Zestaw 6.

1. Niech

$$\hat{e}_1 \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{e}_2 \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \hat{e}_3 \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

   i) Sprawdzić, że te wektory są liniowo niezależne.

   ii) Sprawdzić, że wektor $\hat{z} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ jest liniową kombinacją wektorów $\hat{e}_1$ i $\hat{e}_2$.

2. Pokazać, wykorzystując twierdzenie Kroneckera-Capellego, że poniższy układ równań nie ma rozwiązań dla parametru $\lambda \neq 0$:

$$x + y + z = 3$$

$$x - y + z = 1 + \lambda$$

$$x + 3y + z = 5.$$

   Wskazówka: wykorzystać wyniki zadania 1.

3. Rozważyć układ równań liniowych

$$-\lambda x + y + z = 0$$
$$x - \lambda y + z = 0$$
$$x + y - \lambda z = 0.$$

   Dla jakich wartości parametru λ ten układ nie jest układem Cramera? Czy posiada on wtedy rozwiązania (odpowiedz wykorzystując jedynie twierdzenie Kroneckera-Capellego)?

4. Policzyć rzędy macierzy pojawiających się poniżej. Rozwiązać układ równań w przypadku, gdy istnieją rozwiązania:

$$x + y + z = 3$$
$$x - y + z = 1 + \lambda$$
$$x + 3y + z = 5.$$