



JAGIELLONIAN UNIVERSITY
IN KRAKOW

Cienka linia między współpracą a zdradą w modelu kolektywnych zachowań społecznych

UWr, Wrocław, 10.06.2011

Andrzej Jarynowski

Zakład Teorii Układów Złożonych, Instytut Fizyki, Uniwersytet Jagielloński

P. Gawroński, K. Kułakowski

Katedra Informatyki Stosowanej i Fizyki Komputerowej, AGH

- Motywacja
- Wprowadzenie do modelu
- Grupa przypadków dla stałego altruizmu
- Grupa przypadków dla zmiennego altruizmu
- Podsumowanie i próba socjologicznej interpretacji wyników

- Współpracować, czy zdradzać: Wedle klasycznej teorii gier wzajemna współpraca nigdy nie jest optymalna z indywidualnego punktu widzenia, ale zawsze opłacalna dla społeczeństwa
- Opozycja archetypów graczy:
 - Homo Economicus – istota racjonalna kierująca się własną korzyścią
 - Homo Sociologicus – istota postępująca według norm społecznych
- Dylemat więźnia rozumiany nie jak zwykle według teorii racjonalnego wyboru (ekonomicznie), lecz normatywnie (socjologicznie)

Mówimy że R jest w populacji P **normą społeczną**, jeśli istnieje wystarczająco duża część populacji P_{cf} należąca do P taka, że dla każdej jednostki „i” należącej do P_{cf} zachodzi:

- okoliczność (*contingency*): „i” wie, że reguła R istnieje i stosuje się do sytuacji typu S
- preferencja warunkowa (*conditional preference*): „i” woli przestrzegać R w sytuacji S pod warunkiem że
 - (a): spodziewanie empiryczne (*empirical expectations*): „i” wierzy że wystarczająco duży podzbiór P stosuje R w sytuacji typu S
 - (b): spodziewanie normatywne (*normative expectations*): „i” wierzy że wystarczająco duży podzbiór P spodziewa się, że „i” zastosuje się do R w sytuacji typu S
 - (b’): spodziewanie normatywne z sankcją (*normative expectations with sanctions*): „i” wierzy że wystarczająco duży podzbiór P spodziewa się, że „i” zastosuje się do R w sytuacji typu S, woli aby „i” się zastosował, i może wyrzucić sankcję.

- Zmiana społeczna w wyniku zmiany normy
- Zainteresowanie dynamiką procesu a nie jedynie stanem końcowym
- Zerowy model, minimalne założenia - zmienne charakterystyki graczy: reputacja i altruizm

Rozważmy grę, gdzie agenci grają w parach i za każdym razem mają 2 możliwości: współpracować (C), bądź oszukiwać (D). Prawdopodobieństwo współpracy zależy liniowo od altruizmu gracza (i) oraz reputacji współgracza (j).

$$P(i,j) = W_j(i) + \varepsilon_i$$

Jeżeli $P(i,j) > 1$ to przyjmujemy 1, a kiedy $P(i,j) < 0$ to 0.

Reputacja W - jest w przedziale $[0, 1]$

Altruizm ε - jest w przedziale $[-1/2, 1/2]$

Ogólna zasada:

- reputacja gracza rośnie (spada) jeśli on współpracował (oszukiwał);
- altruizm gracza rośnie (spada), jeżeli jego współgracz współpracował (oszukiwał).

Szybkość zmian jest definiowana przez x_w/x_ε jako procentowa zmiana reputacji / altruizmu.

$$(C) \quad \varepsilon := (0.5 - \varepsilon)x_\varepsilon + \varepsilon$$

$$(D) \quad \varepsilon := \varepsilon + (-0.5 - \varepsilon)x_\varepsilon$$

$$(C) \quad W := (1 - W)x_w + W$$

$$(D) \quad W := W - Wx_w$$

W grze zakładam, że bierze udział 100 graczy (czasami 1000) z pewnym początkowym rozkładem W i ε .

Będą to rozkłady jednorodne z ustaloną szerokością połówkową d . Przedział określony jest przez:

$$[\langle W \rangle - d; \langle W \rangle + d]$$

$$[\langle \varepsilon \rangle - d; \langle \varepsilon \rangle + d]$$

Przykładowo:

- jak $d=0$ mamy jednakową wartość W (ε) dokładnie w środku dozwolonego przedziału
- jak $d=0,5$ mamy rozkład jednorodny na całym dozwolonym przedziale z wartością średnią dokładnie w środku

Możliwe strategie graczy:

R- obaj współpracują

S- współgracz oszukiwał, kiedy gracz współpracował

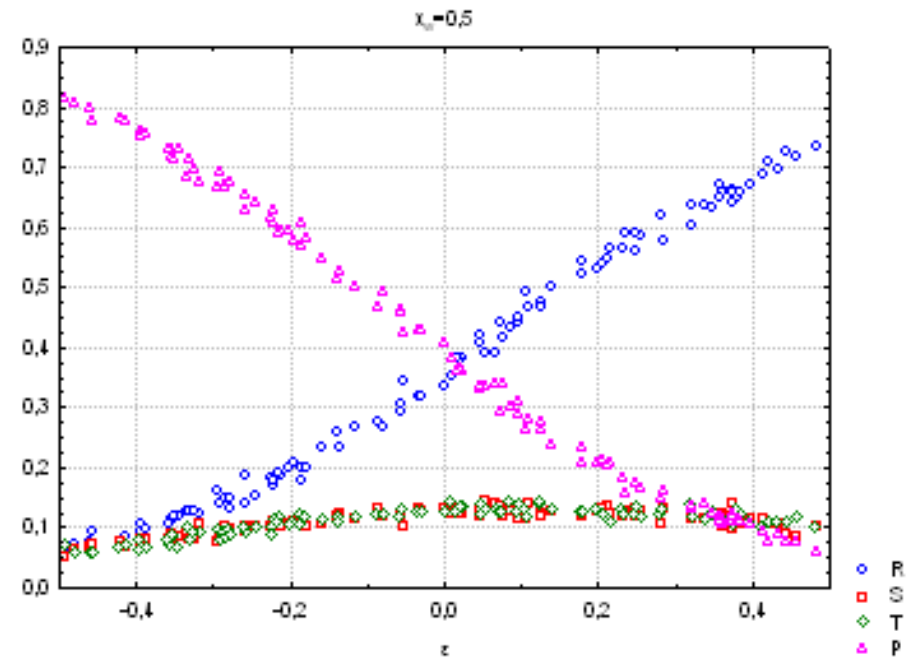
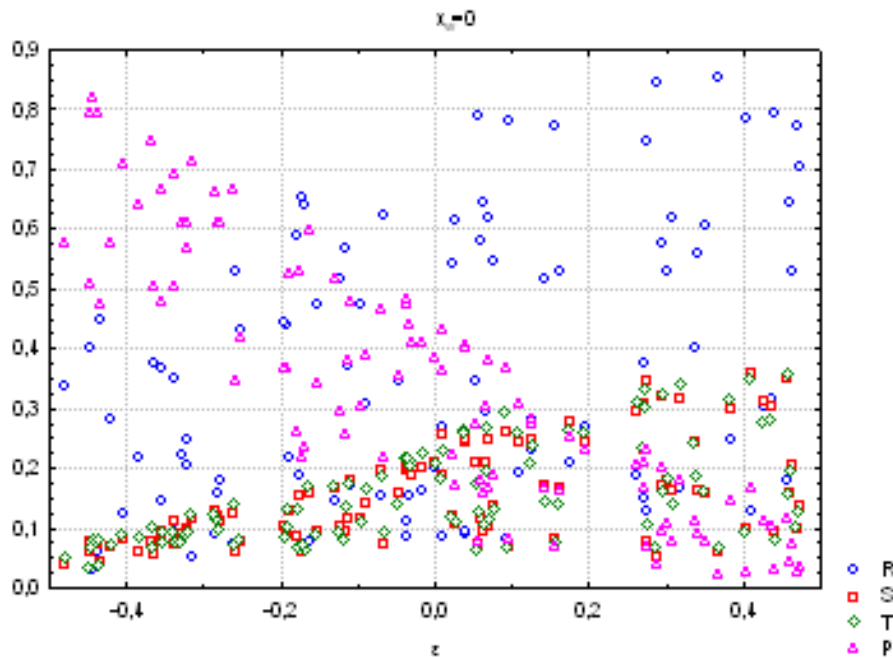
T- gracz oszukiwał, kiedy współgracz współpracował

P- obaj oszukują

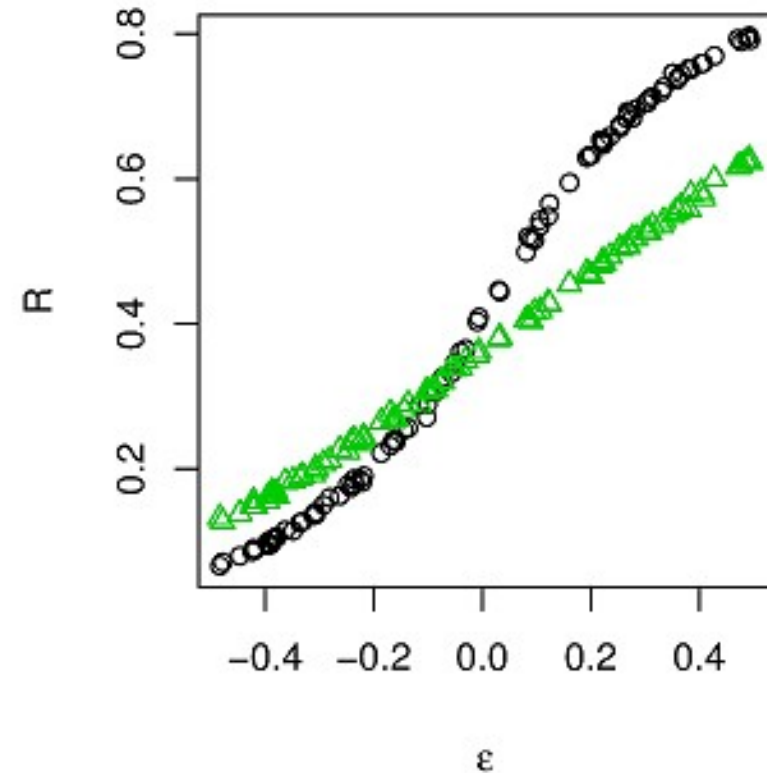
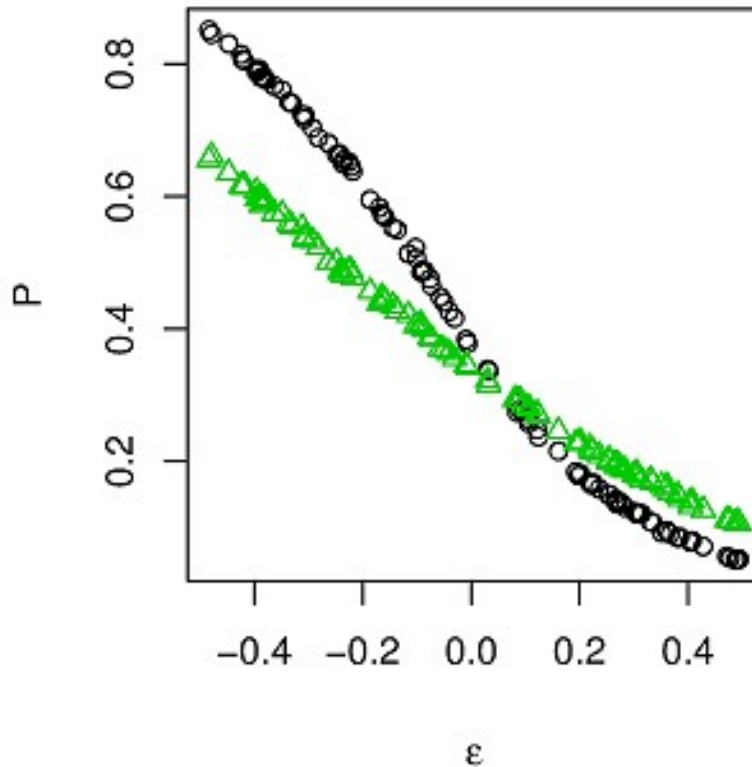
Ewolucja upraszcza się do poniższego układu:

(C) $W := (1-W)x_w + W$

(D) $W := W - Wx_w$

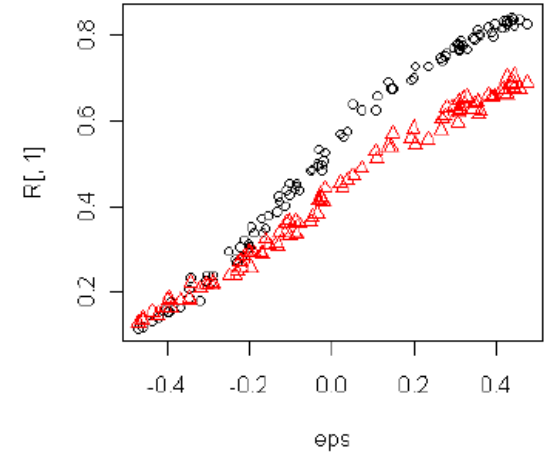
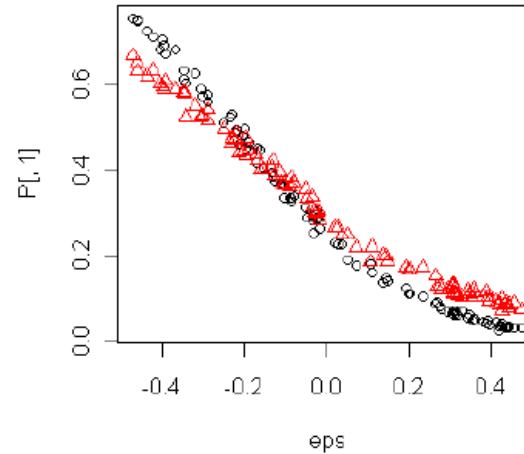


Wykresy częstości występowania strategii dla 10^5 kroków MC

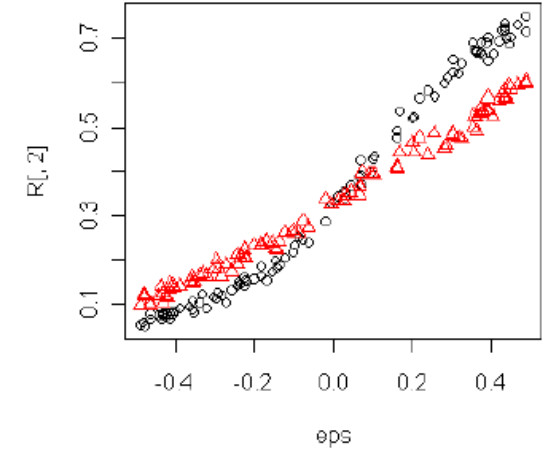
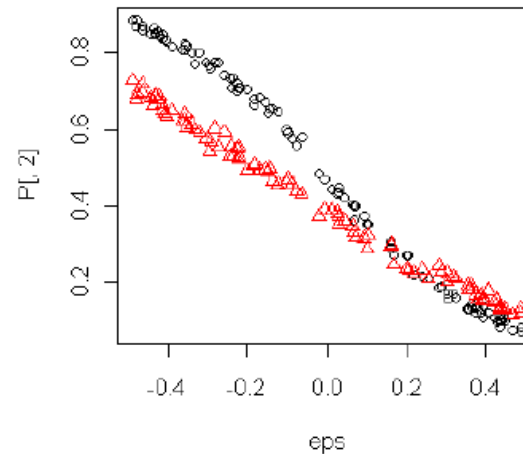


Spłaszczenie krzywej od sigmoidalnej (kółka, $x_w = 1\%$) do prostej (trójkąty, $x_w = 99\%$)

85% vs 15% u góry

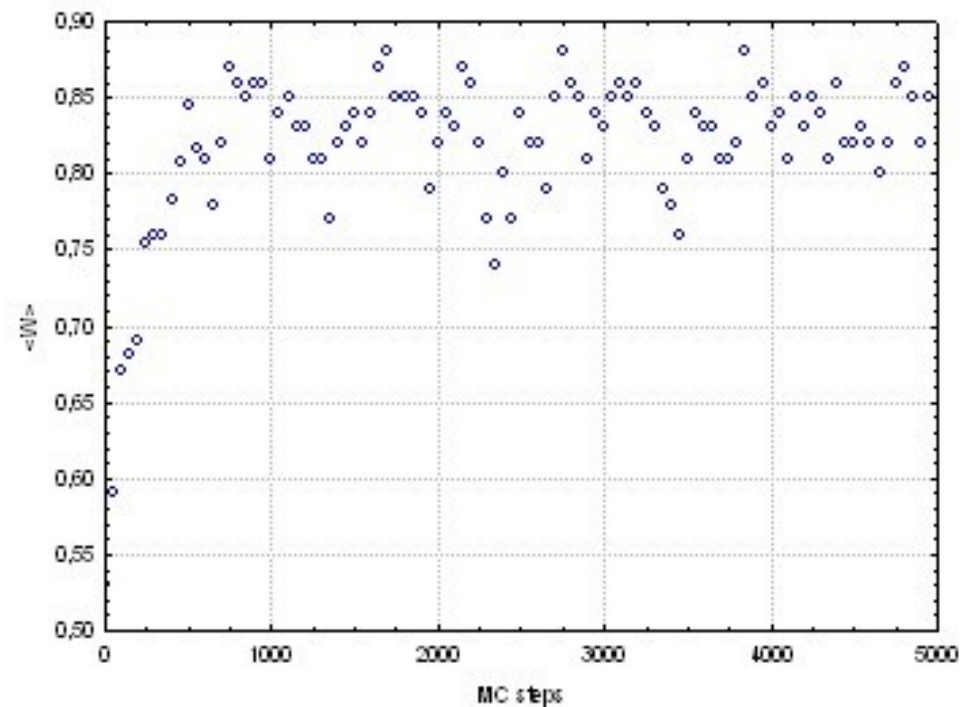
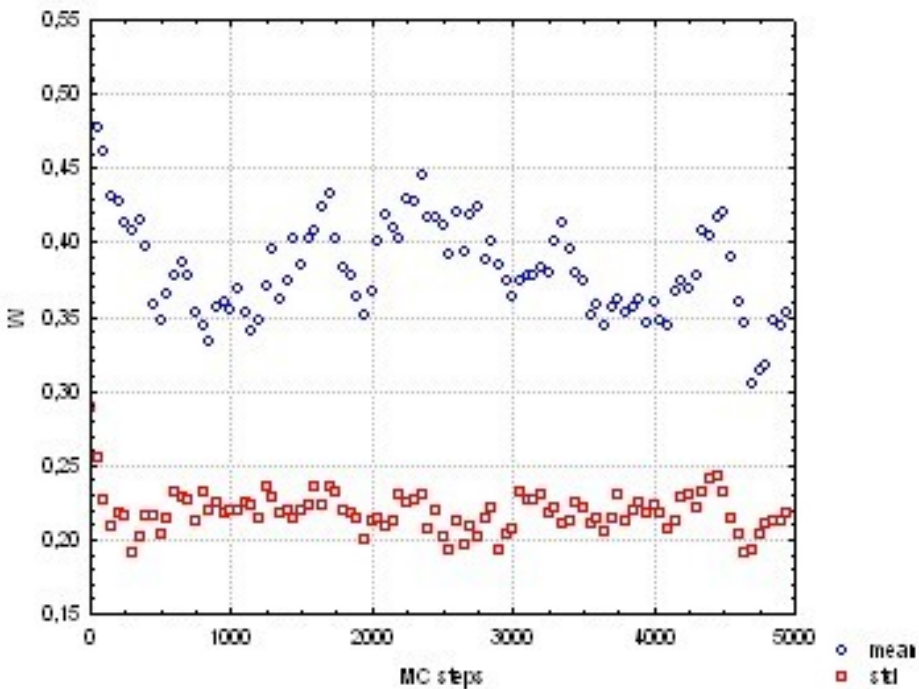


95% vs 5% na dole



$$\varepsilon = \text{const}, \quad x_w = z * W'$$

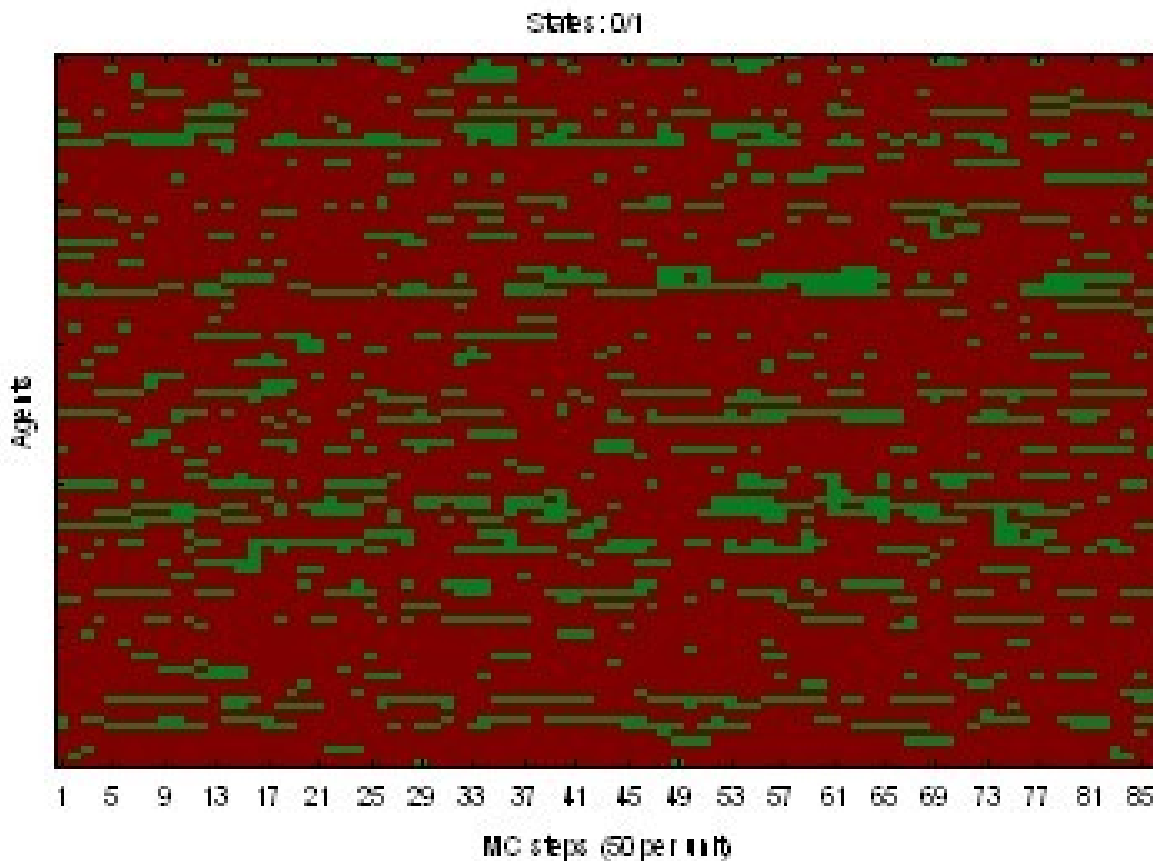
$x_w = z * W'$ gdzie W' jest reputacją współgracza, a z wewnętrznym parametrem szybkości zmiany



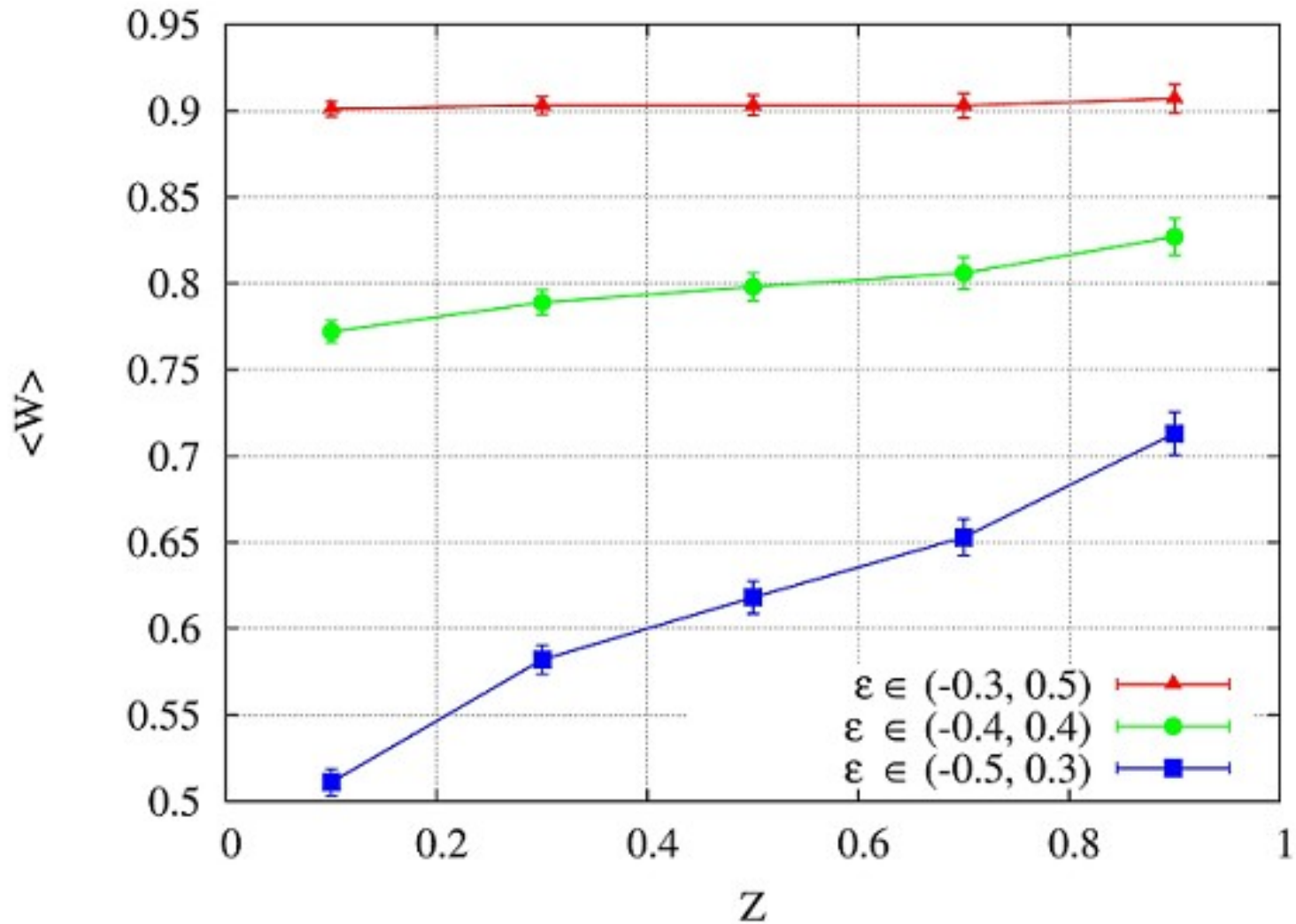
Oscylacje średniej wartości reputacji w czasie dla $z=0,5$ (po lewej) oraz $z=1$ (po prawej)

$$\varepsilon = \text{const}, x_w = z^* W'$$

Dla $z=1$ obserwujemy efekt jak w modelu Isinga 3D (spontaniczne przeskoki pomiędzy stanami).

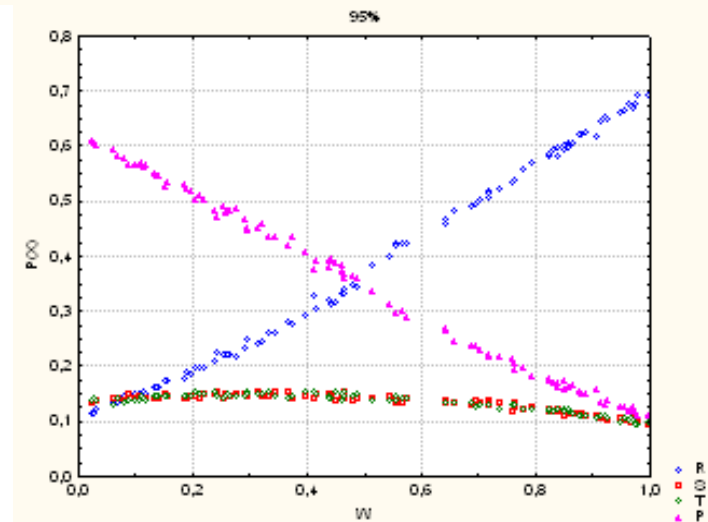
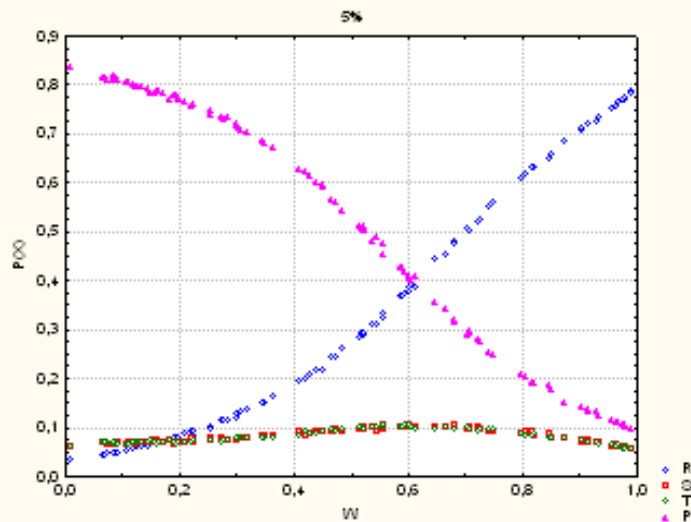
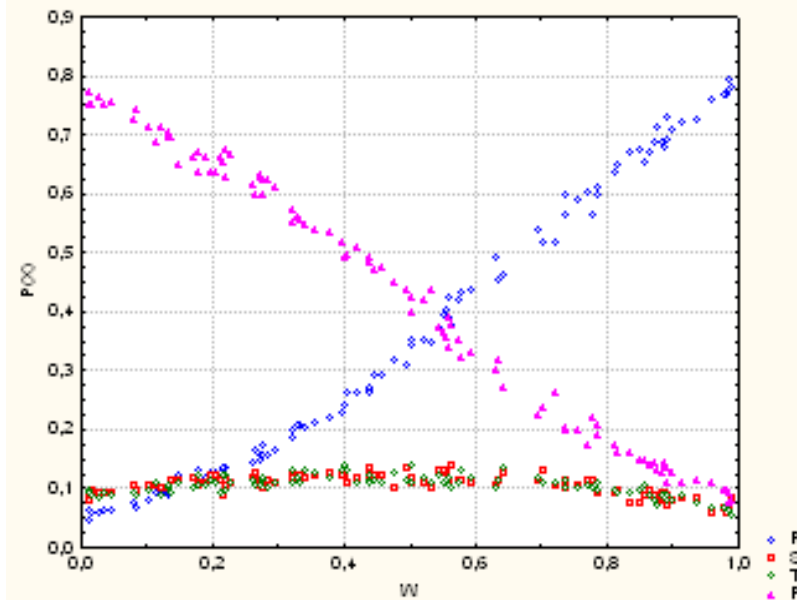


$$\varepsilon = \text{const}, x_w = z^* W'$$



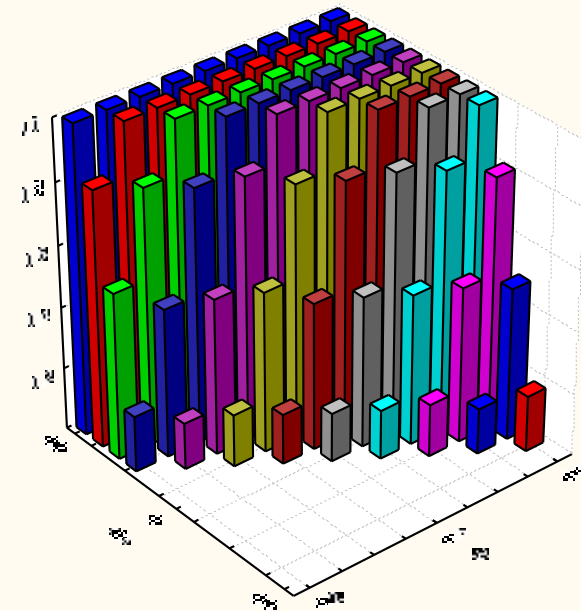
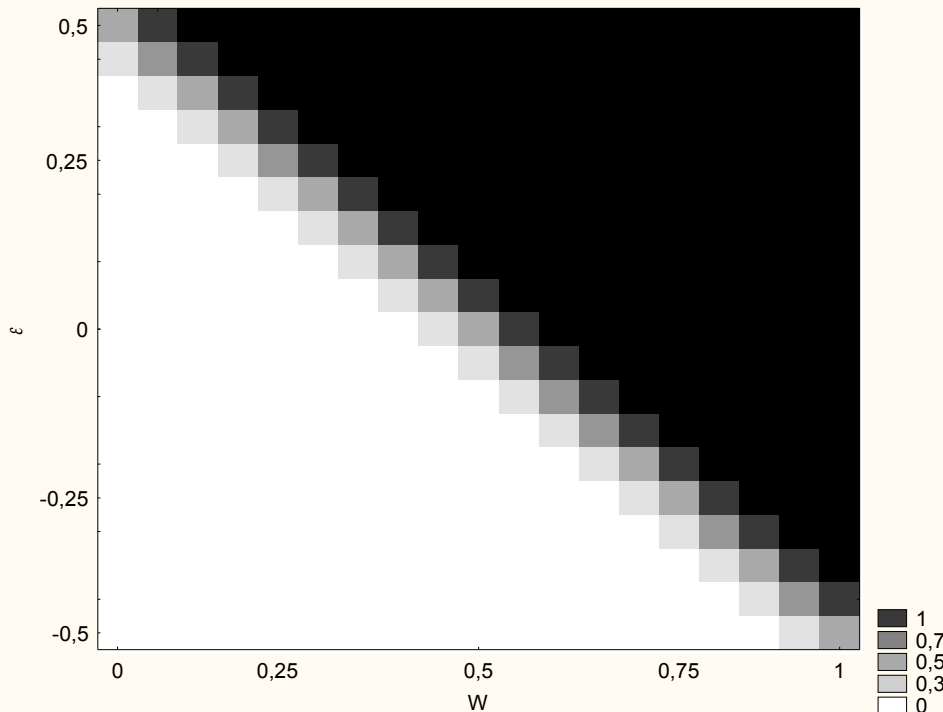
$$X_\varepsilon \neq 0, x_W = 0$$

Najprostsz y przypadek: $x_W = 0$

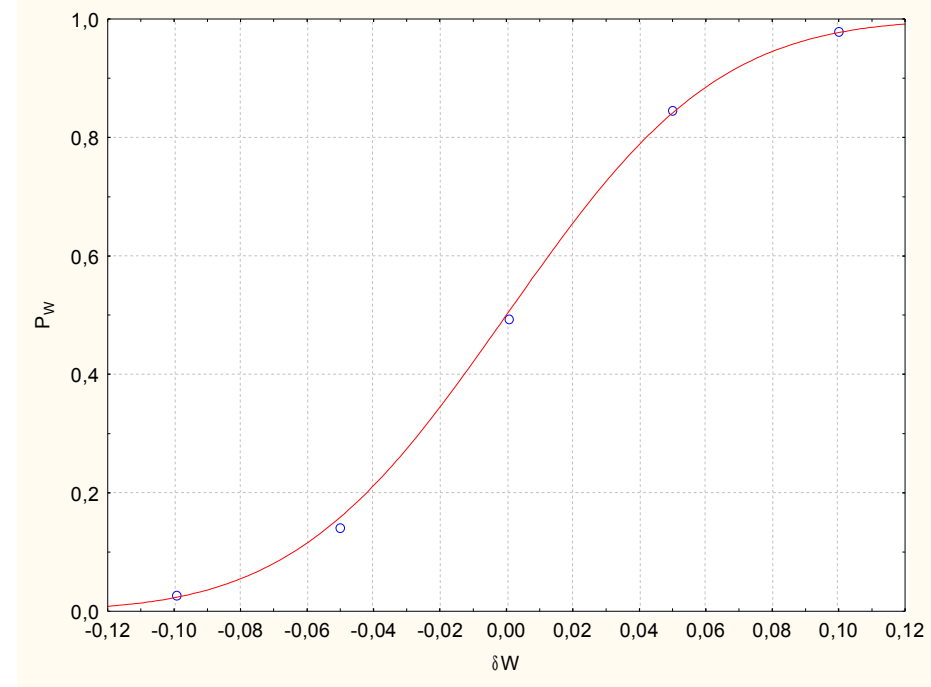
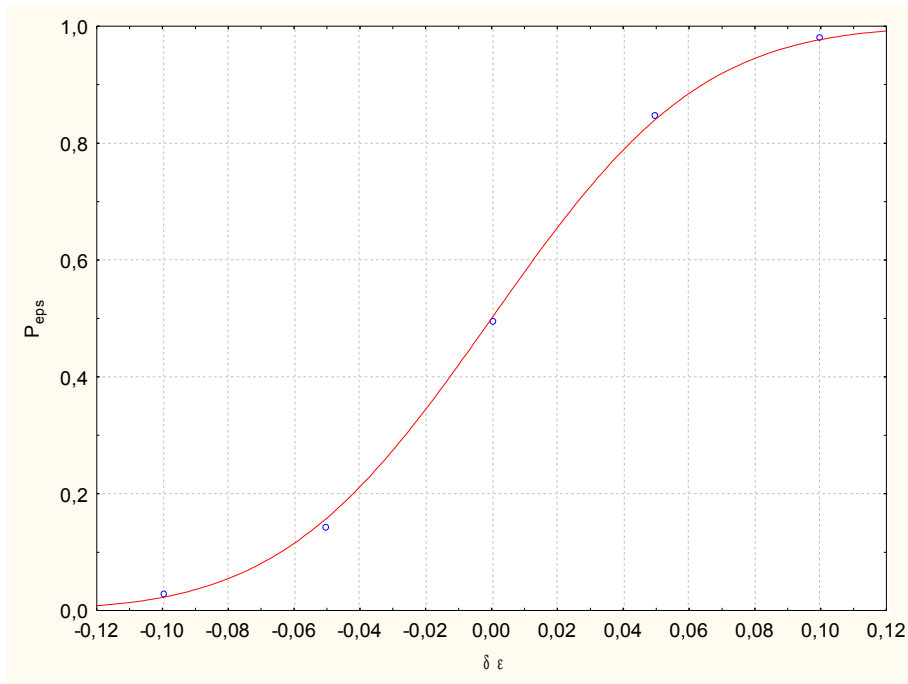


$$x_\varepsilon \neq 0$$

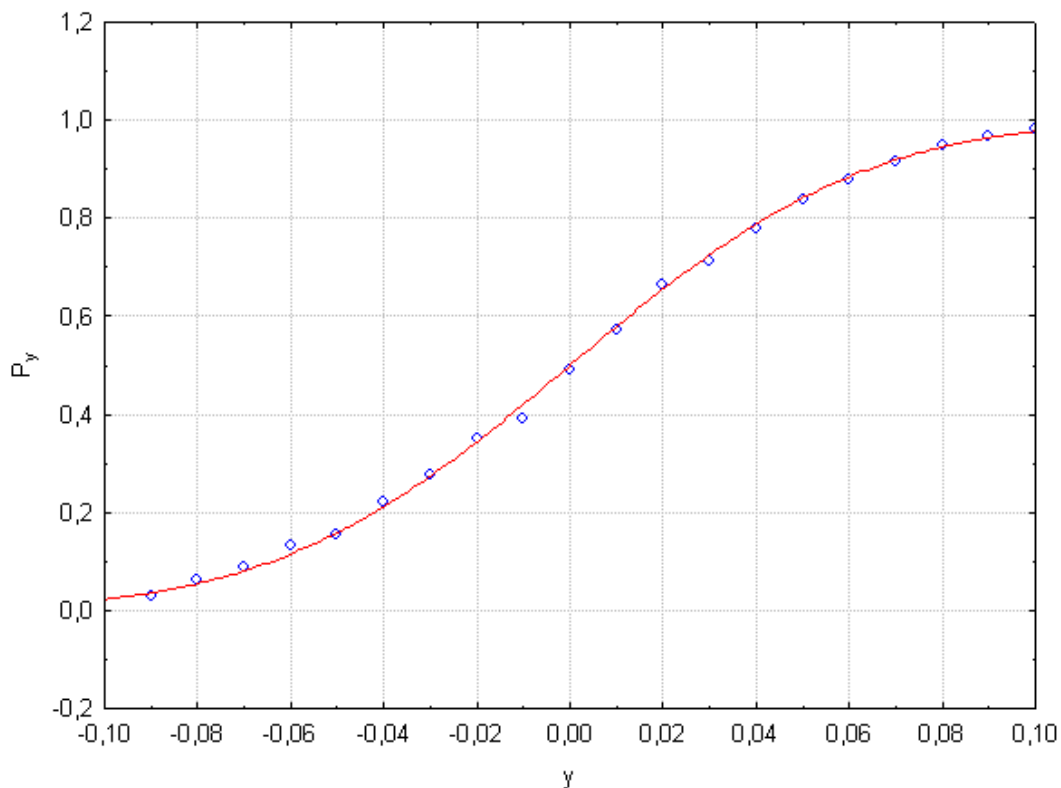
Kiedy x_W i x_ε są niezerowe to zanikają różnorodne strategie. Zaczynając od przypadku, kiedy po każdej kolejce następuje zmiana reputacji i altruizmu o $\frac{1}{2}$ otrzymamy:



Granica faz opisywana dystrybuantą rozkładu Gaussa

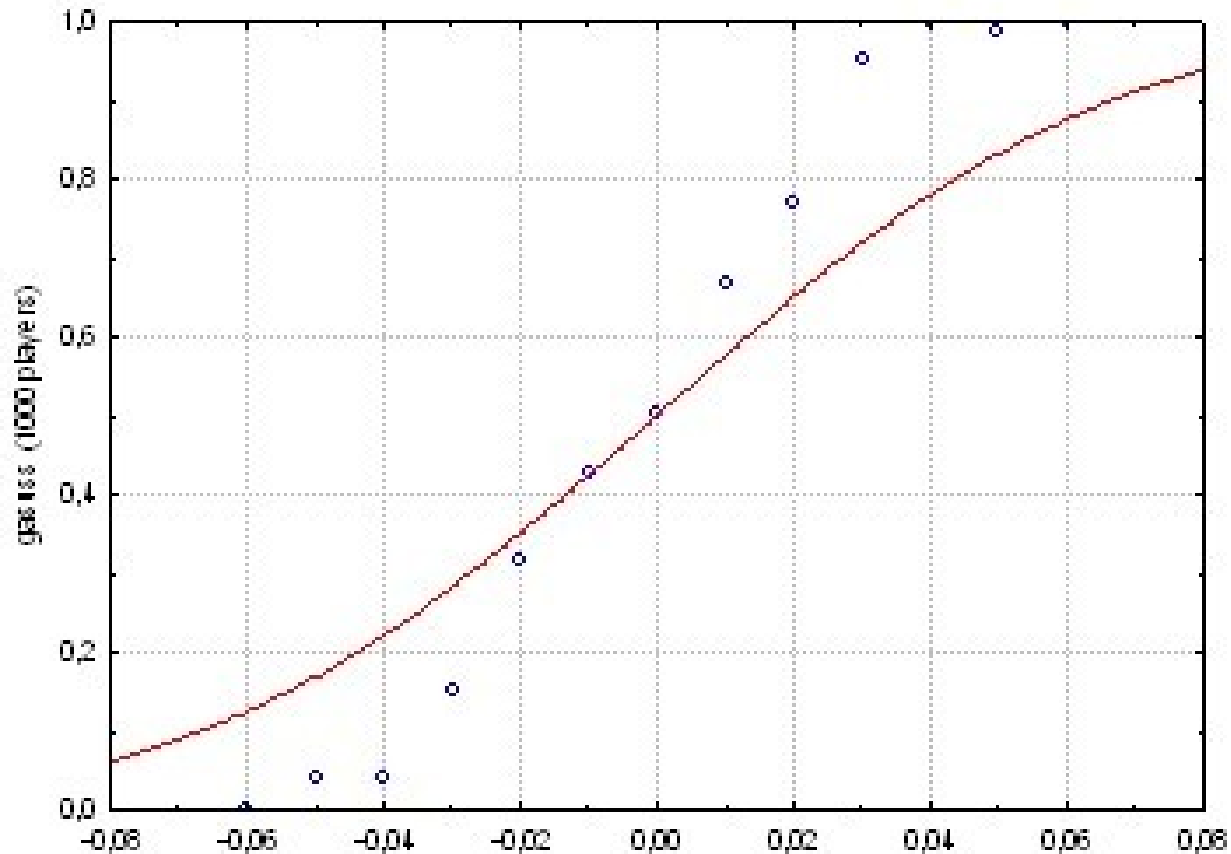


Warunek na obszar stochastyczny: $1/2 - 3\sigma < (W + \varepsilon) < 1/2 + 3\sigma$,
gdzie σ jest odchyleniem standardowym dopasowanej
dystrybuanty.



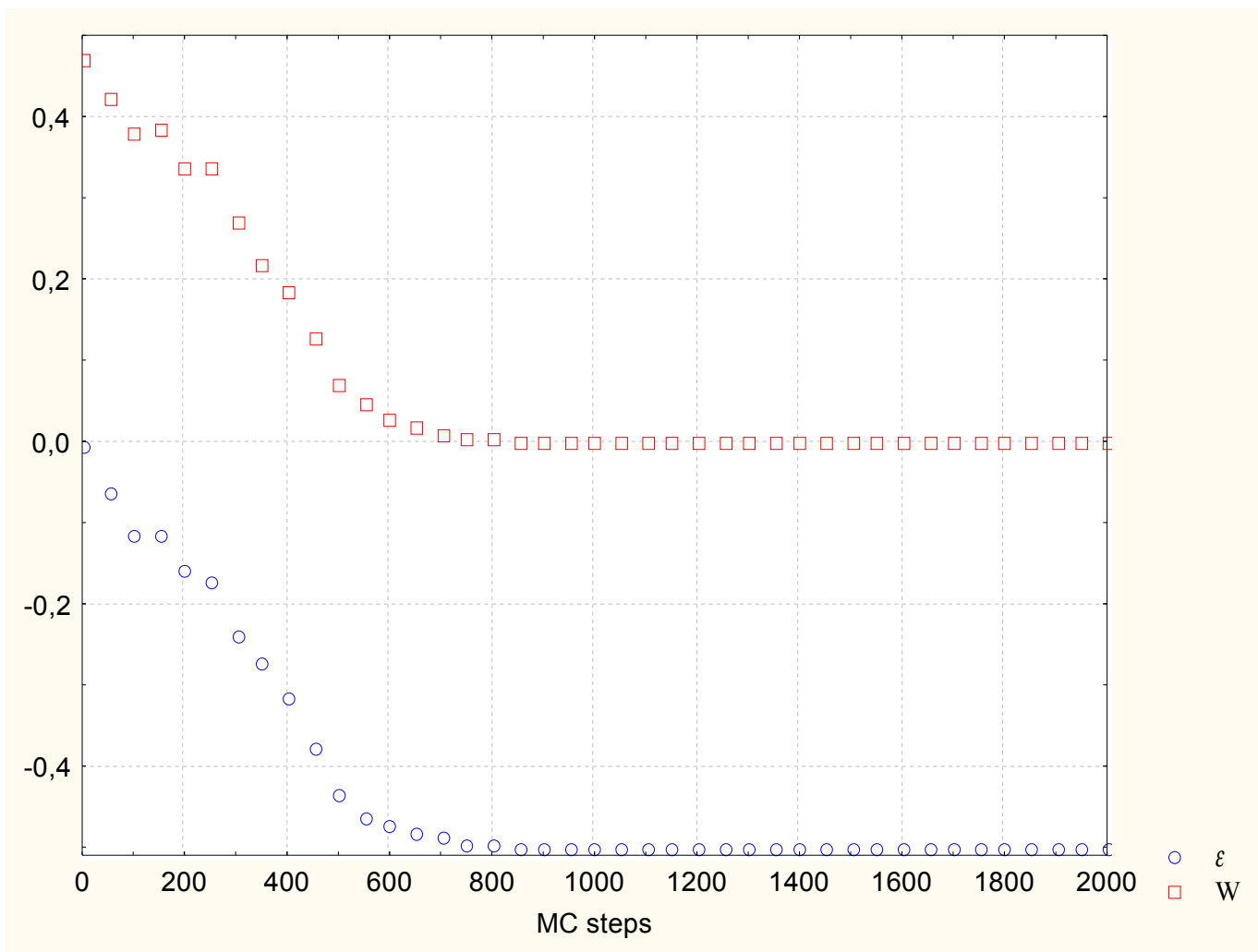
$$y = W + \varepsilon - 1/2$$

Zależność od wielkości układu

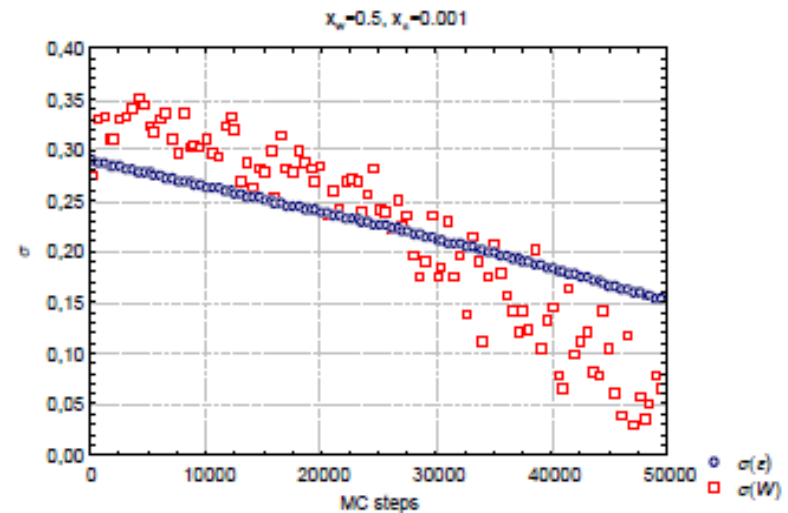
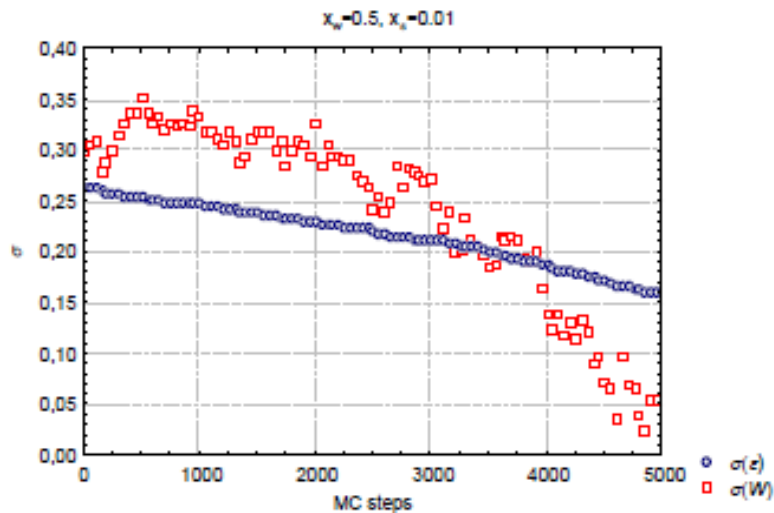
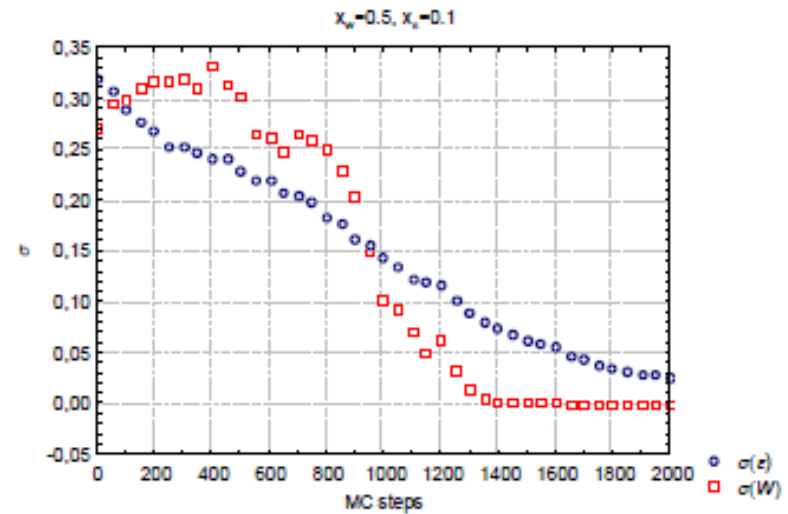
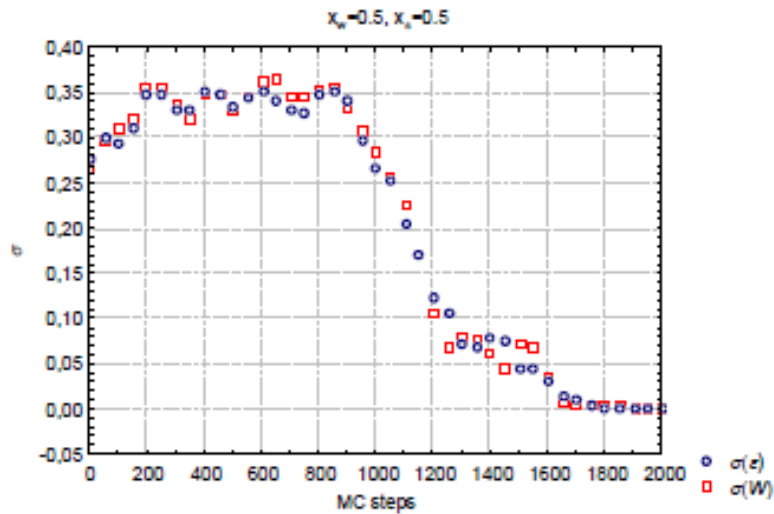


$$y = W + \varepsilon - 1/2$$

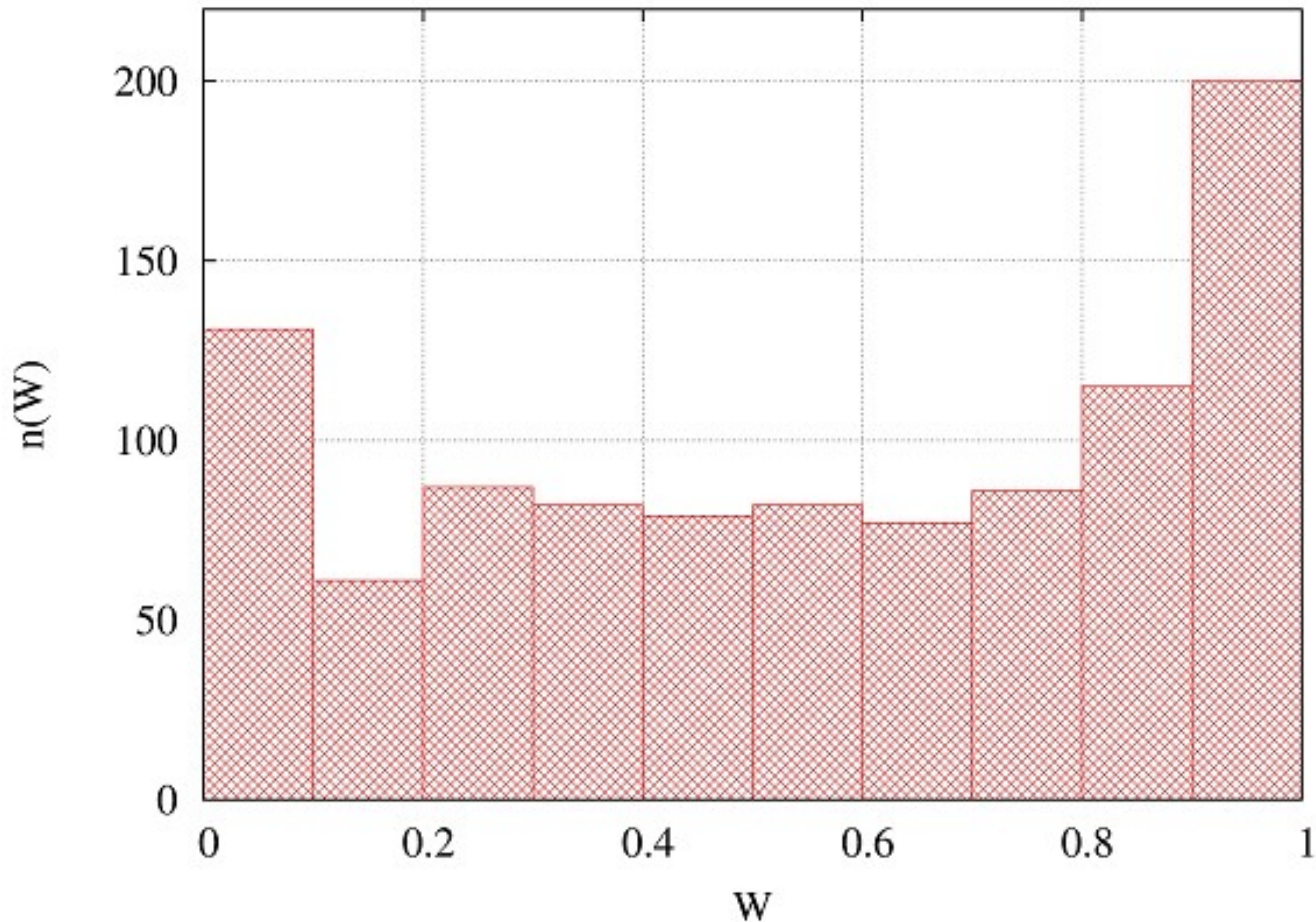
Zbieżność do stanu końcowego



Zbieżność do stanu końcowego

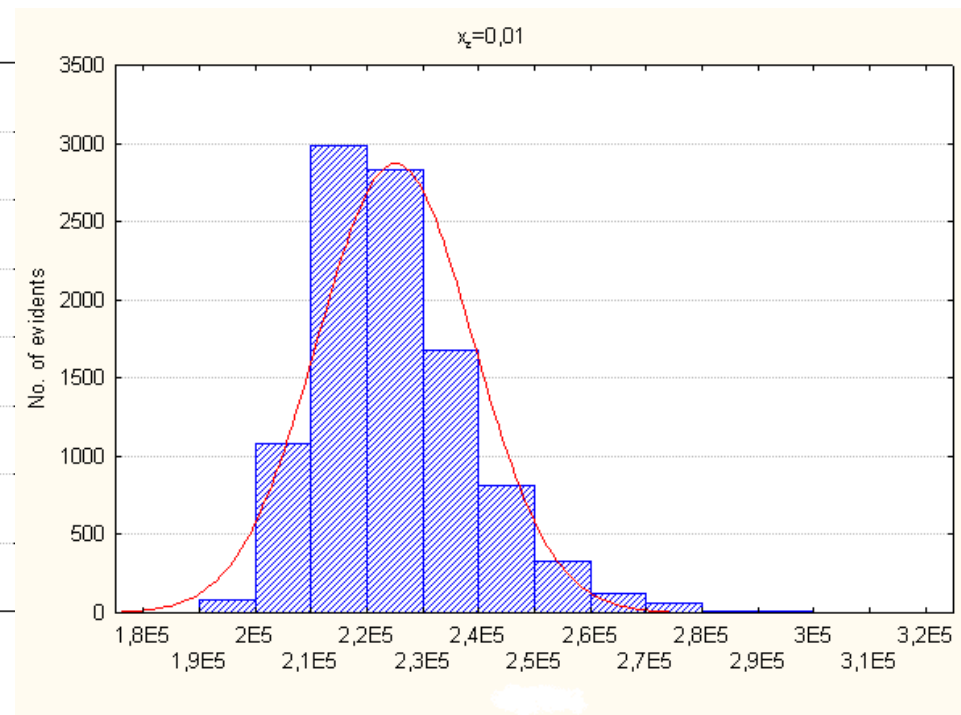
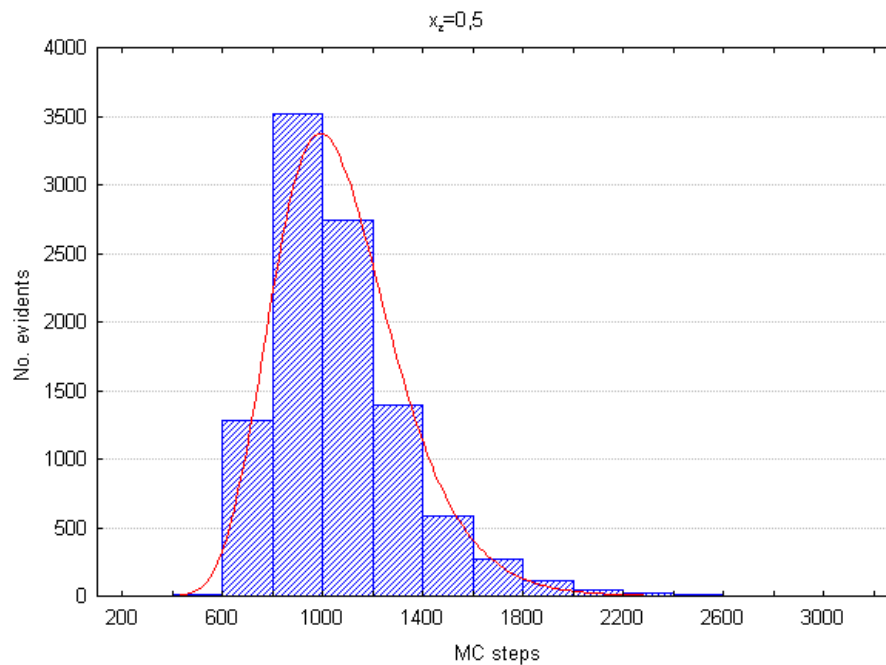


Początkowa dynamika zmian

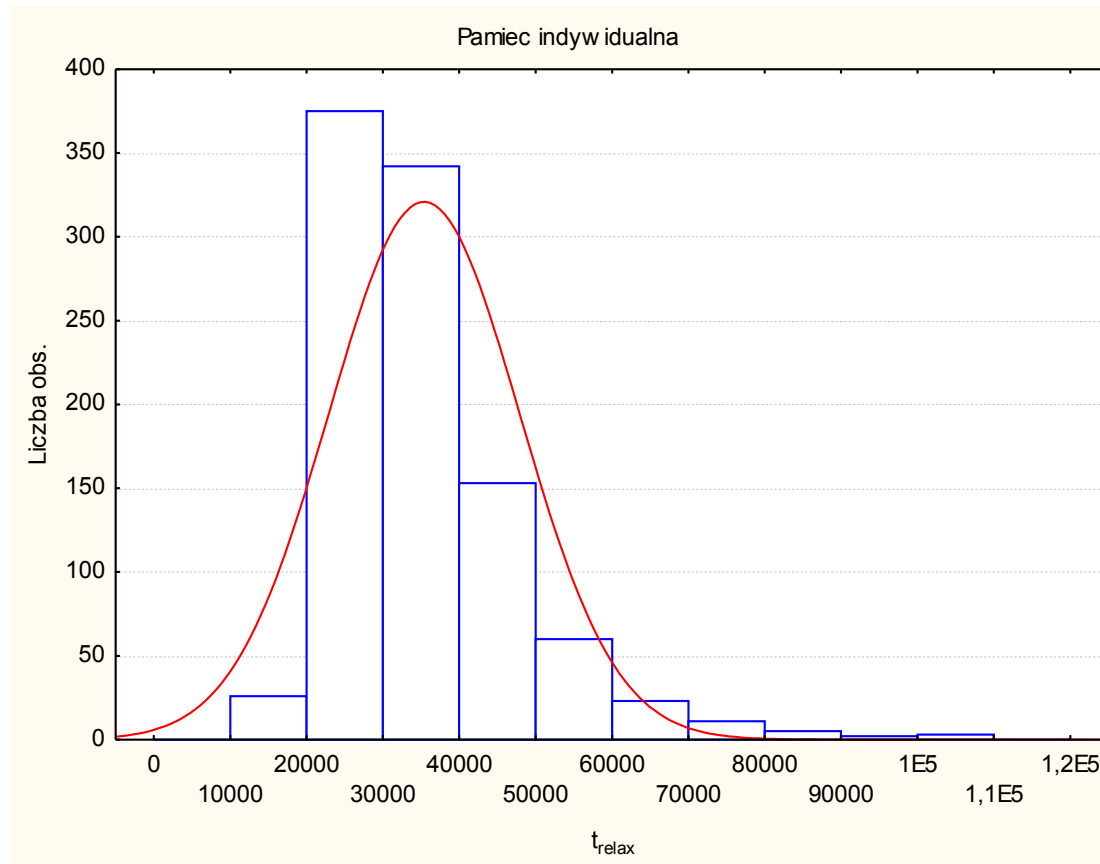


P. Gawroński, K. Kułakowski

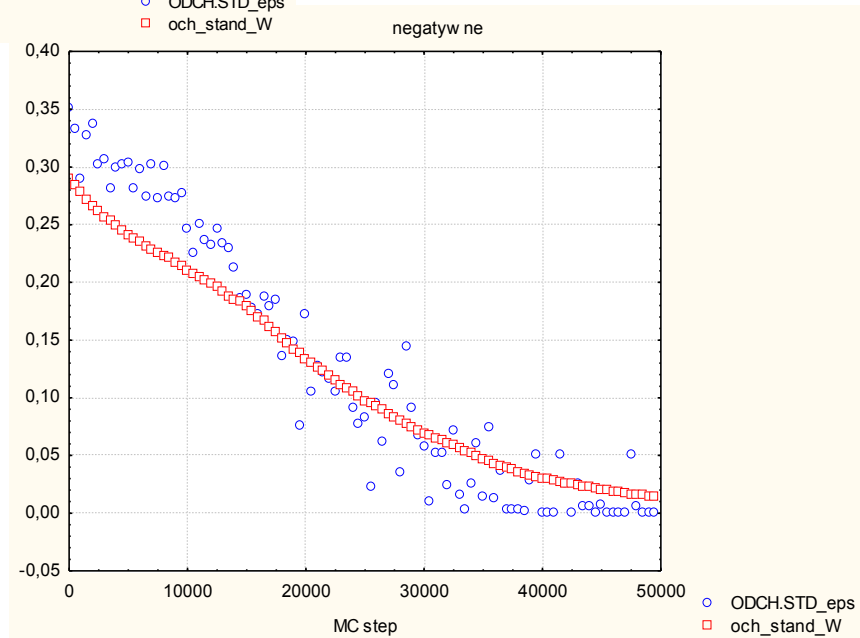
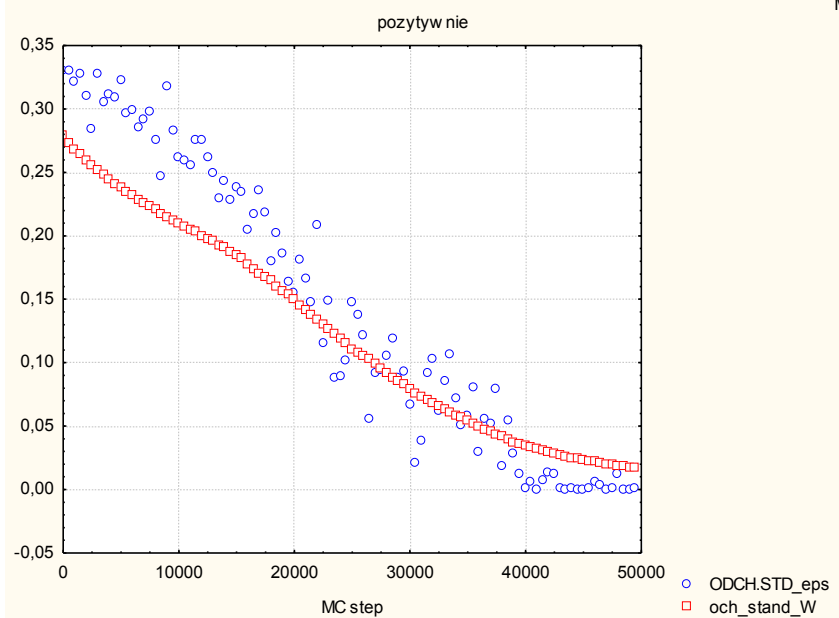
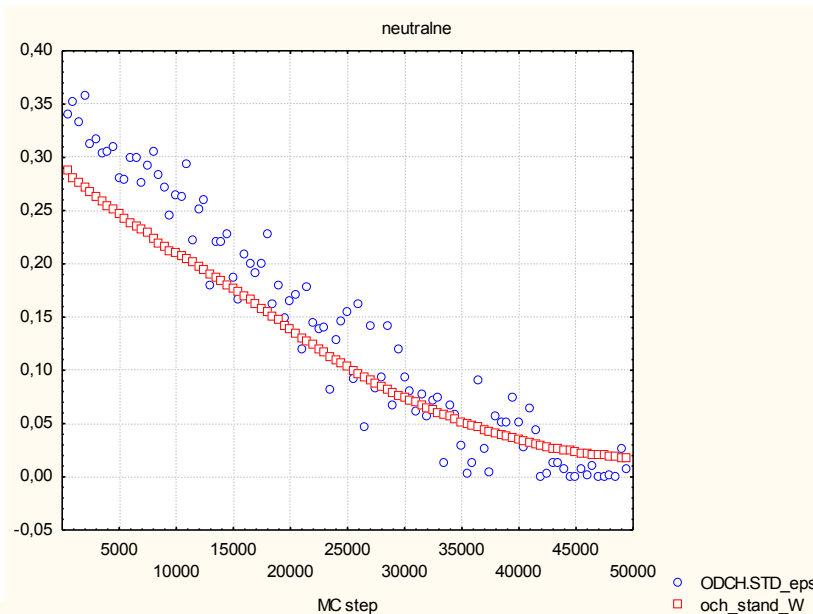
Czas relaksacji układu



Wprowadźmy pamięć indywidualną do układu.
Reputacja gracza i składa się z N wizerunków reputacji

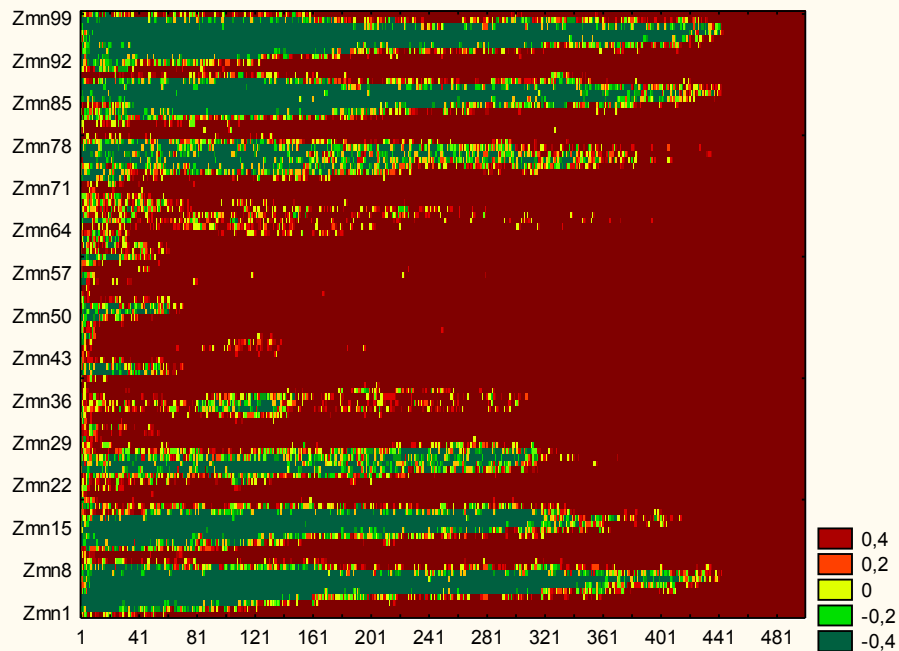


$X_\varepsilon \neq 0$, pamięć

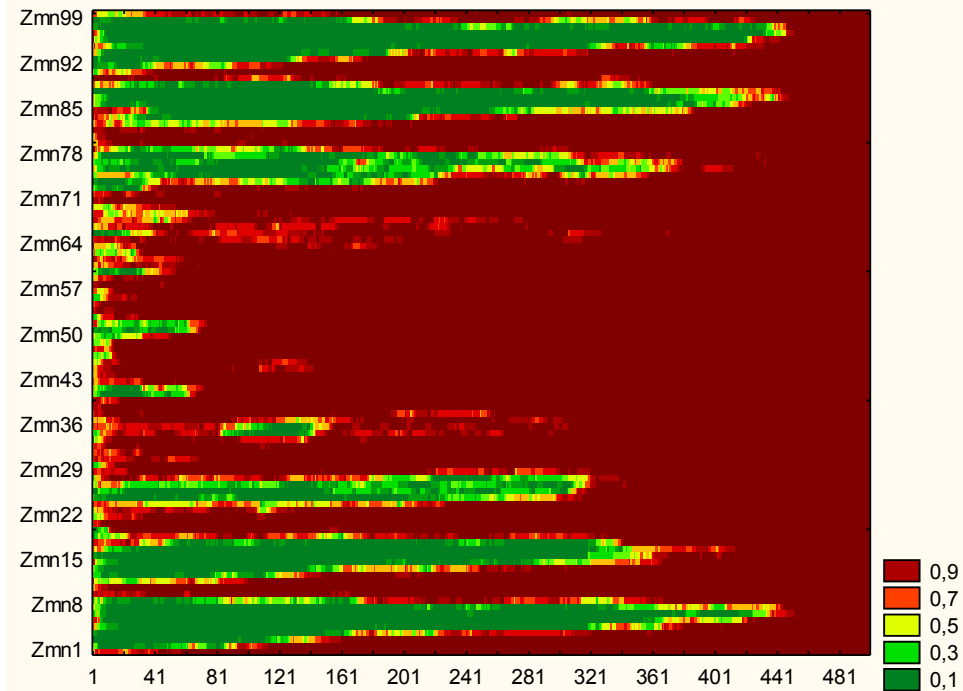


$X_\varepsilon \neq 0$, sieć kwadratowa

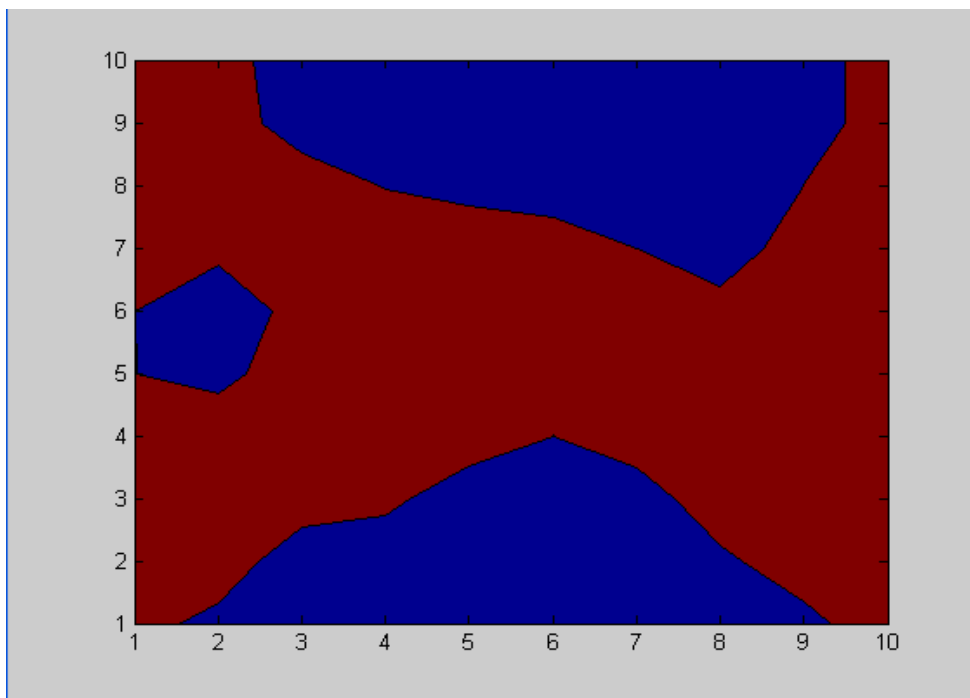
siec kwadratowa, eps



siec kwadratowa, W

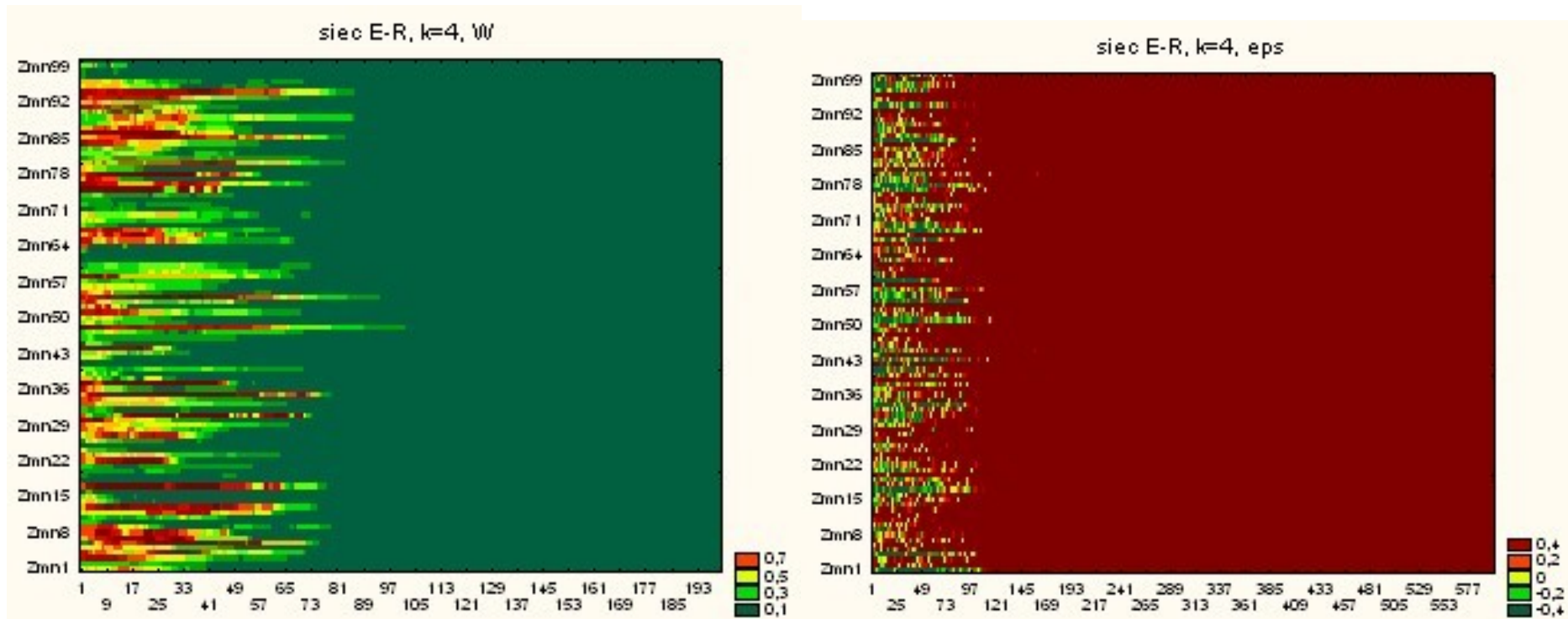


$X_\varepsilon \neq 0$, sieć kwadratowa



$X_\varepsilon \neq 0$, sieć E-R

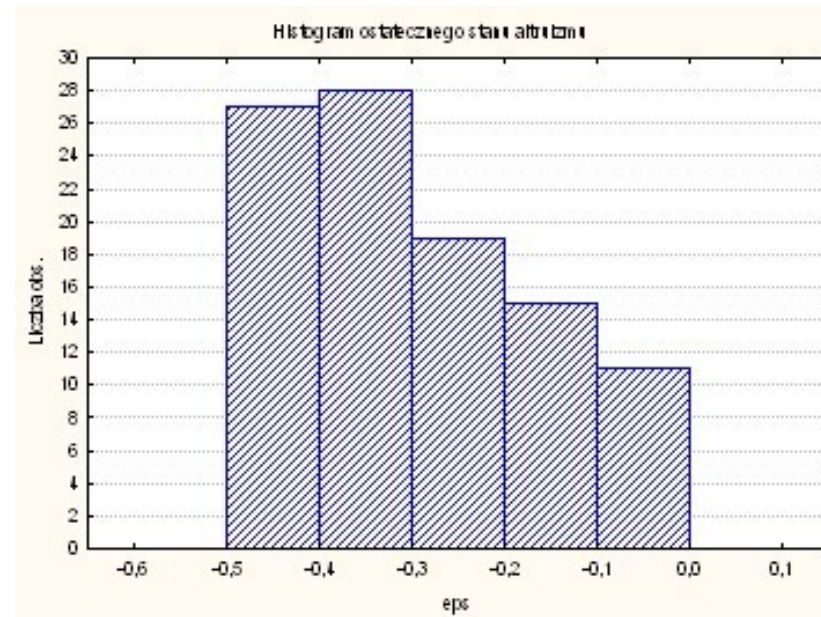
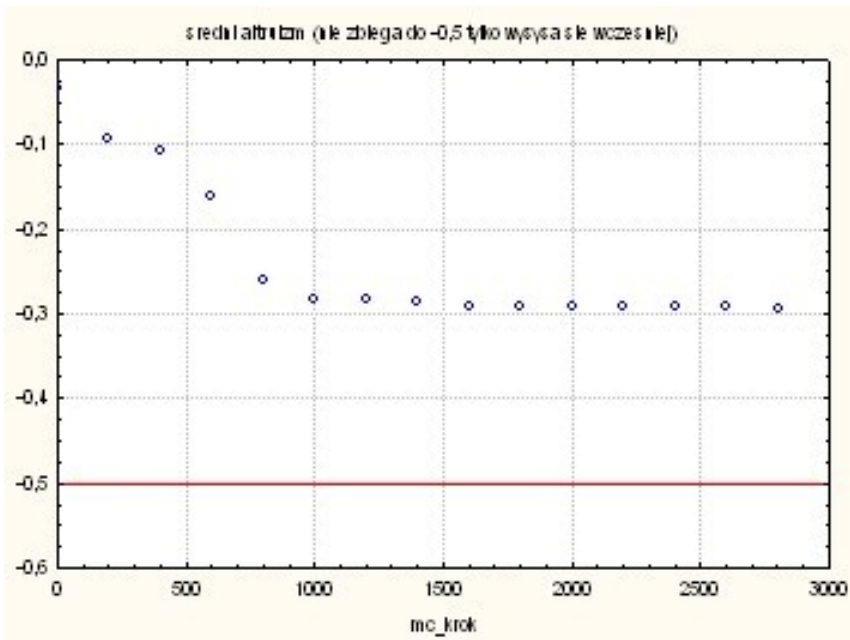
Gra na sieci, gdzie każda krawędź jest równie prawdopodobna, a średnia krotność wierzchołków wynosi 4 (porównywalnie do sieci kwadratowej)



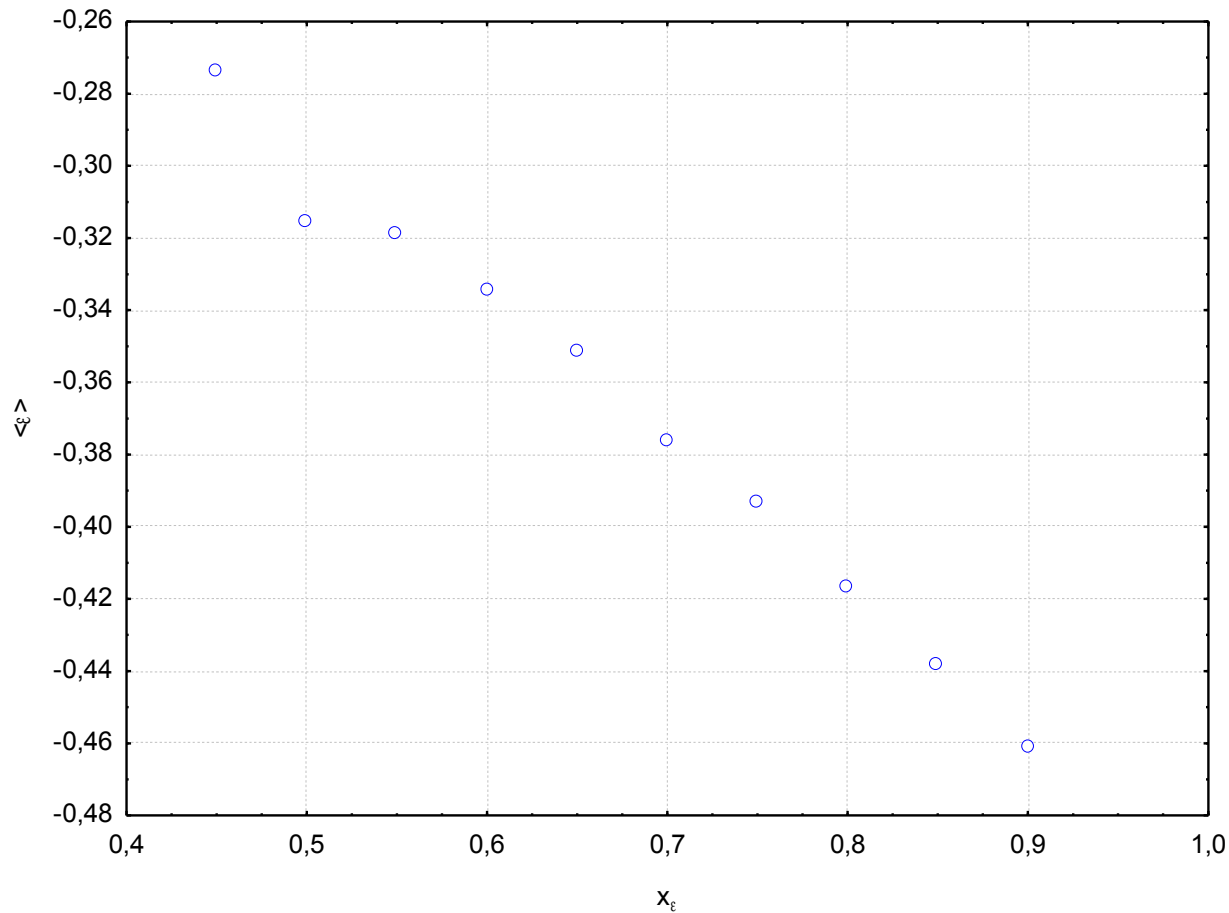
Niech altruizm zmienia się nie po każdej kolejce a tylko w wyznaczonych sytuacjach:

- Rośnie kiedy obaj gracze współpracują
- Maleje kiedy gracz współpracował a jednak został oszukany

W tej sytuacji również nie otrzymamy różnych strategii po ustaleniu się stanu końcowego z tym, że:



Zależność stanu negatywnego od x_ε



Jakkolwiek prawdopodobieństwo stanu pozytywnego: 0,65

- „Uzmiennienie” altruizmu przyczyną rozdzielenie się faz współpracujących i oszukujących
- Dynamika w obszarze o niedeterministycznym stanie końcowym odzwierciedleniem procesów społecznych

- „Uzmiennienie” altruizmu przyczyną rozdzielenie się faz współpracujących i oszukujących
- Dynamika w obszarze o niedeterministycznym stanie końcowym odzwierciedleniem procesów społecznych
- Socjotechniczne zabiegi, a regulacja układu

- „Uzmiennienie” altruizmu przyczyną rozdzielenie się faz współpracujących i oszukujących
- Dynamika w obszarze o niedeterministycznym stanie końcowym odzwierciedleniem procesów społecznych
- Socjotechniczne zabiegi, a regulacja układu
- Jeżeli któryś ze stanów jest premiowany, to jest nim współpraca (jako norma społeczna)

- „Uzmiennienie” altruizmu przyczyną rozdzielenie się faz współpracujących i oszukujących
- Dynamika w obszarze o niedeterministycznym stanie końcowym odzwierciedleniem procesów społecznych
- Socjotechniczne zabiegi, a regulacja układu
- Jeżeli któryś ze stanów jest premiowany, to jest nim współpraca (jako norma społeczna)

Dziękuję za uwagę

ECMTB 2011

**8th European Conference on Mathematical
and Theoretical Biology,
and
Annual Meeting of
The Society for Mathematical Biology,
Kraków, June 28 - July 2, 2011**