

Sprawdzian 1 - przykładowe zadania

1. i) (4 punkty) Policzyc

$$\left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{35};$$

- ii) (4 punkty) Policzyc z^* , $|z/z^*|$, $|z|$, $|z^*|$ dla $z = \frac{\sqrt{7}}{2} + i\frac{1}{4}$. Liczba z^* jest sprzężona do z .

2. i) (4 punkty) Policzyc wszystkie rozwiązania równania $z^{-6} = 1$. Narysować ich położenie na płaszczyźnie zespolonej Gaussa.

- ii) (4 punkty) Uzasadnic, że stanowią one grupę przemianą ze względu na mnożenie.

- iii) (2 punkty) Czy da się pokazać, że ogół pierwiastków równania $z^4 = 16$ stanowi grupę przemianą ze względu na mnożenie?

3. (4 punkty) Udowodnic nierówność

$$-|z| \leq \Im z \leq |z|.$$

4. (8 punktów) Pokazać że

$$\left(\frac{1 + i \operatorname{ctg} \phi}{1 - i \operatorname{ctg} \phi}\right)^n = (-1)^{n+1} \left(\frac{1 + i \operatorname{ctg}(n\phi)}{1 - i \operatorname{ctg}(n\phi)}\right)$$

Zdobycie co najmniej 13 punktów gwarantuje ocenę co najmniej dostateczną.