

Zestaw 8.

1. Niech przestrzeń wektorowa V oznacza zbiór wszystkich kombinacji liniowych funkcji $\sin \phi$, $\cos \phi$. Niech $A = \frac{d}{d\phi}$.
 - i) Pokazać, że A jest operatorem liniowym w V .
 - ii) Wybrać wektory $\hat{e}_1 = \sin \phi$, $\hat{e}_2 = \cos \phi$. Pokazać, że stanowią one bazę w V .
 - iii) Policzyc macierz operatora A w tej bazie.
2. Niech przestrzeń wektorowa V oznacza zbiór wszystkich wielomianów co najwyżej drugiego stopnia w zmiennej t . Niech $A = \frac{d^2}{dt^2}$.
 - i) Pokazać, że A jest operatorem liniowym w V .
 - ii) Wybrać wektory $\hat{e}_1 = 1$, $\hat{e}_2 = t$, $\hat{e}_3 = t^2/2$. Pokazać, że stanowią one bazę w V .
 - iii) Policzyc macierz operatora A w tej bazie.
3. Policzyc A^{324} , gdzie A jest macierzą diagonalną o dwu wierszach i dwu kolumnach, mającej elementy diagonalne $a_{11} = \lambda_1$, $a_{22} = \lambda_2$.

$$A = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$$

4. Policzyc A^{324} , gdzie

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Udowodnic, że macierze podobne A i $\tilde{A} = CAC^{-1}$ mają te same wartości własne.