

Zestaw 2.

1. Udowodnić nierówności

$$-|z| \leq \Im z \leq |z|.$$

2. Pokazać na płaszczyźnie zespolonej wszystkie wektory odpowiadające całkowitym potęgom liczby zespolonej $z = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + i)$.
3. Policzyc $\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{120}$.
4. Jaką figurę geometryczną tworzą liczby zespolone z takie, że $|z| = R$ ($R > 0$)?
5. W dziedzinie liczb zespolonych znaleźć rozwiązania równań

$$z^2 - 2z + 2 = 0,$$

$$x^2 + 4x + 13 = 0..$$

6. Znaleźć wszystkie pierwiastki równania $z^4 = 1$. Pokazać, że ten zbiór stanowi grupę przemienną ze względu na mnożenie.
7. (Trudne) Policzyc

$$\sum_{k=1}^n \cos(k\alpha).$$

Wskazówka: Wykorzystać $\cos \phi = \Re e^{i\phi}$