

Zadania z termodynamiki i fizyki statystycznej

1

Dana jest suma przypadkowa elementów i.i.d (niezależnych i podlegających identycznemu rozkładowi):

$$Y = \sum_{i=1}^n x_i \quad (1.1)$$

Liczba n jest zmienną losową o rozkładzie dwumianowym (i parametrach N, p), zaś x_i losowane są z rozkładu Poissona o parametrze λ . Wyprowadzić wzór na funkcję generującą momenty rozkładu zmiennej Y , zbadać wartość oczekiwaną $E[Y]$ i wariancję $Var[Y]$.

2

Średnia ocena uzyskana przez studentów piszących ostatnie kolokwium wynosi 2.5, przy czym wystawiano jedynie oceny 1, 2 lub 3. Maksymalizując entropię Shannona, proszę obliczyć jaki (najprawdopodobniej) procent ogólnej liczby studentów otrzymał ocenę 1.

3

Rozważyć układ $2N$ nie oddziałujących spinów (spin=1/2), z których n jest skierowanych równoległe względem zewnętrznego pola. Każdy ze spinów może być skierowany równoległe bądź antyrównoległe względem tego kierunku z prawdopodobieństwem 1/2. Dla jakiej wartości n prawdopodobieństwo tego, że n spinów skierowanych jest równoległe względem kierunku pola jest największe? Jaka jest entropia tego rozkładu? Jaka jest wariancja n ?

4

Rozważmy układ o jednym stanie wzbudzonym, którego energia liczona względem stanu podstawowego wynosi Δ . Używając rozkładu Boltzmanna obliczyć energię wewnętrzną układu oraz jego pojemność cieplną C_V .

Ewa Gudowska-Nowak