2.1 Gaz doskonały H + He

Wyznaczyć współczynnik μ, czyli średnią masę cząsteczkową (ang. *mean molecular weight*) w równaniu stanu gazu doskonałego $P = \rho k_B T/(\mu m_u)$ ($k_B T$ - temperatura, $m_u \simeq m_p$ - atomowa jednostka masy, amu), będącego mieszaniną wodoru i helu w stosunku masowym $X_{\mathrm{H}} = 3/4, Y \equiv X_{\mathrm{He}} = 1/4$ w następujących przypadkach:

1. wodór molekularny H_2 + hel atomowy,
2. wodór atomowy + hel atomowy,
3. wodór zjonizowany + hel atomowy,
4. wodór i hel całkowicie zjonizowane.

Odp: $\mu^{-1} = 7/16, 13/16, 25/16, 27/16$.

2.2 Gaz relatywistyczny

Obliczyć gęstość liczbową n, gęstość energii $\varepsilon = \rho c^2$ i ciśnienie P dla skrajnie relatywistycznego *niezdegenerowanego* gazu bozonowego i fermionowego w zależności od temperatury. Wyznaczyć równanie stanu.

 andrzej.odrzywolek@uj.edu.pl

ODP: $P = \varepsilon/3 = aT^4$, gdzie stała promieniowania $a = 4\sigma/c$, natomiast σ jest stałą Stefana-Boltzmana.

2.3 Model Eddingtona

Pokazać, że równanie stanu mieszaniny gazu doskonałego (Zad. 2.1) i gazu fotonowego (Zad. 2.2) o stałym stosunku ciśnień $P_{\rm rad}/P_{\rm tot} = \beta$, gdzie całkowite ciśnienie $P_{\rm tot} = P_{\rm gas} + P_{\rm rad}$, po wyrugowaniu temperatury ma formę politropową z indeksem $n = 3$, czyli

$$P = K\rho^{4/3}.$$

2.4 Masa w modelu Eddingtona

Wyprowadzić wzór na masę gwiazdy w modelu Eddingtona, wyrażając ją poprzez stałą K. Nastepnie, rozwijając stałą K zgodnie z wynikami zadań 2.1,2.2 i 2.3 obliczyć, dla jakiej wartości β jako wynik otrzymamy masę Słońca $M_\odot$.

 andrzej.odrzywolek@uj.edu.pl

2.5 Zdegenerowany gaz elektronowy

Obliczyć gęstość liczbową n, gęstość energii $\varepsilon = \rho c^2$ i ciśnienie P dla skrajnie relatywistycznego (*de facto* bezmasowego) *zdegenerowanego* gazu fermionowego w zależności od temperatury. Wyznaczyć równanie stanu.

ODP: TODO

2.6 Masa Chandrasekhara

Wyznaczyć wzór na masę Chandrasekhara, zakładając, że jest to masa modelu politropowego z $n = 3$, ze współczynnikiem K zadanym skrajnie relatywistycznym równaniem stanu gazu elektronowego. Dla uproszczenia można założyć, że liczba elektronów na barion $Y_e = 1/2$, a ciśnienie od jąder atomowych, promieniowania i efekty OTW pomijamy. Wynik zapisać za pomocą stałych matematycznych, masy Plancka i masy „protonu".

ODP: Masa Chandrasekhara.nb

 andrzej.odrzywolek@uj.edu.pl

2.7 Krągłość ciał niebieskich

Rozważając wytrzymałość na ściskanie „góry” przybliżonej prostym kształtem (np: walec, stożek, prostopadłościan) w jednorodnym polu grawitacyjnym, oszacować przy jakim rozmiarze ciała niebieskiego przyjmie ono kształt w przybliżeniu kulisty. Podać wartości numeryczne dla żelaza, lodu wodnego i innych dowolnie wybranych substancji.