

Mechanika kwantowa III, zestaw 10

Zad. 1. Wychodząc z gęstości lagranżianu w postaci

$$L = \bar{\Psi}(x)(i\hbar c\gamma^\mu\partial_\mu - mc^2)\Psi(x) - \bar{\xi}(x)\Psi(x) - \bar{\Psi}(x)\xi(x)$$

gdzie $\bar{\xi}$ i ξ są źródłami zewnętrznymi

a) Znaleźć równania ruchu

b) Aby przeprowadzić kwantowanie układu zakładamy, że źródła $\bar{\xi}$ i ξ spełniają reguły antykomutacji

$$\{\xi_\alpha(x), \xi_\beta(y)\} = \{\xi_\alpha(x), \bar{\xi}_\beta(y)\} = \{\xi_\alpha(x), \Psi_\beta(y)\} = \{\xi_\alpha(x), \bar{\Psi}_\beta(y)\} = \dots = 0$$

Zastanowić się dlaczego. Zbudować hamiltonian, rozdzielić na część \mathcal{H}_0 i \mathcal{H}_{int} .

c) Korzystając z twierdzenia Wicka znaleźć rozwinięcie perturbacyjne w obrazie oddziaływania do wyrazów trzeciego rzędu. Zbadać eksponencjacje.

Zad. 2. Przeprowadzić podobną analizę wychodząc z gęstości lagranżianu

$$L = \bar{\Psi}(x)(i\hbar c\gamma^\mu D_\mu - mc^2)\Psi(x)$$

gdzie

$$D_\mu = \partial_\mu + \frac{ie}{\hbar c}A_\mu$$

a $A_\mu(x)$ są zewnętrznym polem elektromagnetycznym.

Zad. 3. Przeprowadzić analizę wychodząc z gęstości lagranżianu

$$L = \bar{\Psi}(x)(i\hbar c\gamma^\mu\partial_\mu - mc^2)\Psi(x) + \frac{\hbar^2 c^2}{2}g^{\mu\nu}(\partial_\mu\phi)(\partial_\nu\phi) - \frac{M^2 c^4}{2}\phi^2 - g\bar{\Psi}\phi\Psi.$$

W tym zadaniu mamy układ fermionów oddziałujących ze skalarnym polem rzeczywistym ϕ , które też podlega kwantowaniu. Znaleźć rozwinięcie perturbacyjne do rzędu g^2 .