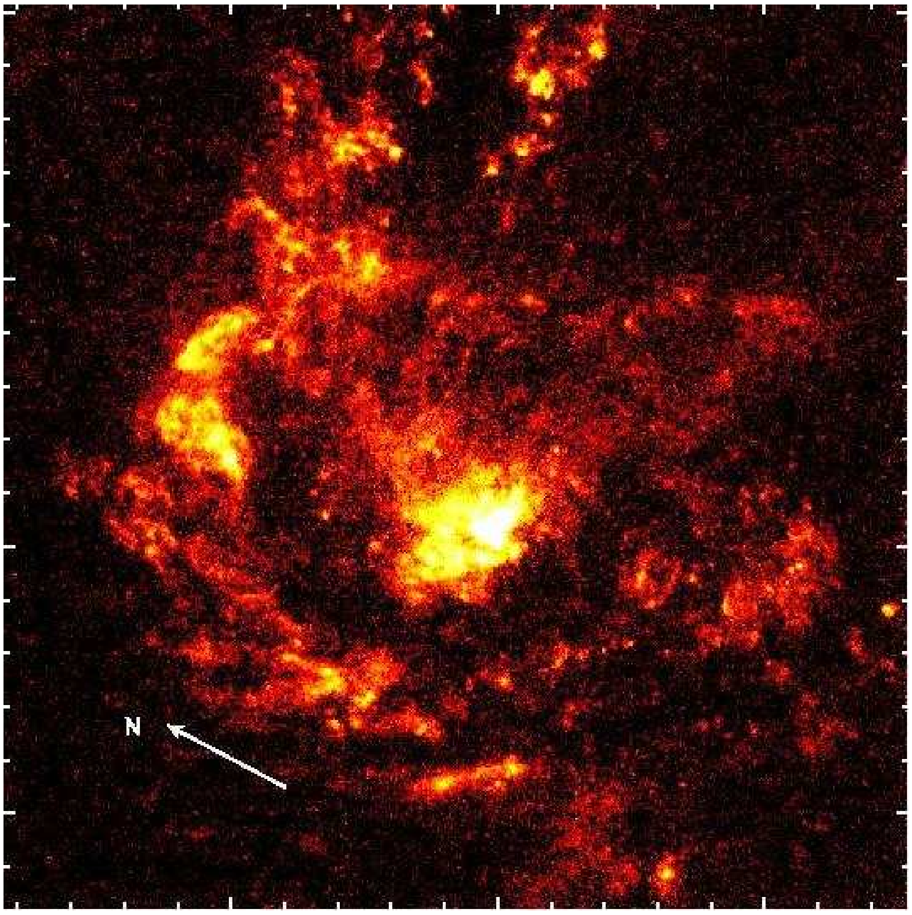

Figure 12. Zdjęcie jądra jednej z sąsiednich galaktyk (odległej o 4 Mpc) — Circinusa wykonane przez HST. Jądro to należy do podklasy Seyferta AGN. AGN'y wymiatają znaczną część gazu z centrum galaktyki ze dużą prędkością. Zdjęcie pochodzi z artykułu Wilsona i in. [68].

13. Czarne dziury.

Czarne dziury są interesującymi obiektami z wielu powodów, a są wśród nich także te związane z kosmologią. Już od ponad 30 lat sądzi się, że kwazary — jedne z najodleglejszych i najjaśniejszych obserwowanych obiektów ($z \approx 1$) napędzane są akrecją gazu na tkwiące w ich centrach czarne dziury. Współcześnie dominuje pogląd, że tzw. aktywne jądra galaktyk (AGN — skrót od nazwy angielskiej *Active Galactic Nuclei*) są czarnymi dziurami otoczonymi obłokami gazu. Przypuszcza się, że czarne dziury odgrywają ważną rolę w powstawaniu i ewolucji galaktyk. Po bezpośredniej detekcji fal grawitacyjnych, co może nastąpić w ciągu najbliższych 10 lat, czarne dziury mogą awansować do roli świec standardowych. Możemy je obserwować jedynie w sposób pośredni, najczęściej poprzez detekcję promieniowania elektromagnetycznego emitowanego w wyniku ich oddziaływania z otaczającymi gazami; znacznie rzadziej poprzez zjawisko soczewkowania grawitacyjnego (mam wrażenie, że nie istnieją przekonywujące obserwacje).

Poniżej przedstawiam podstawowe fakty o oddziaływaniu gazu ze zwartymi obiektami. Krótko omawiam także znane fakt obserwacyjne.

13.1. Sferyczna akrecja gazu na centrum grawitacyjne.
Konstrukcja modelu opisującego powstawanie promieniowania elektromagnetycznego w wyniku spadania gazu na zwarty obiekt jest koncepcyjnie trudniejsza — nawet przy założeniu sferycznej symetrii — niż czytelnikowi może się wydawać. W najprostszym opisie można przypuścić, że w wyniku spadania gazu na centralny obiekt następuje jego rozgrzanie i emisja termicznego promieniowania elektromagnetycznego, które można opisać za pomocą wielkości makroskopowych — gęstości energii, gęstości pędu, tensora napięć — można więc mówić o gazie (niekonieczne doskonałym) fotonów. Emitowane promieniowanie oddziaływuje jednak z gazem barionowym, potrzebna jest zatem informacja mikrofizyczna, wymagająca znajomości wielu dodatkowych parametrów. Z punktu widzenia formalnego, równania hydrodynamiki należy uzupełnić o równanie transportu Boltzmanna, a parametry mikrofizyczne pojawiają się w tzw. całce zderzeń w równaniu Boltzmanna. Zagadnienie to badane jest w fizyce newtonowskiej przynajmniej od początku lat 1930-tych. Sformułowania ogólnorelatywistyczne mają początek w pracach Synge'a i Lindquista, ale ciągle budowa ogólnorelatywistycznej hydrodynamiki sprzężonej z polem promieniowania (w dalszym ciągu będę mówić krótko: hydrodynamika promienista) nie jest zakończona.

13.2. Model newtonowski (Shakury) hydrodynamiki promienistej.
Warto podkreślić, że przy trudnościach wzmiankowanych wcześniej, przypadek stacjonarny hydrodynamiki promienistej ma jasny sens fizyczny. Oznaczmy przez U radialną składową prędkości mierzoną w układzie laboratoryjnym, ϱ gęstość masy barionowej i p — ciśnienie barionów. Dla uproszczenia przyjmijmy politropowe równanie stanu, $p = K\rho^{\Gamma}$. Poniżej ϕ oznacza potencjał grawitacyjny, stała $\alpha = \sigma/(4\pi m_p c)$ (σ jest przekrojem czynnym na rozpraszanie fotonu na elektronie) i a^2 jest prędkością dźwięku. Pełny zestaw równań składa się z równania Eulera wyrażającego prawo zachowania pędu

$$U\partial_R U = -\frac{Gm(R)}{R^2} - \frac{1}{\varrho}\partial_R p + \alpha\frac{L(r)}{R^2}, \tag{248}$$

równania zapewniającego zachowanie masy barionowej

$$\partial_R \dot{M} = 0 \tag{249}$$

($\dot{M} = -4\pi U R^2 \rho$ jest wydajnością akrecji — ilością masy spadającej w jednostce czasu) i równania

$$L_0 - L(r) = \dot{M}\left(\frac{a_\infty^2}{\Gamma - 1} - \frac{a^2}{\Gamma - 1} - \frac{U^2}{2} - \phi(R)\right). \tag{250}$$

Równanie (250) wyraża prawo zachowania energii. L_0 jest tutaj asymptotyczną jasnością natomiast $L(r)$ jest jasnością lokalną; różnica obu wielkości jest równa mocy promieniowania pochodzącego od spadającego gazu. Równania (248 — 250) sformułował Shakura [51], który w swojej analizie zaniedbał jednak ciśnienie barionów. Nieco wcześniej Cassinelli i Castor [52] podali podobne równania różniące się jedynie obecnością pewnego dodatkowego wyrazu związanego z promieniowaniem.

Jeśli przyjąć, że asymptotycznie gaz spoczywa, $U_\infty = 0$, to w przypadku gazu testowego i dla masy centralnej M zamkniętej w obiekcie o promieniu R_0, $L_0 = \dot{M}\frac{GM}{R_0}$. Jedyne swobodne parametry to asymptotyczna gęstość i prędkość dźwięku gazu. I jasność L_0 i wydajność akrecji $\dot{M}$ są zadane jednoznacznie (w przybliżeniu gazu testowego).

Można pokazać (wynik Shakury [51], uogólniony na samograwitujący gaz w [53]), że $L(r)$ różni się znacząco od L_0 jedynie w warstwie gazu przyległej do powierzchni ciała, bowiem

$$L(r) = L_0 \exp\left(\frac{-L_0 R_0}{L_E r}\right), \tag{251}$$

gdzie $L_E = GM/\alpha$ jest jasnością Eddingtona. Na ogół $L_0/L_E \ll 1$ i dla $R \gg R_0$ jasność jest praktycznie stała. Wzrost $L(r)$ w pobliżu powierzchni można interpretować jako wynik promieniowania tej warstwy gazu, nagrzanej wskutek oddziaływania z fotonami emitowanymi przez gorący obiekt centralny.

13.2.1. Granica Eddingtona. Graniczna wartość jasności, przy której ciśnienie promieniowania równoważy siłę grawitacji — wobec czego plazma przestaje spadać — jest równa granicy Eddingtona. Z równania (248) od razu wynika, że w granicy Eddingtona

$$\begin{aligned} L_E &= 4\pi c \frac{GMm_p}{\sigma} \\ &= 1.3 \times 10^{38} \times \frac{erg}{s} \times \frac{M}{M_0}, \end{aligned} \tag{252}$$

gdzie M_0 jest masą Słońca.

Oszacowanie (252) jest ścisłe w ramach hydrodynamiki promienistej, ale ten sam wynik można otrzymać w wyniku następującego heurystycznego rozumowania. Jasność można zapisać jako

$$L = 4\pi\rho_E R^2 c = 4\pi p_E R^2 c. \tag{253}$$

Ciśnienie wywiera siłę działającą od środka na proton plazmy, o wartości $F = p\Sigma$, gdzie Σjest przekrojem czynnym na rozpraszanie fotonów na elektronie (rzędu πr_0^2, dokładnie $8\pi r_0^2/3$). (Jest tu pewna subtelność; siła ta wprost działa na elektrony a przenosi się na protony w wyniku następującego procesu. Ciśnienie rozsuwa elektrony i protony, powstaje siła elektrostatyczna działająca na protony. Z kolei ciśnienie wywierane przez fotony bezpośrednio na protony jest do pominięcia ze względu na około milion razy mniejszy przekrój czynny na rozpraszanie fotonów na protonach.) Siła ta powinna równoważyć siłę ciążenia $\frac{GMm_p}{R^2}$ w granicy Eddingtona.

13.3. Model Bondiego akrecji.
Kładziemy tutaj jasność $L_0 = 0$; w przypadku jasności znacznie mniejszej od jasności Eddingtona wpływ promieniowania na akrecję jest zaniedbywalny. Rozważymy jedyne rozwiązania z punktem dźwiękowym, to jest sferą o promieniu R_S na której Zachodzi $U_S^2 = a_S^2$. Taka akrecja nazywa się krytyczną; analiza równań ciągłości i Eulera, (248 — 249) prowadzi do następujących wniosk'ow:

i) punkt dźwiękowy jest punktem bifurkacji. Rozwiązanie odpowiadające spadaniu gazu jest jednym z czterech możliwych ale tylko dwa — akrecja i wiatr gwiezdny — mają sens fizyczny [54].

ii) w punkcie dźwięku zachodzi nie tylko $U_S^2 = a_S^2$ ale także $U^2 = \frac{GM}{2R_S}$. Podstawienie tych relacji do równania Bernoulliego (tj. całki równania Eulera)

$$\frac{a_\infty^2}{\Gamma - 1} = \frac{a^2}{\Gamma - 1} + \frac{U^2}{2} - \frac{GM}{R} \tag{254}$$

daje natychmiast $a_S^2 = \frac{2}{5-3\Gamma} a_\infty^2$.

Akrecja krytyczna ma większą wydajność masową od podkrytycznej. Łatwo sprawdzić, że dla strumienia krytycznego gazu

$$\dot{m} = \pi m^2 \frac{\rho_\infty}{a_\infty^3} \Big(\frac{2}{5 - 3\Gamma}\Big)^{5-3\Gamma/2(\Gamma-1)}; \tag{255}$$

zatem zwiększenie asymptotycznej prędkości gazu zmniejsza $\dot{M}$. Z kolei dla odpowiednio dużej wartości a_∞^2 promień punktu dźwiękowego staje sie równy promieniowi atraktora; dalsze zwiększanie a_∞^2 dawałoby już akrecję podkrytyczną.

13.4. Relatywistyczne uogólnienie akrecji Bondiego.

13.4.1. Uwagi wstępne. Stan gazu opiszemy poprzez tensor energii i pędu

$$T^{\mu\nu} = (\varrho + p)U^{\mu}U^{\nu} + pg^{\mu\nu}, \tag{256}$$

gdzie U^{μ} jest czteroprędkością molekuł gazu, $U^{\mu}U_{\mu} = -1$. W szczególności równanie stanu gazu definiuje się w terminach ϱ (gęstości gazu w układzie współporuszającym się) i p (ciśnienia gazu), $p = p(\varrho)$; jest to tzw. barotropowe równanie stanu gazu.

Jak wiadomo już z równań Einsteina $G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}$ wynikają (dzięki zredukowanym tożsamościom Bianchi) lokalne prawa zachowania

$$\nabla_{\mu}T^{\mu\nu} = 0. \tag{257}$$

Osobliwością sformułowania relatywistycznego jest fakt, iż zachowanie prądu barionowego wynika z równań (257). Sformuję ten fakt (słuszny dla dowolnych, niesymetrycznych, konfiguracji) w formie następującego twierdzenia.

Twierdzenie. Przy warunkach (256)- (257) istnieje czynnik całkujący n taki, że $\nabla_{\mu}(nU^{\mu}) = 0$. Dla barotropowego równania stanu gazu $n = C\exp(\int_{\rho_0}^{\rho} dr/(r + p(r))$, gdzie C i ρ_0 są odpowiednio dobranymi stałymi.

Twierdzenie to pojawia się w niektórych podręcznikach z ogólnej teorii względności, ale wygląda ono na mało znane astrofizykom. W literaturze astrofizycznej definiuje się często zachowanie prądu barionowego $\nabla_{\mu}j^{\mu} = 0$ niezależnie od równań (257) i odwołuje się do prawa zachowania energii by związać n z ϱ. Wprowadza się przy tym postulat isentropowości (stałości entropii), zupełnie niepotrzebny, jak widać z powyższego wywodu, w którym nie odwoływano sieę do zasad termodynamiki (natomiast potrzebne są jakieś dane natury mikrofizycznej, które pozwolą ustalić stałe C i ρ_0 występujące powyżej).

W literaturze astrofizycznej standardowym równaniem stanu gazu jest

$$p = Kn^{\Gamma}. \tag{258}$$

Także i w tym przypadku stosuje się powyższe twierdzenie, ale przy zmienionej postaci czynnika całkującego n. Można zresztą uznać (258) za szczególną postać barotropy. Na poziomie newtonowskim obie gęstości, n i ϱ, można utożsamić.

13.4.2. Relatywistyczne modele stacjonarnej akrecji. W literaturze najwcześniej — w latach 1970-tych — pojawiły się rozwiązania, w ktrych stosowano przybliżenie gazu testowego i dla równania stanu (258); gaz ewoluuje tu w ustalonej geometrii Schwarzschilda [55] — [57]. Podobnie jak w modelu newtonowskim można uzyskać jawną postać wydajności masowej M w funkcji parametrów asymptotycznych (ϱ_{∞} i a^2_{∞} i masy M atraktora grawitacyjnego ([61], [59]).

Opis stacjonarnej akrecji z uwzględnieniem samograwitacji gazu pojawił się znacznie później, dla równania stanu $p = K\rho^{\Gamma}$ [104]. Trzeba zadawać sobie sprawę, że stacjonarność jest tutaj przybliżona, ale może to być całkiem dobre przybliżenie. Dla przykładu, aby gwiazda neutronowa otoczona obłokiem gazu świeciła z jasnością bliską Eddingtona, wydajność masowa $\dot{M}$ winna być rzędu 10^{-8} masy Słońca na rok; zatem te parametry układu, które są związane z masą (charakterystyki punktu dźwiękowego, $\dot{M}$) mogą być niemal niezmienne przez długi czas. Okazuje się, że pewne cechy — na przykład charakterystyki punktu dźwiękowego i wydajność masowa $\dot{M}$ – modelu z samograwitacją gazu są podobne do opisu w przybliżeniu gazu testowego, przy założeniu odpowiednich warunków asymptotycznych [60]. Jest jedna uderzająca różnicą — ustalonej wartości $\dot{M}$ odpowiadają dwa rozwiązania różniące się obfitością gazu. Fakt ten przenosi się na grunt hydrodynamiki promienistej, przynajmniej w wersji newtonowskiej.

Przy zadanych warunkach globalnych i brzegowych (całkowita jasność, całkowita masa, zadany potencjał na brzegu zwartego jądra, zadane równanie stanu samograwitującego gazu) — warunki te są kompletne — istnieją dwa możliwe rozwiązania, różniące się obfitością gazu [53]. W ramach modelu Shakury obserwacje nie określają jednoznacznie promieniującego obiektu. Wrócimy do tej uwagi później.

W dalszym ciągu będę zajmować się opisem spadania gazu z pominięciem jego samograwitacji. Przypuśćmy, że zadany jest układ o zadanych parametrach zewnętrznych — masie, asymptotycznej prędkości dźwięku (czy temperaturze) i gęstości. Niech dane będzie politropowe równanie stanu gazu w warstwie zewnętrznej; w tym obszarze gaz może znajdować się w reżimie newtonowskim i może obowiązywać równanie stanu $p = K\varrho^{\Gamma}$. Przypuśćmy, że takie samo równanie (lub inna "naturalna" politropowa wersja, $p = Kn^{\Gamma}$) obowiązuje w całej objętości gazu, gdzie mogą objawić się efekty ogólnorelatywistyczne. Pojawia się pytanie, jak dalece będą różnić się przewidywania opisu newtonowskiego (modelu Bondiego) i opisu ogólnorelatywistycznego? Odpowiedź na to pytanie jest znana z prac [58] (politropy $p-\varrho$) oraz [61] (ogólne barotropy). Okazuje się, że nierelatywistyczny model Bondiego znacząco zawodzi dopiero dla dużej asymptotycznej prędkości dźwięku, $a^2_\infty \geq 0.05$.

Mianowicie (patrz np. [58])

$$\begin{aligned} &\dot{m} = \Omega\pi m^2 \frac{\rho_\infty}{a^3_\infty}\Big(\frac{2}{5-3\Gamma}\Big)^{5-3\Gamma/2(\Gamma-1)} \sim \\ &\alpha\Omega \times 10^{11}\frac{g}{sec} \times \Big(\frac{M}{M_O}\Big)^2 \times \Big(\frac{\rho_\infty}{10^{-24}g/cm^3}\Big) \times \Big(\frac{T_\infty}{10^4 K}\Big)^{-3/2} \\ &\equiv \alpha\Omega\dot{m}_B, \end{aligned} \tag{259}$$

gdzie $T_\infty = m_p a^2_\infty/(k)$ jest asymptotyczną temperaturą a M_O oznacza masę Słońca. m_p jest masą protonu Zakłada się, iż gaz składa się głównie ze zjonizowanego wodoru. Parametr Ω jest poprawką ogólno-relatywistyczną bliską 1 dla chłodnego gazu i nieprzekraczającą 10 dla ultrarelatywistycznego (gorącego) gazu; jego jawna postać wyrażająca się poprzez parametry punktu dźwiękowego można znaleź w [58]. α jest dane wzorem

$$\alpha = \Big(\frac{2}{5-3\Gamma}\Big)^{5-3\Gamma/2(\Gamma-1)} \times \frac{4\Gamma^{4/3}}{0.3\pi}. \tag{260}$$

α jest równe 1 dla $\alpha = 5/3$ i jest rzędu 1 dla wartości $1 \leq \Gamma < 5/3$. Wielkoś ci w mianownikach oznaczają typowe wartości gęstości i temperatury gazu międzygwiezdnego.

Moc związana ze spadającą masą jest równa $\dot{m}c^2$. W przybliżeniu ($\Gamma \sim 5/3$, pomijam poprawki ogólnorelatywistyczne)

$$\begin{aligned} &\dot{m}c^2 \sim \\ &\times 10^{32}\frac{erg}{sec} \times \Big(\frac{M}{M_O}\Big)^2 \times \Big(\frac{\rho_\infty}{10^{-24}g/cm^3}\Big) \times \Big(\frac{T_\infty}{10^4 K}\Big)^{-3/2}. \end{aligned} \tag{261}$$

Okaże się dalej, że opis produkcji promieniowania w układach ze spadającym gazem jest znany jedynie jakościowo. Nierozsądne wydaje się w tej sytuacji precyzowanie opisu akrecji i z tego powodu poprzestanę na przybliżeniu newtonowskim, w zgodzie zresztą z Nowikowem i Thorne'm, których wyniki [56] zostaną dalej streszczone.

13.5. Produkcja promieniowania w gazie spadającym na czarne dziury.

13.5.1. Oszacowanie gęstości Z danych umieszczonych w [58] wynika, że w pobliżu horyzontu czarnej dziury prędkość spadania gazu jest bliska prędkości swobodnego spadku, jeśli $a^2_\infty << 1$.

Dla $R < R_*$ (tj. wewnątrz sfery dźwiękowej) jest słuszne oszacowanie $2m/R > U^2 > m/(2R)$, to jest $U^2 = \beta m/(2R)$, gdzie $\beta\epsilon(1,4)$. Są to oszacowania zbliżone do przewidywań modelu newtonowskiego [56]. W świetle powyższego: ze stałości $\dot{m}$, oszacowań prędkości i ze wzoru $\dot{m} = 4\pi R^2 U\rho(a^2/\Gamma + 1)$ wynika oszacowanie gęstości w obszarze $R < R_*$

$$\rho = \frac{\alpha}{R^{3/2}m^{1/2}(a^2/\Gamma+1)}\dot{m}_B$$
$$= \frac{\alpha}{(a^2/\Gamma+1)} \times 6 \times 10^{-12} \times \frac{g}{cm^3} \times \Big(\frac{R_g}{R}\Big)^{3/2} \times \Big(\frac{\rho_\infty}{10^{-24}g/cm^3}\Big) \times \Big(\frac{T_\infty}{10^4K}\Big)^{-3/2}. \quad (262)$$

13.5.2. Twierdzenie o wmrożeniu pola magnetycznego. Gaz o typowej międzygalaktycznej temperaturze jest w znacznej mierze zjonizowany. Prądy jonów generują pole magnetyczne. Typowe pole magnetyczne ma indukcję rzędu 10^{-6} gaussów, czemu odpowiada gęstość energii pola magnetycznego

$$\frac{B_\infty^2}{8\pi} = 4 \times 10^{-14} \times \frac{erg}{cm^3}. \quad (263)$$

"Twierdzenie o wmrożeniu pola magnetycznego w plazmie" mówi, że pole magnetyczne współporusza się z plazmą a jego strumień jest stały. Jest to wynik łatwo otrzymywany w ramach magnehydrodynamiki (np. str. 39 w [62] lub wykład 18 Blanforda i Thorne'a dla doktorantów Caltex-u, http://www.pma.caltech.edu/Courses/ph136/yr2006/text.html). Wynika stąd zachowanie indukcji $B \sim R^{-2}$ i gęstości pola magnetycznego $\rho_m \sim R^{-4}$. Porównanie charakteru zmian gęstości gazu i pola magnetycznego wskazuje, że dla $R \sim 100R_g$ obie gęstości stają się porównywalne. W takiej sytuacji opis analityczny nie jest możliwy. Odgaduje się, że w tym obszarze (tj., blisko czarnej dziury) powinna nastąpić ekwipartycja energii na magnetyczne, grawitacyjne, kinetyczne (spadku gazu i energii termicznej) i turbulentne stopnie swobody (Nowikow i Thorne nazywają to założenie "Schwartzman guess"),

$$(energia\ grawitacyjna\ na\ mase\ jedn.) = \frac{GM}{R}$$
$$\sim \frac{4B^2}{8\pi\rho} \sim 4\frac{U^2}{R} \sim 4\frac{v_{turb}^2}{2} \sim 4\frac{3kT}{m_p}. \quad (264)$$

13.5.3. Promieniowanie plazmy Zjonizowany gaz nazywa się plazmą. W temperaturze kilkunastu tysięcy kelwinów następuje całkowita jonizacja gazu wodorowego. Przypuszcza się, że promieniowanie ma głównie charakter synchrotronowy. (Nowikow i Thorne [56], biorą pod uwagę inne kanały - np. promieniowanie hamowania - są one jednak o wiele mniej wydajne.) Elektrony poruszają się po trajektoriach spiralnych w polu magnetycznym, które przybiera orientację radialną w wyniku wspomnianej wyżej deformacji. Promieniowanie poruszających się elektronów jest wysyłane w mały wycinek kąta bryłowego - $1/\gamma$, gdzie $\gamma = 1/\sqrt{1-V^2}$ jest czynnikiem relatywistycznym - wzdłuż kierunku stycznego do kierunku ruchu. Patrz Jackson [64]. Przybliżona periodyczność ruchu elektronu sprawia pojawienie się promieniowania o charakterystycznej częstości ω_c

$$\omega_c \sim 2\pi\gamma^2\frac{eB}{m_e c} = 2\pi\gamma^3\omega_{cyc}, \quad (265)$$

gdzie ω_{cyc} jest częstością ruchu elektronu. Można to zapisać jako $10^8\ Hz \times (T/10^4K)^2(B/gauss)$. Zarówno T jak i B zmieniają się z promieniem R. Dla typowych charakterystyk plazmy $\omega_c \sim 10^{14}$-10^{15} Hz, w obszarze najbardziej wydajnym radiacyjnie ($R \sim 2 - 10 \times R_g$).

Promieniowanie synchrotronowe jest charakteryzowane tzw. emisyjnością - mocą promieniowania na jednostkę masy plazmy, liczoną w jednostkach energii na jednostkę masy i jednostkę czasu

$$\epsilon = \frac{f}{m_p} < \frac{dE}{dt} >=$$
$$\frac{2}{3}\frac{f}{m_p}\frac{r_0^2}{c} < \gamma V_p >^2 B^2, \tag{266}$$

gdzie $dE/dt = 2e^2a^2/(3c^3)$ jest mocą promieniowania pojedynczego elektronu. f jest równe liczbie par pozyton-elektron przypadających na jeden proton plazmy. Powyżej pojawia się promień kulombowski elektronu $r_0 = e^2/(m_e c^2)$. (Dalej $f \sim 1$). Przyśpieszenie a jest dane wzorem Lorentza,

$$a^k = \frac{e}{m_e c}\gamma(\mathbf{V} \times \mathbf{B})^k. \tag{267}$$

V_p oznacza składową prędkości prostopadłą do pola magnetycznego. Proces uśredniania w obszarze ultrarelatywistycznym ($V \sim c$) daje w wyniku

$$< (\gamma V_p^2/c)^2 >= \frac{2}{3} < \gamma^2 >= 8\Big(\frac{kT}{m_e c^2}\Big)^2. \tag{268}$$

Ostatecznie otrzymuje się emisyjność plazmy

$$\epsilon = \frac{16}{3}\frac{r_0^2 c}{m_p}\Big(\frac{kT}{m_e c^2}\Big)^2 B^2$$
$$= 2.2 \times 10^{-10} \times \frac{erg}{s} \times (\frac{T}{K})^2(\frac{B}{gauss})^2. \tag{269}$$

13.5.4. Promieniowanie gazu spadającego na czarną dziurę Całkowita jasność (synchrotronowa) jest dana wzorem [56]

$$L = \int_M \epsilon dm = \int_{r_{min} \sim 4m} \epsilon 4\pi\rho r^2 dr; \tag{270}$$

dłuższy rachunek, wykonujący "zasadę ekwipartycji" i wcześniejsze szacunki prowadzi do

$$L = 10^{29} \times \frac{erg}{s} \times \Big(\frac{M}{M_O}\Big)^3 \times \Big(\frac{\rho_\infty}{10^{-24}g/cm^3}\Big) \times \Big(\frac{T_\infty}{10^4 K}\Big)^{-3}. \tag{271}$$

Podkreślam pominięcie w tych rachunkach poprawek ogólno-relatywistycznych.

13.5.5. Wydajność akrecji sferycznej Wydajność procesu akrecji można zdefiniować jako stosunek całkowitej jasności do $\dot{m} \times c^2$. Łatwo widać, że dla jasności produkowanej w mechanizmie synchrotronowym

$$\frac{L}{\dot{m} \times c^2} \sim 10^{-3} \times \frac{M}{M_O}. \tag{272}$$

Przy masach czarnych dziur rzędu $10M_O$ wydajność jest niewielka, rzędu jednego procenta. (Dla dużych mas, $M \sim 10^3 M_O$, powyższy wzór staje się bezsensowny, co wskazuje na potrzebę przeprowadzenia staranniejszej analizy.) Jasność L jest wtedy prawie o 2 rzędy wielkości mniejsza od jasności Słońca.

Warto pokreślić, że w ramach modelu Shakury, w którym gaz spada na obiekt centralny o twardej powierzchni, wydajność akrecji zależy — w przybliżeniu gazu testowego — wyłącznie od wielkości potencjału grawitacyjnego na powierzchni atraktora. Wydajność jest określona wprost przez warunki brzegowe. Gdyby ekstrapolować ten model na postulowane z pewnych powodów obiekty relatywistyczne z powierzchnią — tzw. gravastary [65] — o "potencjale powierzchniowym" $GM/R \approx 1/2$ zbliżonym do potencjału czarnych dziur, to wydajność promieniowania byłaby bliska 100 % . Dla porównania, wydajność spalania wodoru na hel wynosi około 0.7% .

13.6. Uwagi o akrecji niesferycznej.

Gaz posiadający moment pędu utworzy wokół czarnej dziury dysk akrecyjny, nawet jeśli czarna dziura jest sferycznie symetryczna. Przyjmuje się, że cząstki gazu poruszają w przybliżeniu po orbitach kołowych; tracą one kręt wskutek lepkości związanej z turbulencjami generowanymi przez niestabilności magnetohydrodynamiczne. W rezultacie promień orbity zmniejsza się a nadwyżka energii zostaje wypromieniowana. Poniżej zademonstruję jedynie, że akrecja niesferyczna jest bardziej wydajnym źródłem promieniowania niż akrecja sferyczna.

W procesie wirializacji gazu, którego stan zwirializowany ma energię potencjalną E_p, układ musi pozbyć się energii $|E_p|/2$. Jest to wprawdzie wynik otrzymany w ramach mechaniki newtonowskiej, ale okazuje się on przydatny do oszacowania ilości energii możliwych do uzyskania w quasi-stacjonarnym kolapsie dysku pyłowego, w którym drobiny pyłu opadają (pod wpływem lepkości) po orbitach quasi-keplerowskich. Najmniejsza stabilna kołowa orbita wokół czarnej dziury Schwarzschilda ma promień $6M$ (patrz podręczniki ogólnej teorii względności, np. [4], [57]). Wynika stąd, że drobina pyłu, która spadnie na orbitę kołową o promieniu 6m musi się pozbyć 1/12 swojej energii spoczynkowej. Zbadanie tego samego zagadnienia w sposób ogólnorelatywistyczny daje nieco mniejszy wynik. Można mianowicie otrzymać wynik 5.72% (rozwiązanie można znaleźć w wielu podręcznikach, np. w [4] czy [57]; patrz także poniższe ćwiczenie); tyle energii traci ciało próbne przed osiągnięciem orbity o promieniu $6m$.

Jeszcze wyższa, bo dochodząca do 40 % (dla tzw. ekstremalnych czarnych dziur), jest wydajność akrecji na czarną dziurę Kerra. Jest to możliwe dzięki temu, że stabilne orbity ciał próbnych mogą tu — inaczej niż dla geometrii Schwarzschilda — znajdować się w odległości mniejszej od $6M$.

Pełna analiza wymaga rozwiązania równań hydrodynamiki płynu. Jest to problem nierozwiązany ściśle, ale wiadomo, że efektywność energetyczna niesferycznych procesów wynosi około 10 % . Ciągle jeszcze nie istnieją ogólnorelatywistyczne modele niesferycznej akrecji. W szczególności wyzwaniem jest sformułowanie opisu uwzględniającego samograwitację gazu i produkcję fal grawitacyjnych.

Ćwiczenie. Energia wiązania ciała próbnego o masie spoczynkowej m krążącego po orbicie kołowej o promieniu R może być zdefiniowana jako $\epsilon \equiv m - E$, gdzie $E \equiv U^\mu p_\mu$. Mamy tutaj p^μ — czteropęd ciała oraz U^μ — czteropęd obserwatora spoczywającego w przestrzennej nieskończoności. Pokazać, że

i) $\epsilon(R) = m\frac{1-\frac{2m}{R}}{\left(1-\frac{3m}{R}\right)^{1/2}}$;

ii) $\epsilon(6m) \approx 0.057$.

Wskazówka. Wykorzystać istnienie całek ruchu w geometrii Schwarzschilda oraz — dla orbit kołowych — równość $\frac{dR}{dt} = \frac{d^2R}{dt^2} = 0$.

13.7. Astrofizyczne czarne dziury.

Istnieją trzy typowe astrofizyczne sytuacje, w których znajduje się kandydatki na czarne dziury.

Dwie pierwsze odnoszą się do układów podwójnych, w których zwykle znana jest tzw. funkcja masy [11] (wyznaczana metodami fotometrycznymi lub spektroskopowymi). Dostępne są też różne charakterystyki promieniowania emitowanego przez dyski akrecyjne znajdujące się wokół niewidocznych składników, jednakże nie stanowią one rozstrzygającego argumentu; często trudno odróżnić promieniowanie produkowane wokół czarnej dziury pochodzenia gwiezdnego i wokół gwiazd neutronowych. Tym niemniej pewne cechy promieniowania (lub ich brak) bywa interpretowany jako sygnatura horyzontu zdarzeć. Na przykład Narayan uważa brak pewnego rodzaju błysków rentgenowskich w promieniowaniu przychodzącym z otoczenia pewnych klas obiektów za sygnał , iż są to czarne dziury[66]. Narayan i jego współpracownicy od dawna [75] zajmują się krytyczną analizą obserwacji i publikowaniem listy najpewniejszych kandydatek do stanu czarnych dziur [76].

13.7.1. i) Układy podwójne, w których jednym ze składników jest ciężka jasna gwiazda a drugim niewidzialny składnik o masie przewyższającej graniczną masę (analog masy Chandrasekhara dla białych karłów) typową dla gwiazdy neutronowej. Wielkość tej granicznej masy zależy od równania stanu i (przy założeniach uważanych za rozsądne) nie przekracza 5 mas Słońca. Słynny obiekt Cyg X-1 znajduje się w takiej właśnie parze; jego towarzyszem jest błękitny olbrzym HDE 226868 o typie widmowym O 9.7 i masie rzędu parudziesięciu mas Słońca. Cyg X-1 obiekt wysyła promieniowanie rentgenowskie, okres obiegu wynosi około 5.6 dni, W takich układach podwójnych nawet dokładna znajomość funkcji masy nie pozwala (ze względu na nieokreśloność kąta pomiędzy kierunkiem obserwacji a płaszczyzną orbity) na dokładniejsze wyznaczenie masy ciemnego składnika. Cyg X-1 dla przykładu, ma masę prawdopodobnie większą od 3 M_O a mniejszą od $30M_O$; to co wiadomo na pewno, to tyle, że jego masa przewyższa 0.24 M_O. Stąd Cyg X-1 od dawna stracił pozycję lidera wśrod kandydatów na czarne dziury.

13.7.2. ii) Układy podwójne, w których jasny składnik jest lekki a drugim niewidzialny ciężki składnik. Najpewniejszym kandydatem na czarną dziurę jest V404 Cyg, o masie oszacowanej od dołu na 6.08 M_O, a wynoszącej prawdopodobnie około 12.3 M_O. Są to liczby przewyższające znacznie graniczną masę Chandrasekhara nawet dla szybko rotującej gwiazdy neutronowej o egzotycznym równaniu stanu. W układach podwójnych omawianego typu dokładność wyznaczenia masy ciemnego składnika jest znacznie większa, niż w pierwszej grupie.

13.7.3. iii) Trzecią klasę stanowią jądra galaktyk lub gromad kulistych gwiazd. Obszary wewnątrz gromada kulistych i w jądrach galaktyk charakteryzują się gęstościami miliony razy większymi od charakterystycznej w kosmologii gęstości ρ_c. Astrofizyk z Cambridge, D. Lynden - Bell, zasugerował, że masywne czarne dziury występują w większości galaktyk i w centralnych częściach gromad kulistych. W szczególności mają one napędzać kwazary — odległe galaktyki ($z \approx 1$), które są niezwykle jasne. Podstawowym pytaniem stawianym w analizie tych obiektów jest następujące: jak gęsty jest rejon centralny? Analiza fotometryczna (charakterystyczne wewnętrzne fluktuacje promieniowania - ich okres pozwala oszacować rozmiar) lub spektroskopowa (np. pomiar przesunięcia ku podczerwieni w rejonie dysku otaczającego jądro) pozwalają niekiedy zmierzyć masę i stwierdzić występowanie gęstości trudnych do wyjaśnienia poprzez przyjęcie, że jądro jest kwazi-stacjonarnym skupiskiem gwiazd. Praca przegądowa Chakrabartiego [67] wymienia szereg jąder galaktycznych, które można uznać za dobrze udokumentowane kandydatki na czarne dziury, .ze wymienię galaktyki: Andromeda M31 (masa 10^7 $M_\odot$); M87 (masa rzędu 10^9 $M_\odot$); dwie supermasywne czarne dziury w OJ287, powstałe być może wskutek zlania się dwu olbrzymich galaktyk.

Interesujące jest, że w pewnych przypadkach wyznaczono duże redshifty linii widmowych, dokładniej linie K_α żelaza. Okazuje się, że nawet w wysokich temperaturach 10^7 K charakterystycznych dla dysków akrecyjnych, istnieją związane elektrony. W wyniku emisji

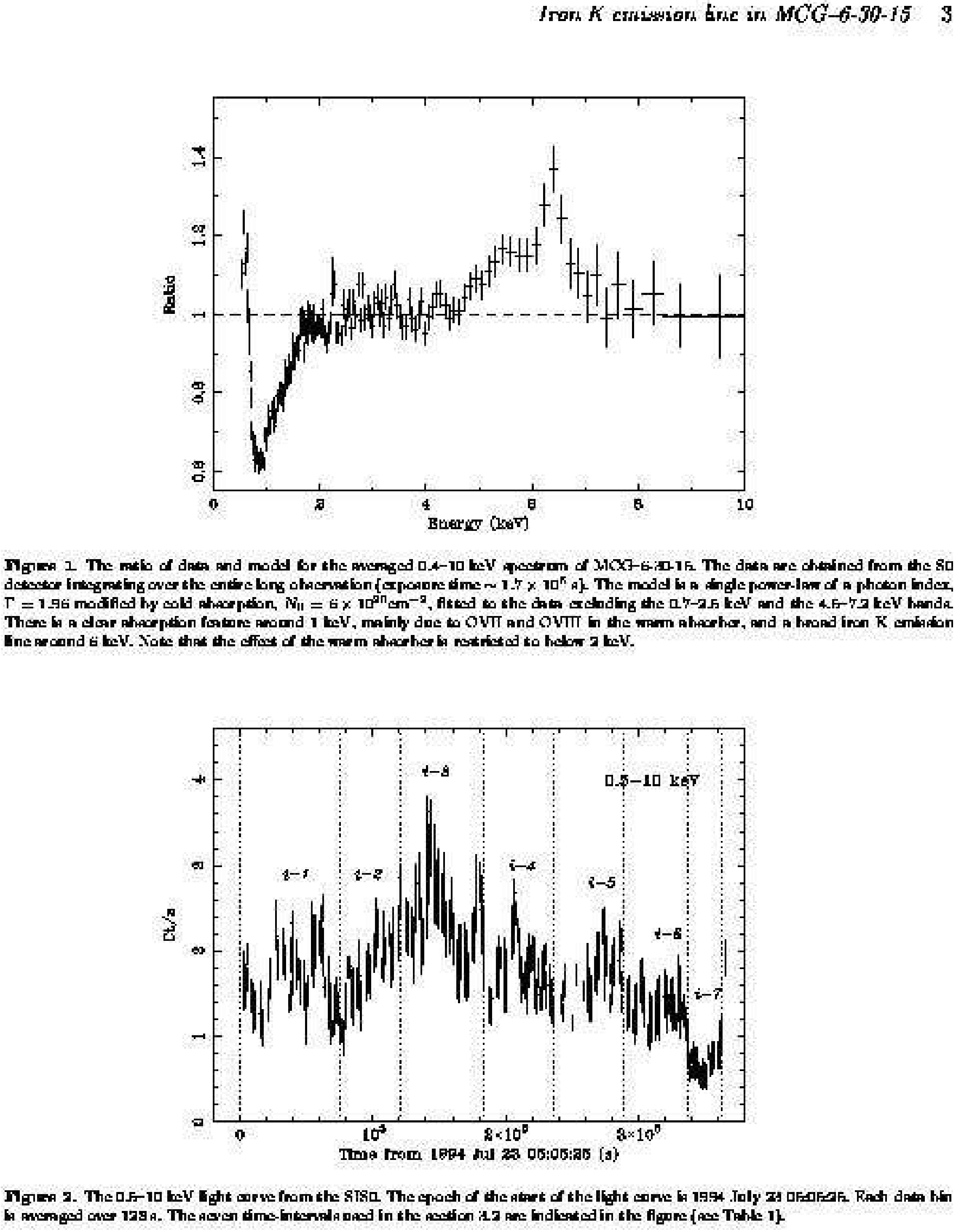

Figure 1. The ratio of data and model for the averaged 0.4–10 keV spectrum of MCG–6-30-15. The data are obtained from the S0 detector integrating over the entire long observation (exposure time ~ 1.7×10^5 s). The model is a single power-law of a photon index, $\Gamma = 1.96$ modified by cold absorption, $N_H = 6 \times 10^{20} \mathrm{cm}^{-2}$, fitted to the data excluding the 0.7–2.5 keV and the 4.5–7.2 keV bands. There is a clear absorption feature around 1 keV, mainly due to OVII and OVIII in the warm absorber, and a broad iron K emission line around 6 keV. Note that the effect of the warm absorber is restricted to below 2 keV.

Figure 2. The 0.5–10 keV light curve from the SIS0. The epoch of the start of the light curve is 1994 July 23 05:05:26. Each data bin is averaged over 128 s. The seven time-intervals used in the section 3.2 are indicated in the figure (see Table 1).

Figure 13. Rozmycie linii spektralnej K_α żelaza, pochodzącej z galaktyki Seyferta I MCG-6-30-15, wskutek efektów grawitacyjnych. Widać (górny rysunek) pik centralny wokół 6.4 keV i rozmyty obszar sigający poniżej 5 keV. Wykresy pochodzą z artykułu Iwasawa et al. [71].

Figure 14. To zdjęcie otoczenia czarnej dziury we wnętrzu Drogi Mlecznej wykonano z satelity Chandra w ciągu 11 obserwacji przeprowadzonych od 21. 09. 1999 do 04. 06. 2002; łącznie ponad 160 godzin obserwacji. W rejonie tym istnieje kilka tysięcy źródeł promieniowania rentenowskiego. Kolory na zdjęciu nie są rzeczywiste. Zdjęcie pochodzi ze strony domowej satelity Chandra, http://chandra.harvard.edu/photo/2003/0203long/index.html.

elektronu związanego z wysoce zjonizowanym atomem żelaza z poziomu wzbudzonego do jednego z najniższych powstaje foton o częstości charakterystycznej 6.4 keV. W obserwacjach niektórych aktywnych jąder alaktyk i zwartych obiektów o masie rzędu 10 mas Słońca [69] stwierdzono znaczne przesunięcie (grawitacyjne i Dopplerowskie — w praktyce trudne jest rozdzielenie tych dwu składników efektu ogólnorelatywistycznego) tej linii charakterystycznej. Obserwuje się linię poszerzoną pomiędzy 4000 - 7000 keV. Sugeruje to, że ciemnym składnikiem tych układów jest czarna dziura. Przegląd obserwacji zarówno dla aktywnych jąder galaktyk jak i dla obiektów pochodzenia gwiezdnego przedstawiają Reynolds i Nowak [70].

13.7.4. Sgra w Drodze Mlecznej.* Osobną uwagę należy poświęcić jądru naszej galaktyki. W centrum Drogi Mlecznej znajduje się zwarty obiekt o masie rzędu $4 \times 10^6 M_\odot$ skoncentrowanej w obszarze o promieniu 0.1 pc. Ewidencja jest tu wyjątkowa dobra i różnorodna. Astronomowie dysponują obserwacjami w zakresie podczerwieni i rentgenowskim pozwalającymi na śledzenie ruchu kilkunastu gwiazd w tamtym rejonie.

W ciągu prawie 20 lat obserwacji zauważono niemal zupełny obieg jednej z gwiazd; parametry orbity pozwoliły na oszacowanie masy centralnej. Jest niemal nieprawdopodobne, by w objętości

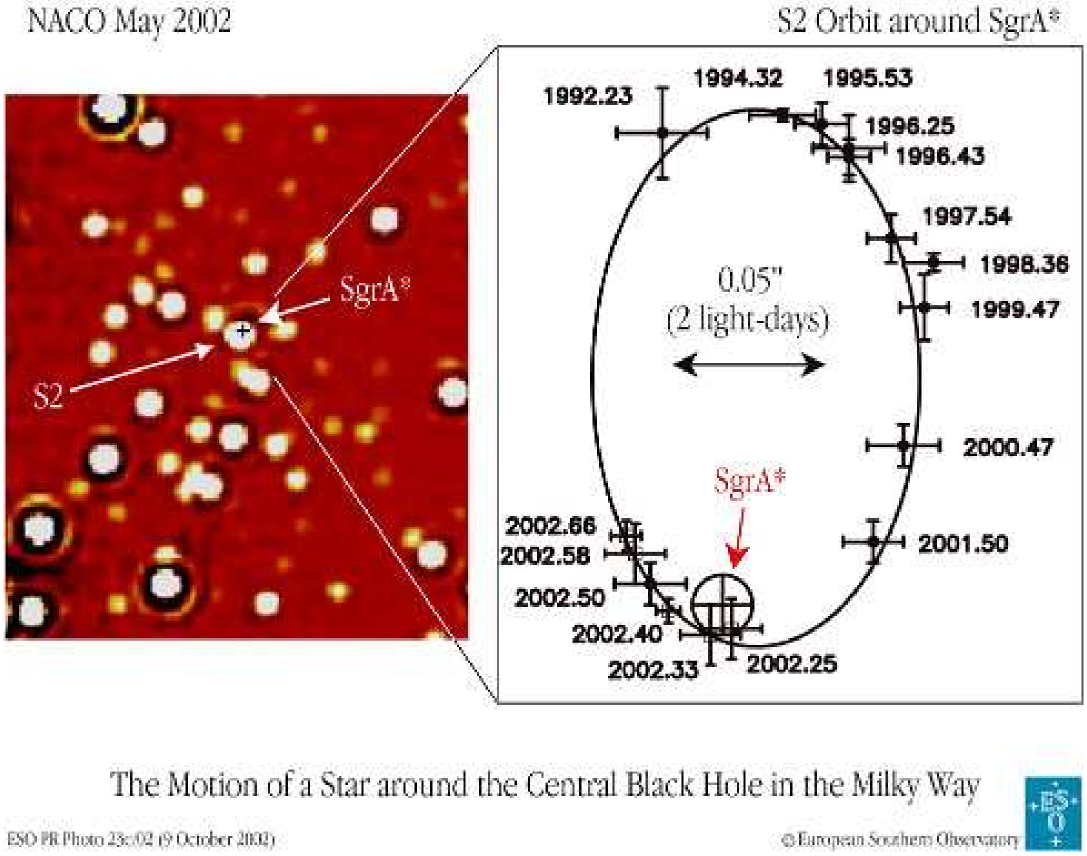

Figure 15. Trajektoria gwiazdy S2 wokół domniemanej czarnej dziury o masie 3.7 mln mas Słońca we wnętrzu Drogi Mlecznej. Rysunek pochodzi ze strony domowej ESO. Patrz także artykuł [73].

porównywalnej z objętością układu Słonecznego znajdowało się kilka milionów gwiazd, bowiem czas życia takiego układu byłby za krótki. Najbardziej konserwatywnym wyjściem jest przyjęcie, że istnieje tu gigantyczna czarna dziura [72].

13.7.5. Izolowane czarne dziury. Znane są przykłady niewidzialnych bezpośrednio obiektów, o których sądzi się, że są to czarne dziury pochodzenia gwiezdnego. Odkryto je W Drodze Mlecznej pośrednio, mierząc efekt mikrosoczewkowania; wyniki sugerują istnienie niewidzialnej soczewki o masie kilkakrotnie większej od masy Słońca [77], [78]. Wydaje się, że należy poczekać na potwierdzenie tych doniesień w dalszych obserwacjach prowadzonych w ramach programów MACHO czy OGLE bądź też w obserwacjach rentgenowskich (gaz międzygwiezdny spadający na czarne dziury powinien produkować promieniowanie możliwe do detekcji).

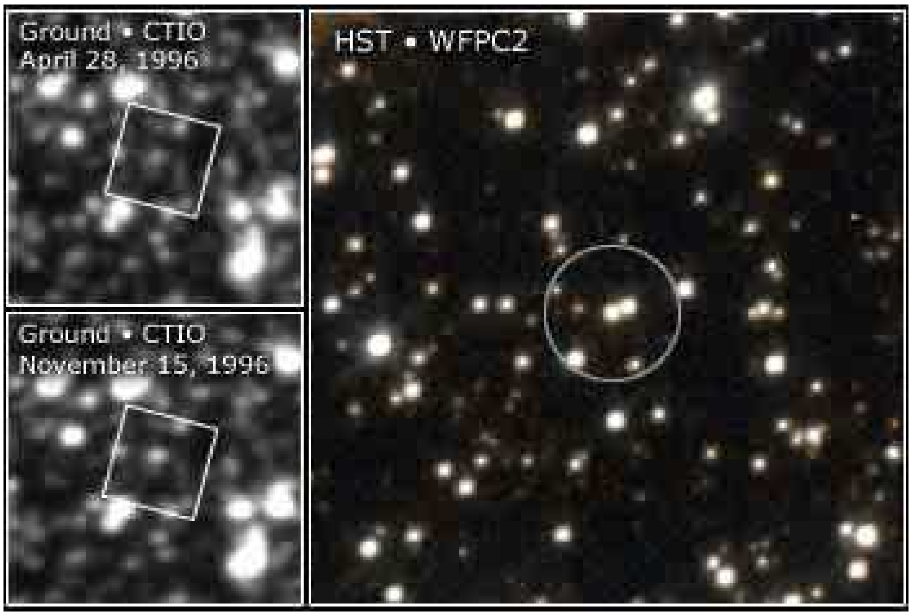

Figure 16. Zdjęcie wykonane z HST, http://hubblesite.org/newscenter/archive/releases/2000/03/image/a/. Przedstawia ono przebieg mikrosoczewkowania. Długotrwałość zdarzenia sugeruje dużą masę niewidzialnej bezpośrednio soczewki grawitacyjnej (czarna dziura?).