

Zestaw 3.

1. Pokazać, że ogół pierwiastków równania $z^4 = 1$ stanowi grupę przemienną ze względu na mnożenie.
2. Czy da się pokazać, że ogół pierwiastków równania $z^4 = 16$ stanowi grupę przemienną ze względu na mnożenie?
3. Znaleźć wszystkie rozwiązania równania $z^{-4} = 16$.
4. (Bardzo trudne) Policzyc

$$\sum_{k=0}^n \epsilon^k, \quad \sum_{k=0}^n (k+1)\epsilon^k,$$

gdzie ϵ jest jednym z pierwiastków n -tego stopnia z 1. Rozważyć osobno przypadki $\epsilon = 1$ i $\epsilon \neq 1$.

5. Wypisać jawnie wszystkie permutacje liczb $(1,2,3)$. Sprawdzić, że stanowią one grupę. Policzyc parzystość permutacji i sprawdzić, że można je (równoważnie) określić w oparciu o rozkład na transpozycje lub liczbę inwersji.
6. Niech $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$. Policzyc iloczyny macierzowe A^2, B^2, AB, BA .