_e^2}}{1 + \exp\left(\frac{\mathcal{E}_{\bar{\nu}_e} - Q + \mu_e}{kT}\right)} \Theta(Q - m_e - \mathcal{E}_{\bar{\nu}_e})$$

Widmo energetyczne $d\lambda_n/d\mathcal{E}_{\bar{\nu}_e}$ wyrażone w MeV⁻¹ s⁻¹, jeżeli wsystkie wielkości $Q, m_e, \mu_e, kT, \mathcal{E}_{\bar{\nu}_e}$ również są podane w MeV; czas połowicznego rozpadu neutronu $t_{\frac{1}{2}} \simeq 1083...1187$ sekund.

(a)

Widma antyneutrin dla procesu pn-URCA

Rozpad β^- :

$$\frac{d\lambda}{d\mathcal{E}_{\bar{\nu}_e}} = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} \frac{1}{m_e^5} \frac{\mathcal{E}_{\bar{\nu}_e}^2 (Q - \mathcal{E}_{\bar{\nu}_e}) \sqrt{(Q - \mathcal{E}_{\bar{\nu}_e})^2 - m_e^2}}{1 + \exp\left(\frac{\mathcal{E}_{\bar{\nu}_e} - Q + \mu_e}{kT}\right)} \Theta(Q - m_e - \mathcal{E}_{\bar{\nu}_e})$$

Wychwyt e^+ :

$$\frac{d\lambda}{d\mathcal{E}_{\bar{\nu}_e}} = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} \frac{1}{m_e^5} \frac{\mathcal{E}_{\bar{\nu}_e}^2 (\mathcal{E}_{\bar{\nu}_e} - Q) \sqrt{(\mathcal{E}_{\bar{\nu}_e} - Q)^2 - m_e^2}}{1 + \exp\left(\frac{\mathcal{E}_{\bar{\nu}_e} - Q + \mu_e}{kT}\right)} \Theta(\mathcal{E}_{\bar{\nu}_e} - Q - m_e)$$

Ponieważ *obydwa procesy*, β^- i ϵ^+ operują równocześnie widmo jest faktycznie sumą powyższych wyrażeń.

Rozpad β^+ jest niemożliwy, ale wzór formalnie istnieje i jest poprawny – daje tożsamościowo zero:

$$\frac{d\lambda}{d\mathcal{E}_{\nu_e}} = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} \frac{1}{m_e^5} \frac{\mathcal{E}_{\nu_e}^2 (-Q - \mathcal{E}_{\nu_e}) \sqrt{(-Q - \mathcal{E}_{\nu_e})^2 - m_e^2}}{1 + \exp\left(\frac{\mathcal{E}_{\nu_e} - Q + \mu_e}{kT}\right)} \Theta(-Q - m_e - \mathcal{E}_{\nu_e}) \equiv 0$$

Wychwyt e^- :

$$\frac{d\lambda}{d\mathcal{E}_{\nu_e}} = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} \frac{1}{m_e^5} \frac{\mathcal{E}_{\nu_e}^2 (\mathcal{E}_{\nu_e} + Q) \sqrt{(\mathcal{E}_{\nu_e} + Q)^2 - m_e^2}}{1 + \exp\left(\frac{\mathcal{E}_{\nu_e} + Q - \mu_e}{kT}\right)} \Theta(\mathcal{E}_{\nu_e} + Q - m_e)$$

Widmo w tym wypadku pochodzi w całości od wychwytu elektronu.

Formalnie można zapisać wszystkie 4 widma neutrin i antyneutrin elektronowych dla pary URCA o różnicy mas Q w jednym wzorze:

$$\frac{d\lambda}{d\mathcal{E}_{\nu}} = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} \frac{1}{m_{e}^{5}} \frac{\pm \mathcal{E}_{\nu}^{2}(\mathcal{E}_{\nu} \pm Q) \sqrt{(\mathcal{E}_{\nu} \pm Q)^{2} - m_{e}^{2}}}{1 + \exp\left(\frac{\mathcal{E}_{\nu} \pm Q \pm \mu_{e}}{kT}\right)} \Theta(\pm \mathcal{E}_{\nu} \pm Q - m_{e})$$

ale praktyka pokzauje, że lepiej mieć je wszystkie cztery zapisane osobno . . .

Widmo neutrin słonecznych w ekstremalnych warunkach



$$\Phi(\mathcal{E}_{\nu_e}, Q, kT, \mu_e) = \frac{\mathcal{E}_{\nu_e}^2(\mathcal{E}_{\nu_e} - Q)\sqrt{(\mathcal{E}_{\nu_e} - Q)^2 - m_e^2}}{1 + \exp{(\mathcal{E}_{\nu_e} - Q - \mu_e)/kT}} \Theta(\mathcal{E}_{\nu_e} - Q - m_e)$$



A. Odrzywołek

Widmo energetyczne neutrin i antyneutrin elektronowych w sta

Uwaga pojęciowa

Z punktu widzenia mechaniki kwantowej rozróżnienie pomiędzy stanami wzbudzomymi danego jądra a różnymi jądrami to sprawa wygodnego nazewnictwa i pojęć fizycznych. Jeżeli jednak potraktujemy każdy stan wzbudzony jako *inne* jądro atomowe, to *wszystkie wzory* są identyczne jak dla pary proton-neutron !

Widmo neutrin/antyneutrin identyczne jak dla p(n) z tym, że: $Q \equiv \Delta Q = E_i - E_j$ gdzie E_i, E_j energie stanu wzbudzonego jądra początkowego i końcowego zawierające masy jąder. W ogólności wszystkie reakcje mogą być możliwe: $e^- + (A, Z)^* \rightarrow (A, Z - 1)^* + \nu_e$ $e^+ + (A, Z)^* \rightarrow (A, Z + 1)^* + \bar{\nu}_e$ $(A, Z)^* \rightarrow (A, Z - 1)^* + e^+ + \nu_e$ $(A, Z)^* \rightarrow (A, Z + 1)^* + e^- + \bar{\nu}_e$

Zawartość p, n i jąder oraz obsadzenia stanów wzbudzonych

- Dotychczas pomijaliśmy celowo istotne pytanie: Aby obliczyć strumień ν_e/ν_e pochodzący od np. neutronów musimy wiedzieć ile ich jest. Skąd wziąć abundancje?
- Np: jeżeli w materii *nie ma* neutronów, to emisja (widmo) antyneutrin jest równa tożsamościowo zero niezależnie od tego jakie wartości przyjmuje temperatura (kT) i potencjał chemiczny (μ)!
- ponieważ interesują nas stany wzbudzone musimy też znać prawdopodobieństwo ich obsadzenia

W znakomitej większości wypadków (np. Słońce) odpowiedź polega na licznych założeniach oraz modelach numerycznych opisujących ewolucję od momentu powstania obiektu, aż do momentu obserwacji. **Godny uwagi wyjątek to NSE.**

Co to jest NSE ?

Nuclear Statistical Equilibrium - "nuklearna równowaga statystyczna" została wprowadzona do astrofizyki przez Hoyle'a i Fowlera, a w formie prezentowanej niżej przez Clifforda&Taylera.

Definicja NSE

NSE to stan materii (fotony, elektrony, pozytony, nukleony i jądra atomowe) który daje minimalną wartość energii swobodnej, przy ustalonych wartościach gęstości ρ , temperatury T oraz stosunku całkowitej liczby elektronów do liczby barionów Y_e . Y_e przyjmuje wartości pomiędzy 0 a 1.

NSE jest więc rozwiązaniem matematycznym które daje abundancje *wszystkich (!) nuklidów.* Fizyczne NSE wymaga:

- utrzymania stałych wartości ρ, Τ, Y_e przez odpowiednio długi czas
- istnienia reakcji które będą w stanie przeprowadzić układ do stanu równowagi

Czy przybliżenie NSE jest fizycznie uzasadnione?

ad. "utrzymania stałych wartości $\rho,\,T,\,Y_e$ przez odpowiednio długi czas"

- dla SN la i $T > 6 \times 10^9$ czas wymagany do osiągnięcia NSE wynosi około 10^{-4} sekundy. Cała eksplozja trwa kilka sekund. W tym czasie Y_e spada od $Y_e = 0.5$ do około $Y_e = 0.47$
- dla pre-supernowych i i $T > 4 \times 10^9$ czas wymagany do osiągnięcia NSE wynosi kilka godzin, ewolucja od godzin do tygodni. W tym czasie Y_e spada od $Y_e = 0.5$ do około $Y_e = 0.43$
- dla każdej temperatury i gęstości można znaleźć takie Y_e dla którego strumień neutrin i antyneutrin jest identyczny. Wtedy Y_e = 0, czyli Y_e = const. Strumienie ν_e i ν̄_e mogą przyjmować dowolnie duże wartości w takiej sytuacji bez naruszenia stanu NSE!

(a)

Kinetyczna równowaga $\beta Y_e = const$



Widmo energetyczne neutrin i antyneutrin elektronowych w sta

Czy przybliżenie NSE jest fizycznie uzasadnione?

ad. istnienia reakcji które będą w stanie przeprowadzić układ do stanu równowagi

• reakcje zachodzące poprzez oddziaływania silne i elektromagnetyczne jak fotodezintegracja, wychwyt neutronu, reacje z udziałem ciężkich jonów, cząstek α itp

Komentarz Clifforda&Taylera (1967) : zakładamy, że gdzieś we Wszechświecie *musi* istnieć miejsce gdzie zachodzi NSE. Obecnie znamy takie miejsca:

- supernowe typu la
- 2 pre-supernowe
- rozbłyski X (wybuchy na pow. gwiazd neutronowych i w dyskach akrecyjnych)
- skorupy gwiazd neutronowych (aczkolwiek jest to bardzo uproszczony opis)
- Skosmologiczna nukleosynteza (jako poglądowy model)

Istniejące kody NSE

- F. X. Timmes (www.cococubed.com, kilkanaście nuklidów)
- 2 MPA Garching group (kilkanaście nuklidów, równoległy)
- generator on-line (http://www.webnucleo.org/pages/nse/0.1/, 3000 nuklidów)
- UChicago group (447 nuklidów)

Ograniczenia istniejących kodów

- bardzo trudna integracja z bazami danych jądrowych: ręczny parsing lub pliki XML (webnucleo)
- 2 drastycznie spadająca wydajność przy niskich temperaturach
- ograniczony zakres Y_e , zwykle $Y_e = 0.4...0.5$, dla kolapsu grawitacyjnego $Y_e = 0.0...0.5$, dla rozbłysków X $Y_e < 0.55$.
- konieczność wyliczenia wszystkich abundancji nawet jeżeli potrzebujemy jedną
- problemy z precyzją numeryczną

NSE

Równania równowagi

$$\begin{array}{ll} \text{Suma abundancji:} & \sum\limits_{i=0}^{N} X_i = 1\\ \text{Ilość elektronów na barion:} & \sum\limits_{i=0}^{N} \frac{Z_i}{A_i} \, X_i = Y_e\\ \text{Abundancje:} X_k = \frac{1}{2} \, G_k(T) \, \left(\frac{1}{2} \rho N_A \lambda^3\right)^{A_k - 1} \, A_k^{5/2} \, X_n^{A_k - Z_k} X_p^{Z_k} \, e^{\frac{Q_k}{kT}}.\\ \text{Jądrowa funkcja rozdziału:} & G_k(T) = \sum\limits_{i=0}^{i_{max}} (2J_{ik} + 1) e^{-\frac{E_{ik}}{kT}} \end{array}$$

Układ dwóch równań na zawartość neutronów X_n i protonów X_p

Z matematycznego punktu widzenia stan NSE jest opisany układem dwóch równań wielomianowych (niewiadome X_n, X_p) wysokiego stopnia.

Taki system wielomianowy jest potencjalnie rozwiązywalny analitycznie metodami **bazy Groebnera**. Szczególnie interesujące może być rozwiązanie nad ciałem liczb wymiernych; z fizycznego punktu widzenia rozwiązanie powinno istnieć niezależnie od tego czy parametry są rzeczywiste czy wymierne.

Próby w Mathematice

Niestetym jak dotąd nie udało mi się rozwiązać systemu zawierającego więcej niż 3 nuklidy. Pozostaje rozwiązanie numeryczne ...

Zależność stanu NSE od temperatury

Ye=0.5 lg ρ = 5 kg/m³



・ロト ・回ト ・ヨト ・ヨト

Zależność stanu NSE od Y_e w pełnym zakresie

kT=0.5 MeV, $\lg \rho = 15. \text{kg}/m^3$



Zależność stanu NSE dla $Y_e < 0.5$

kT=0.5 MeV, $\lg \rho = 15 \text{ kg/m}^3$



A. Odrzywołek Widmo energetyczne neutrin i antyneutrin elektronowych w sta

크

NSE dla małych gęstości



kT=0.3 MeV, lg ρ =5.kg/m³

A. Odrzywołek Widmo energetyczne neutrin i antyneutrin elektronowych w sta

(a)

Nuklidy brane pod uwagę



A. Odrzywołek Widmo energetyczne neutrin i antyneutrin elektronowych w sta

Neutrina termiczne (anhilacja, rozpad plazmonu) – czerwony Nukleony - niebieski Jadra atomowe - zielony



A. Odrzywołek Widmo energetyczne neutrin i antyneutrin elektronowych w sta

Neutrina termiczne (anhilacja, rozpad plazmonu) – czerwony Nukleony - niebieski Jądra atomowe – zielony



A. Odrzywołek Widmo energetyczne neutrin i antyneutrin elektronowych w sta

- T

.

Neutrina termiczne (anhilacja, rozpad plazmonu) – czerwony Nukleony - niebieski Jądra atomowe – zielony



A. Odrzywołek Widmo energetyczne neutrin i antyneutrin elektronowych w sta

.

Neutrina termiczne (anhilacja, rozpad plazmonu) – czerwony Nukleony - niebieski Jądra atomowe – zielony



A. Odrzywołek Widmo energetyczne neutrin i antyneutrin elektronowych w sta

· • 🗇 • • 글 • • 글 •

Neutrina termiczne (anhilacja, rozpad plazmonu) – czerwony Nukleony - niebieski Jądra atomowe – zielony



A. Odrzywołek Widmo energetyczne neutrin i antyneutrin elektronowych w sta

· • 🗇 • • 글 • • 글 •

Neutrina termiczne (anhilacja, rozpad plazmonu) – czerwony Nukleony - niebieski Jądra atomowe – zielony



Widmo energetyczne neutrin i antyneutrin elektronowych w sta

A. Odrzywołek



Neutrino/antineutrino emissivity for Ye=9

A. Odrzywołek Widmo energetyczne neutrin i antyneutrin elektronowych w sta

(a)



Neutrino/antineutrino emissivity for Ye=111

A. Odrzywołek Widmo energetyczne neutrin i antyneutrin elektronowych w sta

(a)



Neutrino/antineutrino emissivity for Ye=161

A. Odrzywołek Widmo energetyczne neutrin i antyneutrin elektronowych w sta

(a)



Neutrino/antineutrino emissivity for Ye=211

A. Odrzywołek Widmo energetyczne neutrin i antyneutrin elektronowych w sta

(a)



Neutrino/antineutrino emissivity for Ye=262

A. Odrzywołek Widmo energetyczne neutrin i antyneutrin elektronowych w sta

(a)



Neutrino/antineutrino emissivity for Ye=326

A. Odrzywołek Widmo energetyczne neutrin i antyneutrin elektronowych w sta

(a)

크









 $kT=0.3 \text{ MeV}, \lg \rho = 11 [kg/m^3], Ye=0.45$ 10^{38} 10^{34} $F[s^{-1} MeV^{-1} cm^{-3}]$ 10^{30} 10²⁶ 10^{22} 10^{18} 0.1 0.01 10 100 1 E_{v_e} [MeV]

