

Zestaw 10.

1. Pokazać, wykorzystując którąś z definicji iloczynu wektorowego (sugeruję tę z symbolem ϵ_{ijk}):

i) $\vec{x} \times \vec{x} = \vec{0}$

ii) $\vec{x} \cdot (\vec{x} \times \vec{y}) = \vec{y} \cdot (\vec{x} \times \vec{y}) = 0$.

- iii) **Trudne.** Wiadomo, że przy pewnych warunkach kręt cząstki materialnej — tj. wektor $\mathbf{x} \times \mathbf{p}$ — jest stały (niezmienny jest i kierunek, i wartość) krętu. Jaki jest kierunek osi obrotu cząstki? Czy jest prawdą, że w takim razie cząstka musi poruszać się po płaszczyźnie prostopadłej do osi obrotu?

2. Pokazać, że równanie prostej przechodzącej przez punkt o wektorze wodzącym \vec{x}_0 i wektorze kierunkowym \mathbf{u} można zapisać jak

$$\vec{u} \times (\vec{x} - \vec{x}_0) = \vec{0}.$$

3. Dane są punkty o wektorach wodzących $\mathbf{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ i $\mathbf{x}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

i) Znaleźć odległość między nimi.

- ii) Znaleźć równanie prostej przechodzącej przez te punkty. Czy punkt o wektorze wodzącym $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ leży na niej?

4. Dana jest płaszczyzna $x + y + z = 0$. Znaleźć odległość punktu P_0 o wektorze wodzącym $\vec{x}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ od tej płaszczyzny.

5. Znaleźć punkty wspólne płaszczyzn $x + y + z = 0$ oraz $2x - 2y + 2z = 4$.