Gwiezdna amnezja

O nuklearnej równowadze statystycznej
(**N**uclear **S**tatistical **E**quilibrium, NSE)

Andrzej Odrzywołek

Zakład Teorii Względności i Astrofizyki
Uniwersytet Jagielloński, Kraków

Piątek, 11.12.2009, 17:00

NSE: główna przyczyna „gwiezdnej amnezji”

Określenie *„stellar amnesia”* pojawiło się w wykładach P. Holficha, dotyczących m.in. supernowych Ia. Okazuje się, że wiele obiektów we Wszechświecie kończy swoje życie w stanie niezależnym od swojej historii.

Przykłady:

- czarne dziury
- gwiazdy neutronowe
- białe karły
- materia wyrzucana w wybuchach supernowych termojądrowych i implozyjnych

W ostatnim przypadku materia zostaje „przetopiona” w wysokiej temperaturze i kończy w stanie NSE. Wynik zależy tylko od temperatury, gęstości i ilości wyemitowanych w przeszłości neutrin *(a właściwie różnicy* ν_e *i* $\bar{\nu}_e$*.)*

Fred Hoyle

Jednym z pierwszych artykułów, w którym użyto metod „mechaniki statystycznej" do obliczenia końcowych produktów ewolucji gwiazd jest praca *„The synthesis of the elements from hydrogen"*, (Monthly Notices of the Royal Astronomical Society (MNRAS), **106** (1946) 343.)
Główne wyniki Hoyle'a:

1. *„[wyniki] są niezależne od początkowej konfiguracji"*
2. istnienie promieniotwórczych izotopów dowodzi, że równowaga statystyczna miała miejsce w przeszłości
3. jest to naturalne wyjaśnienie konwersji wodoru [helu] do „ciężkich elementów" (nie znano wtedy składu jądra Ziemi: Fe/Ni)
4. musi istnieć proces/zjawisko które rozproszy elementy bez zmiany proporcji równowagowych
5. równowagę można (w sensie matematycznym) wyznaczyć dla dowolnych temperatur i gęstości; `w fizycznym Wszechświecie muszą one faktycznie zaistnieć !`

Jak znaleźć miejsca gdzie zachodzi NSE

Hoyle podał dwie metody rozwiązania powyższego zagadnienia:

(1) badamy znane astronomom zjawiska i obiekty, modelujemy je, obliczamy równowagę i sprawdzamy wyniki z pomiarami abundancji;

(2) rozważamy cały zakres możliwych temperatur i gęstości, sprawdzamy jakie ρ i T daje wyniki zgodne z pomiarami a nastepnie szukamy w kosmosie adekwatnego zjawiska (być może jeszcze nieodkrytego)

Sam Hoyle i jego następcy (B^2FH) koncentrowali się na podejściu (1) dla gwiazd. Z nowszych prac można wymienić artykuł I. R. Seitenzahl et al 2008 ApJ 685 L129-L132, dotyczacy eksplozji wodoru na powierzchni gwiazd neutronowych i białych karłów (rozbłyski rengenowskie i nowe).

Przykładem podejścia (2) jest nukleosynteza kosmologiczna oraz prace, klasyczna: Clifford, Tayler, Memoirs of the Royal Astronomical Society, **69** (1965) 21, i np. A. Odrzywołek, Phys. Rev. C **80** (2009) 045801.

e-Process i B^2FH

- W słynnej pracy „*Synthesis of the Elements in Stars*”, E. Burbridge, G. Burbridge, W. Fowler, F. Hoyle, Rev. Mod. Phys. **29** (1957) 547 NSE opisane jest w rozdziale *e*-Process.
- W. Fowler otrzymał w 1983 Nagrodę Nobla razem z S. Chandrasekharem
- Praca ta uważana jest za początek dziedziny wiedzy określanej współcześnie jako `astrofizyka jądrowa` (ang. nuclear astrophysics); jej sukcesy i popularność nadal wyznaczają kierunki nowych badań. Wielu wybitnych fizyków jądrowych (także na tej sali!) m. in. H. Bethe „przekwalifikowało” się na astrofizyków.
- W 2007 roku odbyła się konferencja „Beyond the first 50 years” organizowana przez Caltech.

Warunki niezbędne do zaistnienia pełnej równowagi termicznej

Pełna równowaga dotyczy **neutrin** na równi z pozostałymi cząstkami. Oznacza to, że:

1. neutrina sa uwięzione („zamknięte w pudełku")
2. czas dojścia do równowagi jest „mały"

Ze względu na **słabe oddziaływanie** neutrin, sytuacja jak powyżej jest niezwykle ekstremalna i zachodzi jedynie w `protogwiazdach neutronowych`. Czas uwięzienia to ~ 100 sekund.

W przypadku Wszechświata jako całości neutrina w oczywisty sposób również są „uwięzione".

Przypadek swobodnie uciekających neutrin

- Jeżeli neutrina nie są złapane, nie można mówić o równowadze termicznej.
- Ciągle jest natomiast możliwe utrzymanie stałej zawartości liczby leptonowej Y_e układu poprzez *równowagę kinetyczną*:

$$\dot{Y}_e = \lambda_{\nu_e} - \lambda_{\bar{\nu}_e} = 0$$

  jeżeli strumień `neutrin` ν_e jest równy strumieniowi `antyneutrin` $\bar{\nu}_e$. W praktyce wystarcza gdy $\dot{Y}_e$ jest „małe".
- strumienie neutrin μ i τ można zaniedbać, ponieważ $Y_{\mu,\tau} \equiv 0$ oraz $m_\tau \gg m_\mu \simeq 105$ MeV $\gg kT$

Skale czasowe w przybliżeniu NSE

Istotne są trzy skale czasowe:

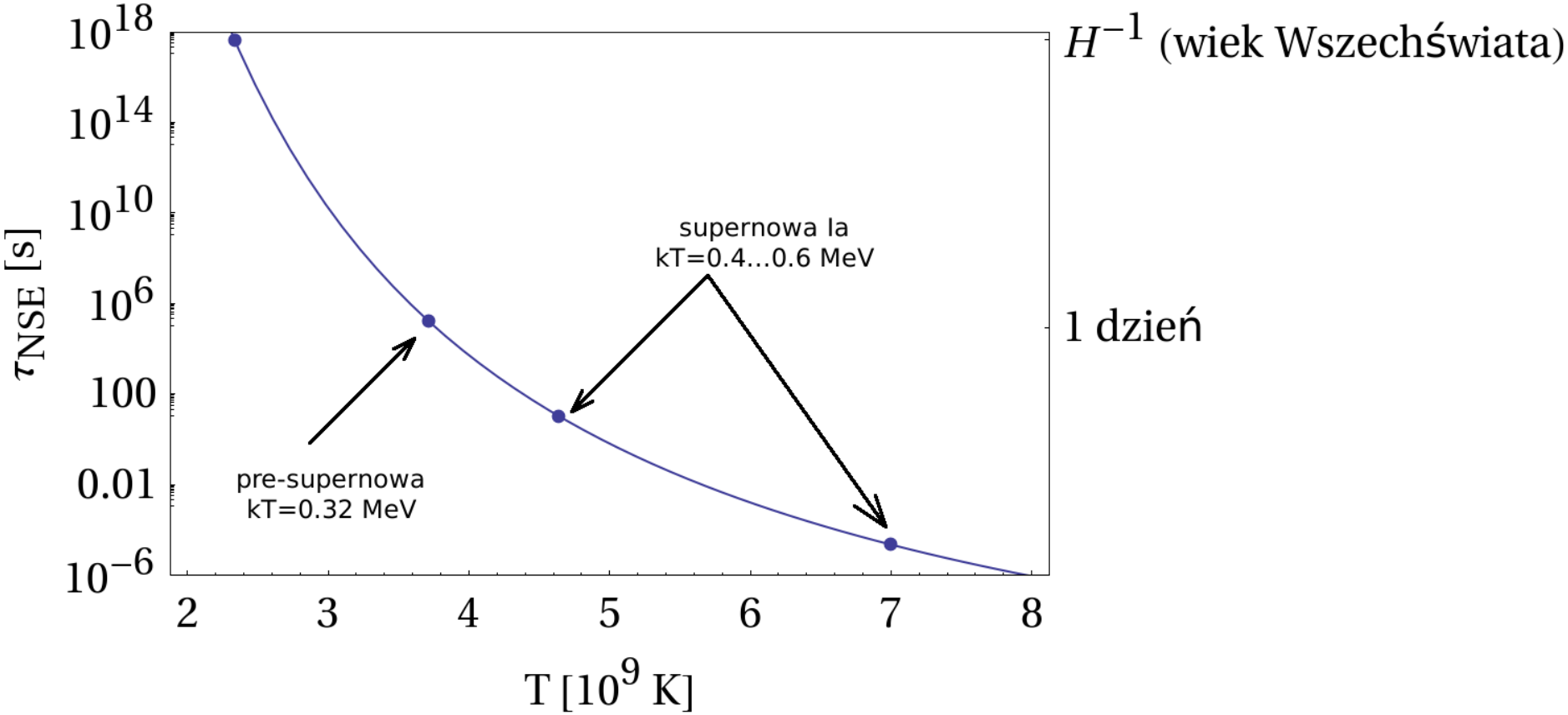
- τ_{NSE}: czas niezbędny do osiągnięcia równowagi dla sieci reakcji jądrowych zachodzących poprzez oddziaływania silne (jądrowe) i elektromagnetyczne (fotodezintegracja) [wyznaczana z sieci reakcji jądrowych]
- τ_{weak}: skala czasowa na której w sposób istotny zmienia się zawartość elektronów (leptonów); innymi słowy jest to skala czasowa na której można założyć, że stosunek sumarycznej ilości `neutronów` do ilości `protonów` pozostaje stały [obliczana jako $\dot{Y}_e$]
- τ_{hydro}: czas w którym następują istotne zmiany ewolucyjne badanego obiektu/zjawiska [obliczana z modelu]

Przybliżenie NSE ma sens gdy:

$$\tau_{hydro} \sim \tau_{weak} \gg \tau_{NSE}$$

Przykłady skal czasowych

Decydująca jest skala czasowa relaksacji do stanu NSE, τ_{NSE}



Przybliżenie jest, jak widać, dyskusyjne . . . dlaczego je stosujemy?

Co właściwie chcemy osiągnąć?

- podstawowym celem astrofizyki jądrowej jest wyznaczenie składu „chemicznego" (zawartości wszystkich jąder) w obiektach astrofizycznych: Ziemi, Słońcu, gwiazdach ...
- całkowitą ilość wszystkich nuklidów które mogą istnieć szacuje się na kilka tysięcy
- **najistotniejsze** jest poznanie składu materii **wyrzucanej** z powrotem w przestrzeń międzygwiezdną i międzygalaktyczną
- **jedynym** sposobem na ustalenie faktycznego składu materii uwięzionej wewnątrz gwiazd jest *detekcja neutrin*

Fundamentalnym sposobem badania powyższych zjawisk są *sieci reakcji jądrowych*. **Przykłady**:

- cykl pp i CNO (12 jąder i innych cząstek)
- kosmologiczna nukleosynteza (około 42 jąder)
- spalanie helu w reacji $3\alpha \rightarrow {}^{12}\mathrm{C}$ (3 jądra)
- α-network (20 jąder)

Problemy z „networkami”

Zastosowanie sieci reakcji jądrowych staje się problematyczne gdy:

(1) rośnie ich ilość: problem mocy obliczeniowej (w tym równoleglizacji), logistyka i zarządzanie ogromną ilością przekrojów czynnych, niedostępność i różnorodność (czasem wzajemnie sprzecznych) wyników teoretycznych i doświadczalnych

(2) nie wiemy które jądra należy dołączyć do sieci

(3) wynik zależy od całej historii obiektu; nawet śladowa ilość pewnego nuklidu może okazać się katalizatorem reakcji jądrowych znacznie później

Do czego potrzebujemy NSE ?

NSE daje nam zawartości **wszystkich** nuklidów, na podstawie wyłącznie:

- zawartości elektronów Y_e, temperatury T i gęstości ρ (lub n_B)
- masy jąder
- znajomości stanów wzbudzonych (energii i spinu)

Równanie na abundancje jest układem równań wielomianowych wysokiego stopnia rzędu ~ 100.

Motywacja przeprowadzenia własnych obliczeń NSE

1. obliczenie widma energetycznego neutrin emitowanych przez pre-supernowe i supernowe Ia **wyłącznie** na podstawie rozkładu temperatury i gęstości (plus ewentualnie Y_e)
2. zbadanie całej płaszczyzny $\rho - T$ w poszukiwaniu silnych źródeł neutrin i antyneutrin elektronowych
3. wyznaczenie wartości krytycznych, dla których $\dot{Y}_e = 0$
4. poszukiwania jąder dających „łatwo" mierzalny sygnał neutrinowy (odpowiednik słonecznego ^{8}B)

Równanie na zawartości nuklidów w stanie NSE

$$\sum_{k=0}^{N_{iso}} X_k = 1 \tag{1a}$$

$$\sum_{k=0}^{N_{iso}} \frac{Z_k}{A_k} X_k = Y_e \tag{1b}$$

Abundancja X_k k-tego nuklidu o liczbie atomowej Z_k i masowej A_k:

$$X_k = \frac{1}{2} G_k(T) \left(\frac{1}{2}\rho N_A \lambda^3\right)^{A_k - 1} {A_k}^{5/2} X_n^{A_k - Z_k} X_p^{Z_k} e^{\frac{Q_k}{kT}}. \tag{2}$$

Funkcja rozdziału:

$$G_k(T) = \sum_{i=0}^{i_{max}} (2J_{ik} + 1) e^{-\frac{E_{ik}}{kT}} \tag{3}$$

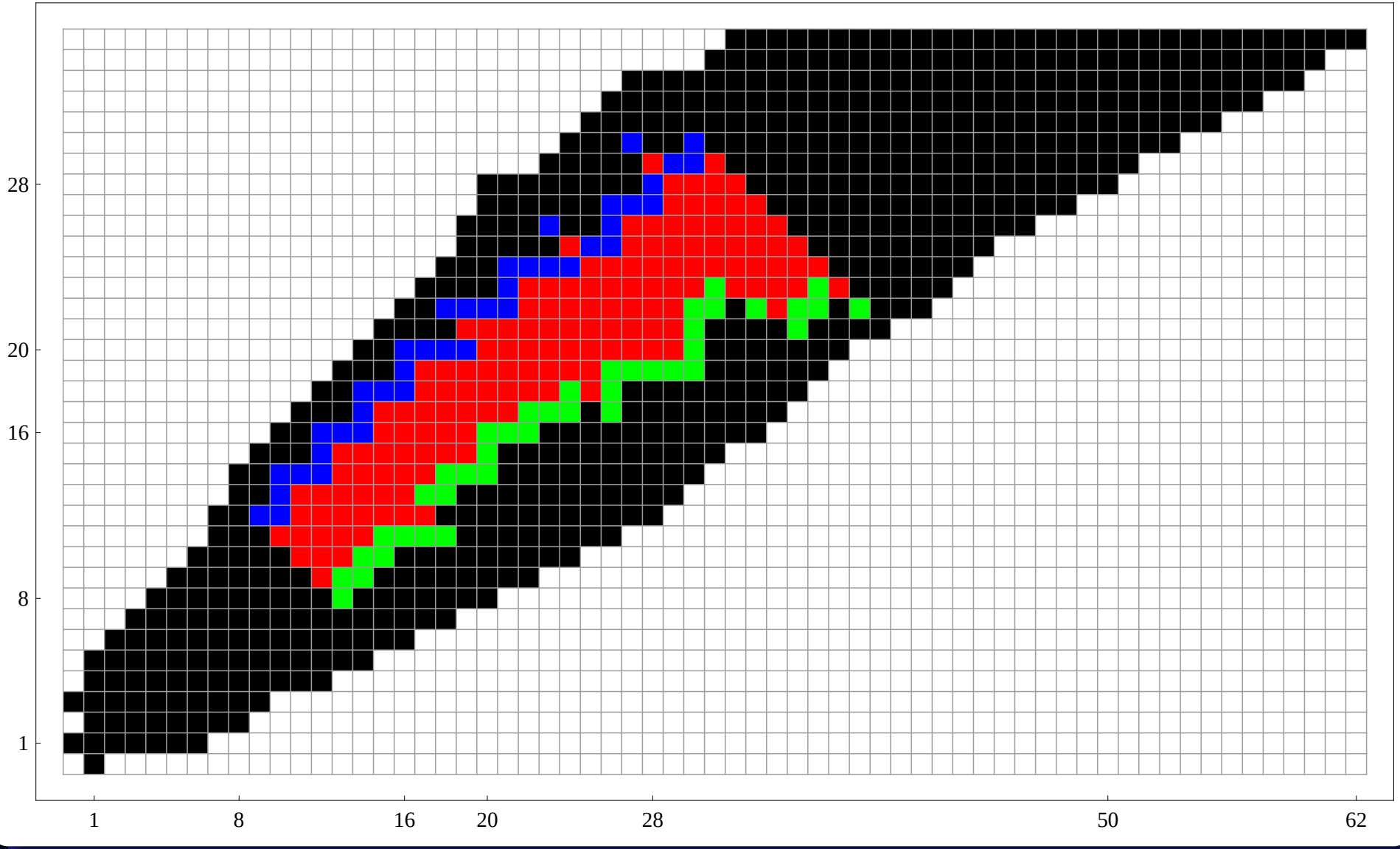
Ciekawe zagadnienia związane z obliczeniami NSE

NSE jest dosyć powszechnie uważana za problem wręcz nudny rachunkowo. Nie oznacza to, że nie pojawiają się przy tej okazji żadne ciekawe zagadnienia.

- NSE to 2 równania na 2 niewiadome: zawartość protonów X_n i neutronów X_p; rozwiązywalny analitycznie; w praktyce stosuje się metody numeryczne
- w równaniu występują wyrazy typu $X_n^N X_p^Z$; dla ciężkich jąder (pomyślmy np. o ^{238}U) efektywne ich obliczanie jest ważnym problemem informatycznym (znanym, ale nierozwiązanym)
- interpolacja wyników NSE jest nietrywialna ze względu na katastrofalnie szybko rosnące błędy (suma setek składników typu x^n, $n \sim 100$)
- ilość (i czas) iteracji Newtona-Raphsona rośnie gwałtownie przy obniżaniu temperatury
- aby obliczyć jedną abundancję, np. ^{55}Co musimy rozwiązać cały układ

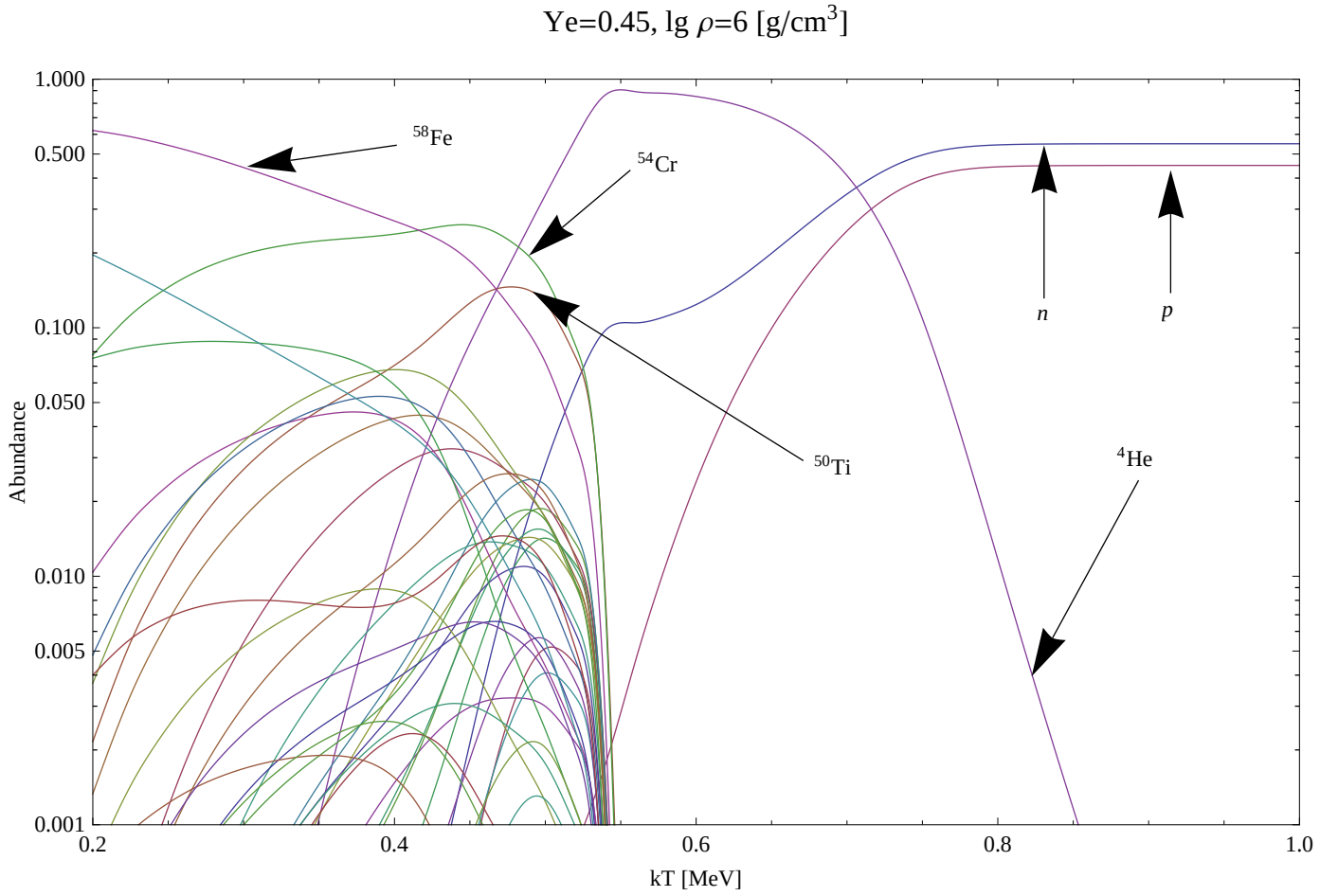
Dwa ostatnie problemy można rozwiązać stosując odpowiedni algorytm interpolacji (A. Odrzywołek, ADNDT, submitted)

Wyniki dla 800 nuklidów



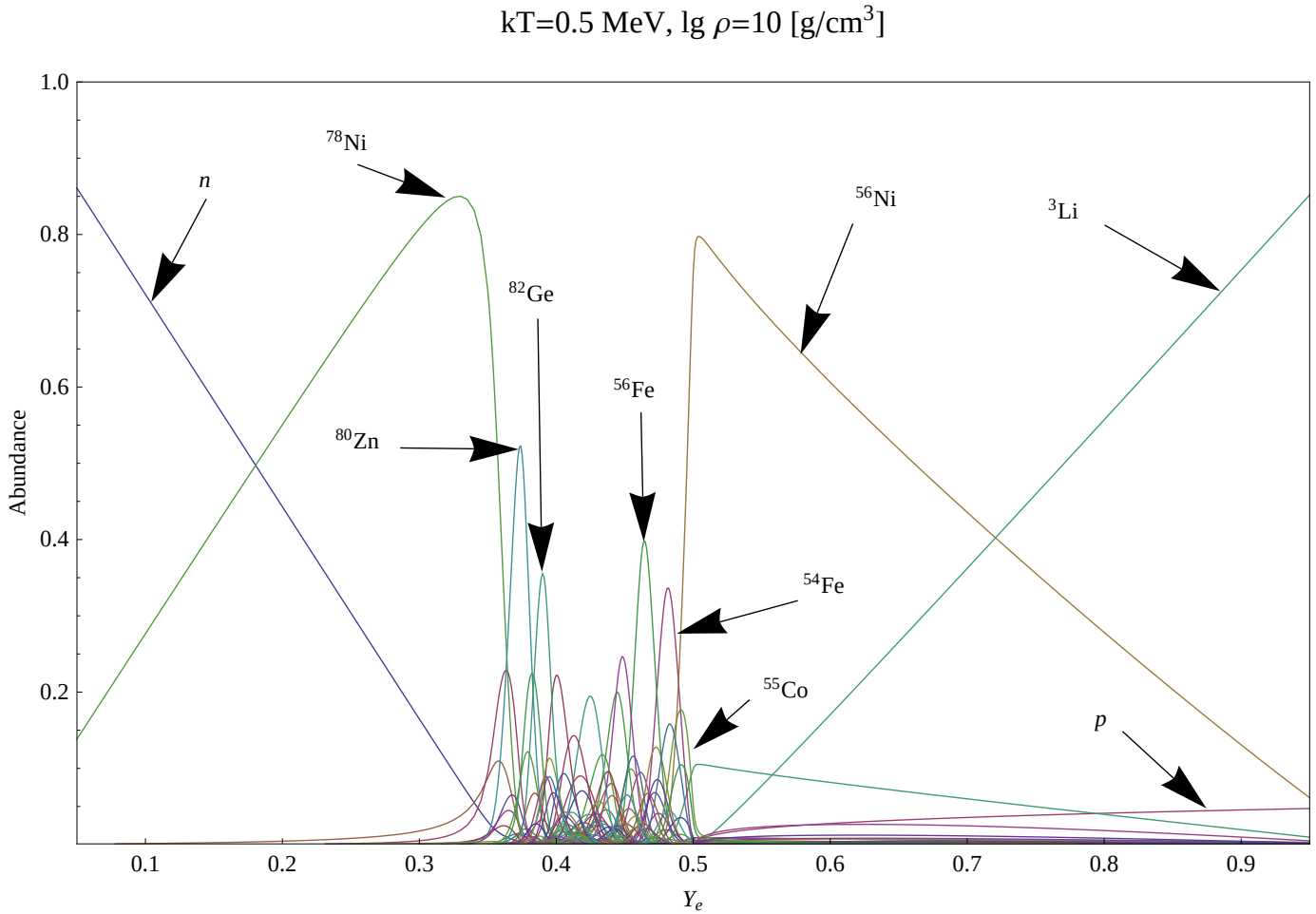
Wyniki: abundancje

1. Y_e full range
2. Y_e zoom



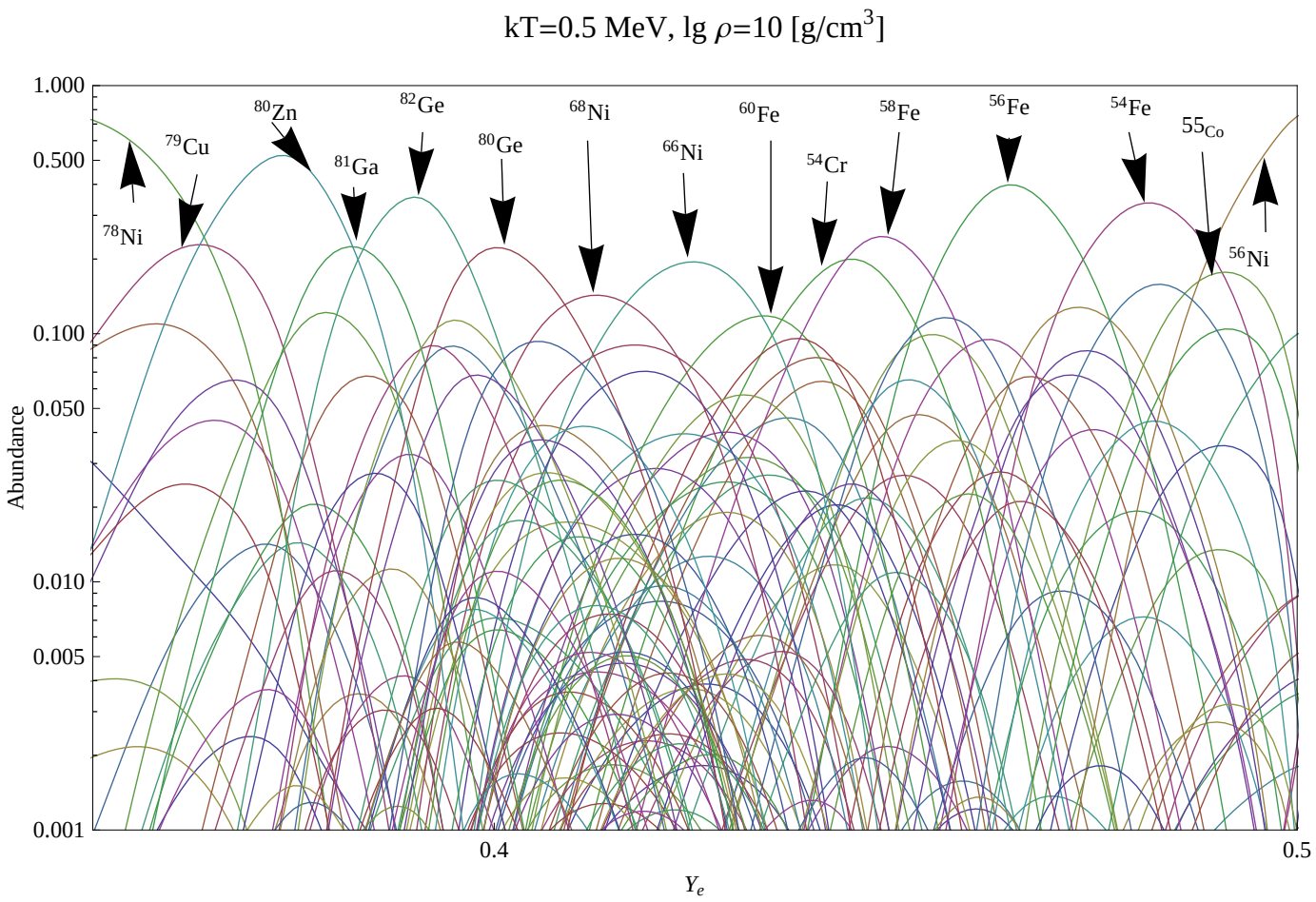
Wyniki: abundancje

1. Y_e full range
2. Y_e zoom



Wyniki: abundancje

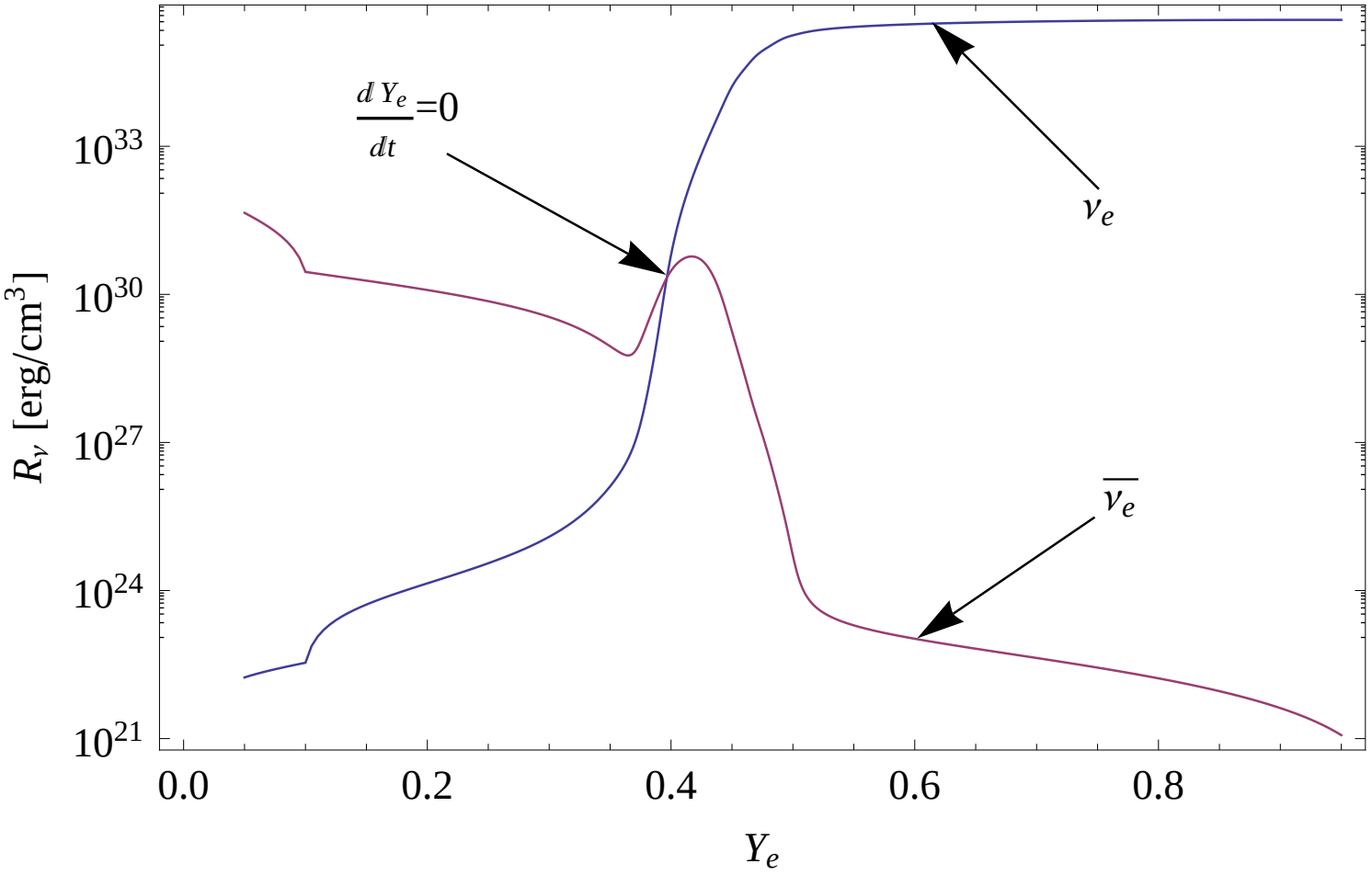
1. Y_e full range
2. Y_e zoom



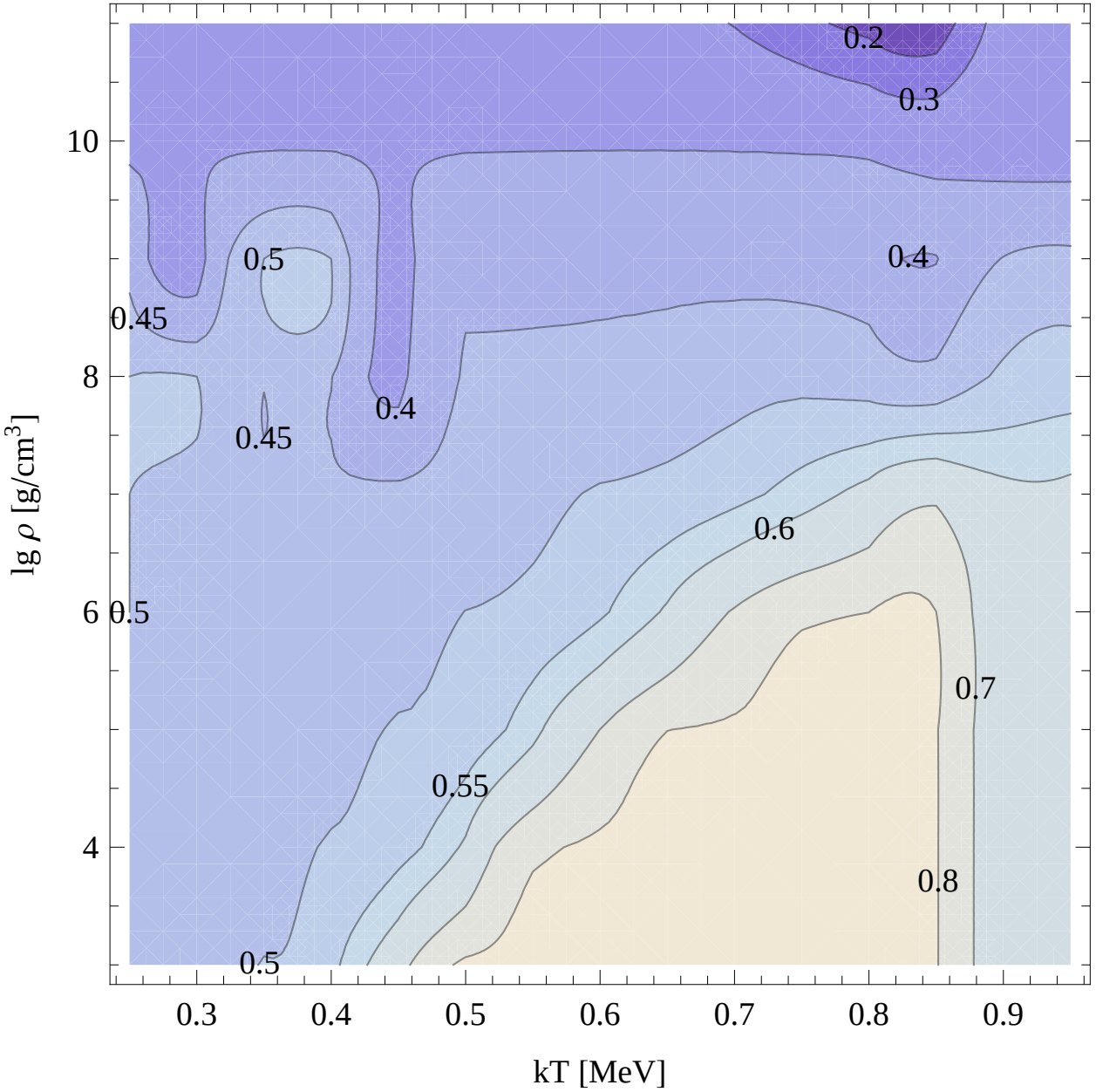
Wyniki: emisja neutrinowa

Co otrzymamy poprzez połączenie abundancji NSE z emisją $\nu_e, \bar{\nu}_e$ (rozpady $\beta^{\pm}$, wychwyt $e^{\pm}$) z każdego nuklidu?

kT=0.6 MeV, lgρ=10 [g/cm^3]

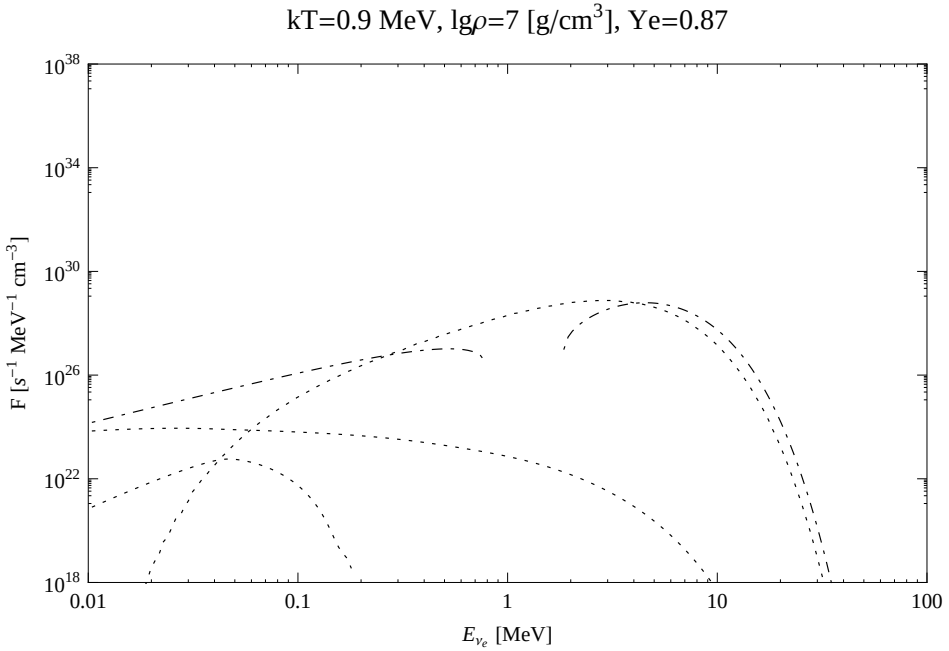


Krytyczne Y_e ($\dot{Y}_e = 0$)



Dotychczasowe rezultaty przeszukiwania przestrzeni $\rho - T - Y_e$

1. nuklidy kluczowe w obliczeniach sygnału neutrinowego to: protony, ^{56}Ni, ^{55}Co (ν_e) i neutrony ($\bar{\nu}_e$)
2. istnieją regiony w stanie równowagi β ($\rho \sim 10^6 \ldots 10^8$ g/cm^3, $kT \sim 0.8$ MeV) gdzie $\dot{Y}_e = 0$ dla $Y_e \sim 0.7 \ldots 0.8$ (mikstura BBN); widmo energetyczne $\bar{\nu}_e$ ma postać szerokiego piku z $\langle \mathcal{E}_{\bar{\nu}_e} \rangle \sim 5$ MeV; powstaje ono w reakcji $e^+ + n \longrightarrow p + \bar{\nu}_e$



Referencje

S. Chandrasekhar, L. R. Heinrich, Astrophysical Journal, **95** (1942) 288.
F. Hoyle, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society (MNRAS), **106** (1946) 343.
I. R. Seitenzahl et al 2008 ApJ 685 L129-L132
Clifford, Tayler, Memoirs of the Royal Astronomical Society, **69** (1965) 21
D. Arnett, Supernovae and Nucleosynthesis
G. Bisnovatyj-Kogan, Stellar Physics
A. Odrzywolek, Phys. Rev. C **80** (2009) 045801
P. Holfich et. al., astro-ph/0301334v1

Pełna równowaga termodynamiczna

Dobre zrozumienie NSE wymaga uwzględnienia oddziaływań słabych, w szczególności roli neutrin.

Rozważamy zbiór cząstek na który składają się:

1. znane jądra atomowe (i ich stany wzbudzone), w tym protony i neutrony
2. elektrony i pozytony
3. neutrina $(\nu_e, \bar{\nu}_e, \nu_\mu, \bar{\nu}_\mu, \nu_\tau, \bar{\nu}_\tau)$
4. fotony

Muszą istnieć reakcje łączące te cząstki:

$$p + \bar{\nu}_e \leftrightarrow n + e^+, \quad n + \nu_e \leftrightarrow p + e^-, \quad \gamma \leftrightarrow e^+ + e^-, \ldots$$

Spełnione są zasady zachowania ładunku elektrycznego ($Q = 0$), liczby barionowej (n_B) i liczby leptonowej (Y_L). Stan materii w określonej temperaturze T jest więc całkowicie zdefinowany przez podanie trzech liczb: T, n_B, Y_L

Krótkie wyprowadzenie równań NSE

Każdej reakcji jądrowej odpowiada równość potencjałów chemicznych składników. Zaczynając od jądra o Z protonów i N neutronów, odejmując po kolei po jednym protonie i neutronie, dostajemy ostatecznie:

$$\mu_k \equiv \mu(Z, N) = Z\mu_p + N\mu_n$$

Zakładając, że jądra (w tym nukleony) tworzą gaz doskonały, mamy:

$$\tilde{\mu}_k = kT \ln\left(X_k \rho N_A \lambda_k^3 / g_k\right) = \mu_k - m_k c^2,$$

gdzie *termiczna długość fali de'Broglie* jądra to:

$$\lambda_k = \frac{h}{2\pi m_k kT}$$

Ze wzorów powyżej wyliczamy X_k i wyrażamy przez X_p i X_n. Dwa równania wynikają z „normalizacji" sum $\sum X_k = 1$ oraz $\sum X_k Z_k / A_k = Y_e$.