

Ciecze kwantowe wczoraj i dziś

Józef Spałek

Institut Fizyki im. Mariana Smoluchowskiego, Uniwersytet Jagielloński, Kraków

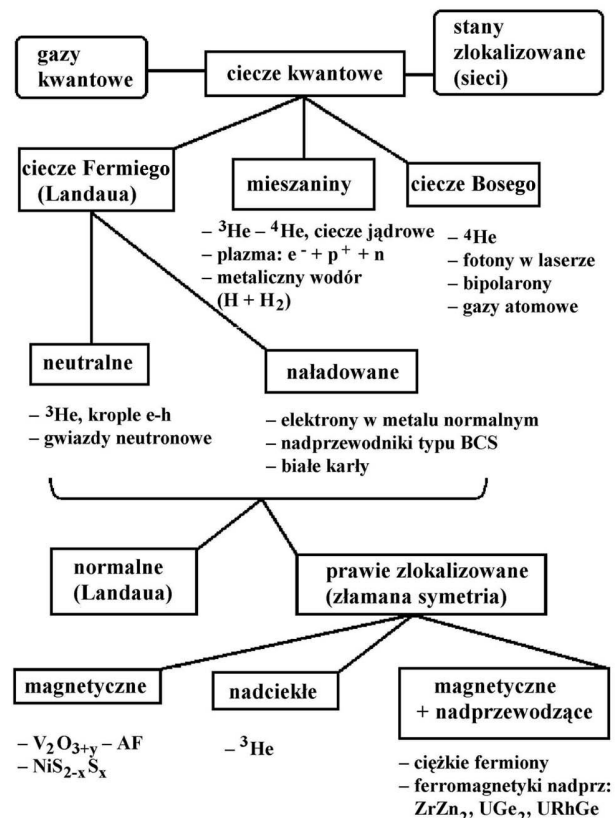
1. Podział i charakterystyki cieczy kwantowych jako stanów skondensowanych

1.1. Własności ogólne

Badania cieczy kwantowych, a także kwantowych stanów skondensowanych, należą do dziedziny fizyki materii skondensowanej. W przypadku układów trójwymiarowych mówimy o cieczeniach fermionowych (których podklasę stanowią ciecze Fermiego–Landaua), cieczeniach Bosego oraz o ich mieszaninach. Dokładniejszy podział przedstawiono na rys. 1, gdzie podane są także konkretne przykłady takich cieczy. Ciecze fermionowe zajmują tam szczególnie wiele miejsca, gdyż fermiony stanowią podstawowe składniki budowy materii. Poza tym, jedna ciecz (np. izotopu ^3He) może wykazywać w zależności od temperatury własności gazowe ($T > 4,2\text{ K}$), normalnej cieczeni Landaua (dla $T < 1\text{ K}$) oraz nadciekle (dla $T < 2,6\text{ mK}$ przy normalnym ciśnieniu). Co więcej, taką ciecz można zestalić pod ciśnieniem $p \approx 32\text{ bar}$ i utworzyć sieć kryształu kwantowego fermionów, który w temperaturach $T \lesssim 1\text{ mK}$ wykazuje bardzo ciekawe uporządkowanie magnetyczne spinów jąder ^3He . Należy się zatem zastanowić, jak te stany scharakteryzować w sposób ogólny, a także – co powoduje bogactwo różnych stanów i faz w tych układach (podstawowe wiadomości o fizyce ciekłego helu zawiera np. praca [1]). Wskutek kwantowej natury stanu podstawowego ^3He oraz ^4He są przy normalnym ciśnieniu cieczeniami aż do temperatury $T = 0\text{ K}$.

Za stan ciekły uważa się stan poniżej punktu krytycznego gaz–ciecz. Ciecz jest ograniczona na wykresie ciśnienie–temperatura (p – T) dwiema liniami przejść I rodzaju: ciecz–ciało stałe i ciecz–gaz. Należy nadmienić, iż poszczególne fazy w sensie termodynamicznym zostały wyod-

rębione dzięki istnieniu przejść fazowych między różnymi stanami makroskopowymi. Natomiast przejście od stanu cieczeni normalnej do cieczeni kwantowej jest bardziej subtelne, gdyż stany skupienia przed i po nim są te same, a mimo to występuje punkt krytyczny i linia przejścia fazowego między nimi. W takim przypadku ta dodatkowa linia (zwana linią lambda) ogranicza ciekły ^4He jako typową ciecz od fazy, w której występuje szereg nowych własności: zanikająca lepkość, skwantowany kręt wirów itd. Własności cieczeni w tej fazie są przedmiotem fizyki cieczeni kwantowych. W artykule omówimy tylko wybrane własności tych układów.



Rys. 1. Schematyczny podział cieczeni kwantowych: klasy uniwersalności.

1.2. Układy mikrocząstek jako gaz kwantowy

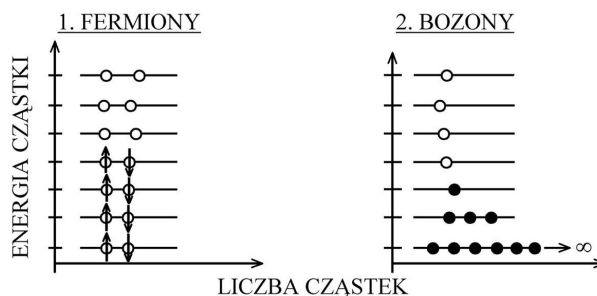
Ażeby móc opisać ilościowo ciecze kwantowe, należy zacząć od podziału znanych układów atomów czy mikrocząstek na układy fermionów i bozonów¹. Podział ten wynika z zachowania się funkcji falowej N cząstek względem przedstawienia współrzędnych dwóch cząstek (spiny cząstek są też traktowane jako współrzędne, mimo że przyjmują dyskretne wartości). Nie-
rozróżnialność identycznych cząstek w sensie kwantowym oznacza bowiem, że N -cząstkowa funkcja falowa $\Psi(\mathbf{r}_1 s_1, \mathbf{r}_2 s_2, \dots, \mathbf{r}_N s_N)$ spełnia zależność

$$\Psi(\dots, \mathbf{r}_i s_i, \dots, \mathbf{r}_j s_j, \dots) = (-1)^{2s} \Psi(\dots, \mathbf{r}_j s_j, \dots, \mathbf{r}_i s_i, \dots), \quad (1)$$

gdzie s jest wartością spinu cząstek. Dla spinu półowokowego $s = (2n + 1)/2$, gdzie $n = 0, 1, 2, \dots$ funkcja falowa jest antysymetryczna względem przestawień pary współrzędnych, natomiast dla spinu całkowitego cząstek ($s = n$) funkcja ta jest symetryczna. Warto zauważyć, że aby funkcja falowa była jednoznaczna, czyli aby podwójne przedstawienie każdej pary dawało początkową funkcję, s może być tylko albo półowokowe, albo całkowite. Mamy zatem do czynienia tylko albo z fermionami, albo z bozonami.

Ta podstawowa własność funkcji falowej wielu cząstek (tak prosta, że aż się nie chce wierzyć, że jest tak fundamentalna!) ma bardzo podstawowe konsekwencje dla natury własności statystycznych zespołu takich identycznych cząstek. W przypadku fermionów prowadzi w sposób bezpośredni do zakazu Pauliego głoszącego, że dany stan jednocząstkowy (scharakteryzowany przez komplet liczb kwantowych) może obsadzić co najwyżej jedna cząstka. Takie ograniczenie nie obowiązuje dla bozonów. Fermiony tworzące jeden układ kwantowy obsadzają poszczególne stany parami (z przeciwnymi spinami, jeśli $s = 1/2$) aż do najwyższego obsadzonego stanu, zwanego poziomem (energiją) Fermiego, jeśli energia cząstki jest jedną z cech jej stanu i gdy nie ma wzbudzeń termicznych w układzie. Rozróżnienia między fermionami i bozonami można zatem dokonać na podstawie ich własności statystycznych

(a co za tym idzie, termodynamicznych). Pokazano to schematycznie na rys. 2, gdzie prawie wszystkie bozony są w stanie podstawowym, co odpowiada także intuicji klasycznej podpowiadającej, że cząstki wybierają stan makroskopowy o minimum energii (zauważmy jednak od razu, że takie obsadzenie występuje nawet wówczas, jeśli $k_B T \gg \Delta E$, gdzie ΔE jest odległością między poziomami, a k_B – stałą Boltzmanną).



Rys. 2. Schematyczne przedstawienie rozkładu Fermiego–Diraca i Bosego–Einsteina na diagramie energia–liczba cząstek w układzie z dyskretnymi poziomami.

Dla temperatury $T \neq 0$ rozkład przedstawiony na rys. 2 można wyznaczyć w postaci analitycznej. Dla bardzo dużej liczby cząstek wyraża się on w tych dwóch przypadkach wzorem

$$\bar{n}_i = \frac{2s + 1}{\exp[(\epsilon_i - \mu)/k_B T] \pm 1}, \quad (2)$$

gdzie znak „+” obowiązuje dla fermionów, znak „–” dla bozonów, ϵ_i jest energiją cząstki (zwykle charakteryzowaną przez pęd \mathbf{p} cząstki, $\epsilon_i \equiv \epsilon_p$), natomiast μ jest tzw. potencjałem chemicznym wyznaczonym na podstawie warunku

$$N = \sum_i \bar{n}_i \equiv \sum_p \frac{2s + 1}{\exp[(\epsilon_p - \mu)/k_B T] \pm 1}. \quad (3)$$

Należy zaznaczyć, że wzory (2) i (3) określają całą termodynamikę statystyczną układów mikrocząstek w bardzo szczególnych okolicznościach. Po pierwsze, zakładamy, że cząstki oddziałują dostatecznie słabo, by miało sens pojęcie poziomów energetycznych $\{\epsilon_i\}$ pojedynczych cząstek². Po drugie, układ zawiera bardzo wiele mikrocząstek, tak że wzór (3) opisuje w praktyce układ o stałej ich liczbie, a nie tylko o stałej sumie średnich na poszczególnych poziomach. Ten

¹ W układach dwu- i jednowymiarowych występują układy cząstek o statystyce pośredniej.

² W podręcznikowych wyprowadzeniach wzorów (2) i (3) pomija się zwykle oddziaływanie między cząstkami.

drugi punkt trzeba skorygować, gdy mamy stosunkowo małą liczbę cząstek w takim układzie, jak kropka kwantowa [2] czy zbiór niewielu bozonów [3]. Poprawne uwzględnienie oddziaływania między cząstkami, zwłaszcza jeśli nie stanowi ono małego zaburzenia ich energii jednocząstkowej (kinetycznej), może prowadzić do zasadniczej przebudowy opisu mikroskopowego takich układów (por. niżej).

Zanim przejdziemy do opisu bardziej złożonych sytuacji, powinniśmy – skoro chcemy opisywać termodynamicznie układy mikrocząstek na podstawie rozkładu (2) i (3) dla idealnych, nieoddziałujących gazów kwantowych – odpowiedzieć na pytanie, skąd cząstki „wiedzą” wzajemnie o sobie i tak się ładnie układają, jak na rys. 2. Skąd wynika kwantowa spójność układu (np. zakaz Pauliego)? Na to pytanie łatwiej jest udzielić odpowiedzi dla przypadku fermionów, gdzie zakaz Pauliego wymusza dużą energię kinetyczną cząstek przy poziomie Fermiego ϵ_F (te są najistotniejsze dla zjawisk w przedziale $k_B T \ll \epsilon_F$), tak by znacznie przewyższała ona energię ich wzajemnego oddziaływania, np. kulombowskiego. Ta uwaga leży u podstaw teorii oddziałujących fermionów, zwanej teorią cieczy Fermiego i opracowanej przez Landaua (por. np. [4]). W przypadku bozonów odpowiedź na to pytanie nie jest tak bezpośrednia i w związku z tym poruszymy tę kwestię w następnym punkcie.

1.3. Natura kondensacji w układach kwantowych: bozony

W fizyce makroskopowej przez kondensację rozumiemy skraplanie się gazu, rzadziej zestalenie się cieczy. Jest to proces gwałtowny, bo występuje on w postaci przejścia fazowego I rodzaju, jeśli nie jesteśmy akurat w punkcie krytycznym. Źródłem tej kondensacji jest zwycięstwo oddziaływań między cząstkami nad szumem termicznym (czynnik entropowy $-TS$ w energii swobodnej przegrywa z energią wewnętrzną, którą określa w dużej mierze ta energia oddziaływania).

W fizyce kwantowej oddziaływanie między cząstkami jest podstawowym warunkiem wystąpienia stanu skondensowanego dla fermionów³. Występuje wtedy wiele przejść fazowych: do fazy nadprzewodzącej, fazy magnetycznej, fazy

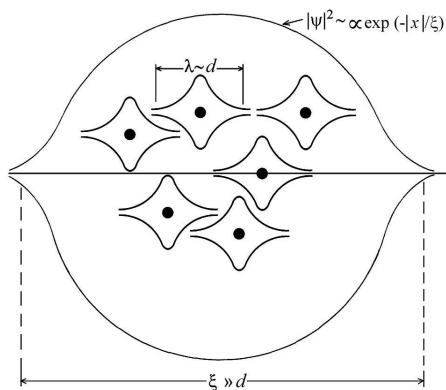
z falami gęstości ładunku, stanu zlokalizowanego Motta–Hubarda albo kilku tych faz jednocześnie lub po kolei. Jednakże w fizyce kwantowej dla bozonów możliwe jest wystąpienie stanu skondensowanego, wynikającego jedynie z natury tych cząstek; jest to kondensacja Bosego–Einsteina (B–E). Charakteryzuje się ona makroskopowym obsadzeniem stanu podstawowego (rzecz raczej normalna w niskiej temperaturze), ale obsadzenie to osiąga się przy tym dla gazu idealnego w pewnej niezerowej temperaturze T_0 (mimo że $k_B T_0 \gg \Delta E$, gdzie ΔE jest odległością między niskowzbudzonymi stanami), przy której występują nieciągłości typowych wielkości termodynamicznych, np. ciepła właściwego lub charakteru izotermy na wykresie p – V . Zjawisko to zostało odkryte przez Einsteina w 1925 r. [5] i wykorzystane do wyjaśnienia przejścia nadciekłego w ^4He przez F. Londona w 1938 r. (por. [6]). Łatwo bowiem zauważyć, że obsadzenie poziomu $\mu = \epsilon_i$ jest nieskończenie duże. Dla cząstek swobodnych minimum energii jest dla $\epsilon_p = 0$. Wobec tego warunkiem kondensacji jest $\mu = 0$ (zauważmy, że aby $\bar{n}_i \geq 0$, musi być $\mu \leq 0$, inaczej następowałyby kondensacja do któregoś ze stanów wzbudzonych, a stany z $\epsilon_i < \mu$ miałyby ujemne obsadzenia!).

Oddziaływanie musi jednak odgrywać rolę w takiej kondensacji. Jest tak dlatego, że dla układu N cząstek, w pierwszym stanie wzbudzonym cząstka ma pęd $p_1 = \hbar k_1 = h/\lambda_1$, przy czym długość fali de Broglie’a wynosi $\lambda_1 = Nd$, gdzie d jest odległością między cząstkami (średnią). Wobec tego jej energia $\epsilon_1 = \hbar^2 k_1^2 / 2m \sim N^{-1}$ i nawet dla N rzędu 10^2 jest to mała liczba. Zatem jeśli tylko energia oddziaływania $V_{12} > 0$ między parą cząstek jest bliska ϵ_1 , to oddziaływanie jest istotne, bo będzie chociażby wyrzucało cząstki ze stanu podstawowego do stanu wzbudzonego, żeby rozrzedzić stan skondensowany. Dlatego też w przypadku stanów skondensowanych bozonów oddziaływanie musi być zwykle uwzględnione; będziemy jeszcze o tym mówić.

Taki spójny stan N bozonów ($N \gg 1$) charakteryzuje się makroskopową funkcją falową, opisującą makroskopowe obsadzenie stanu. Czy zatem następuje w takim stanie utrata indywidualności cząstek na rzecz zbiorowości? Innymi słowy, czy możemy mówić o jednej fali

³ Może się jednak ono okazać niedostateczne, gdy energia drgań zerowych jest za duża, jak np. w przypadku układów jednowymiarowych.

materii dla np. $N \sim 10^{23}$ cząstek w takim stanie, jak pokazano schematycznie na rys. 3, gdzie poszczególne fale materii (reprezentowane przez paczki falowe) dodają się w fazie, tworząc jedną superfalę materii? Tak prosta superpozycja fal cząstkowych występuje wówczas, gdy nie uwzględniamy oddziaływania między cząstkami. Zauważmy, że wtedy możemy normalizować prawdopodobieństwo znalezienia cząstki do całkowitej liczby cząstek, tj. $|\Psi(\mathbf{r}_1)|^2 = \int |\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N)|^2 dx_2 \dots dx_N$. Innymi słowy, wypadkowa fala ma interpretację statystyczną, gdyż możemy założyć, że $|\Psi(\mathbf{r}_1)|^2$ wyraża gęstość cząstek.



Rys. 3. Intuicyjne przedstawienie składania paczek cząstkowych fal de Broglie'a o zgodnej fazie w „superfale” stanu skondensowanego. Dla takiej fali wypadkowej można przyjąć, że $|\Psi(\mathbf{r})|^2$ jest proporcjonalne do gęstości cząstek. ξ oznacza długość koherencji stanów.

1.4. Rodzaje cieczy kwantowych: wczoraj i dziś

Kanonicznymi przykładami cieczy kwantowych, których opis został stworzony w pierwszych 50 latach po powstaniu mechaniki kwantowej (a zwłaszcza kwantowej teorii pola) są: 1) ciekły i nadciekły ^3He (ciecz fermionów) i ^4He (ciecz bozonów), 2) gwiazdy neutronowe (Landau, 1933), 3) nadprzewodniki typu Bardeen–Coopera–Schrieffera (1957), 4) układy prawie zlokalizowanych cząstek (układy Motta–Hubbarda–Andersona). Niektóre z tych cieczy kwantowych omówimy w dalszej części artykułu. Wspólne z koncepcyjnego punktu widzenia jest to, że te układy oddziałujących cząstek opisujemy w języku kwazicząstek, które mają charakterystyki znormalizowane przez to oddziaływanie (np. masa tych cząstek) i w efekcie zachowują się już jako gaz słabo oddziałujących kwa-

zicząstek. Co to oznacza? A mianowicie to, że możemy wzbudzenia tej cieczy cząstek dalej opisywać przez wzbudzenia pojedynczych kwazicząstek i drgań kolektywnych (plazmonów, fal dźwiękowych) w ramach prostych przybliżeń. Jakkolwiek takie podejście może się wydawać oczywiste, to w układach niskowymiarowych (o wymiarze 2 lub 1) nie jest ono – jak się wydaje – często spełnione, jak np. w przypadku opisu ułamkowego kwantowego efektu Halla, nadprzewodnictwa wysokotemperaturowego czy przewodników jednowymiarowych.

W ciągu ostatnich 20 lat szczególną uwagę poświęca się następującym układom doświadczalnym czy modelowym: 5) układy nanoskopowe (1990), 6) ciecze Halla (1983), 7) nadprzewodniki wysokotemperaturowe i organiczne (1986, 1987), 8) metaliczny wodór (1996), 9) kondensaty atomowe B–E i Fermiego (1995, 2000), 10) plazma kwarkowo-gluonowa, 11) nadprzewodniki ferromagnetyczne (2000), 12) jednowymiarowe ciecze kwantowe Tomonagi–Luttingera. W tej klasyfikacji celowo pomieszałem konkretne układy z układami jeszcze nie w pełni zrealizowanymi, gdyż stanowią one tematykę intensywnie rozwijaną. Tylko niektóre z nich omówię bardziej szczegółowo w tym artykule.

1.5. Nadpłynność i nadprzewodnictwo a kondensacja mikrocząstek

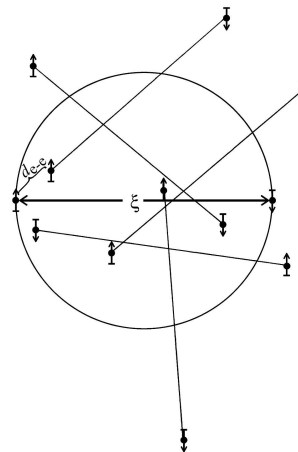
Za najbardziej specyficzne cechy cieczy kwantowych można uznać ich nadpłynność (nadciekłość) oraz nadprzewodnictwo. Nadpłynność oznacza, że ciecz może w ogóle nie wykazywać lepkości przy niezbyt dużych prędkościach przepływu. Podobnie, w stanie nadprzewodzącym nośniki prądu elektrycznego (pary elektronowe) poruszają się zupełnie bez oporu elektrycznego w przewodniku. Jest zadziwiające, że w przyrodzie ta nadpłynność ładunków czy masy jest doskonała pomimo obecności drgań termicznych i defektów struktury w materiale. Przyczyną takiego stanu rzeczy jest utworzenie makroskopowego stanu kwantowego, wykazującego pewną sztywność względem zaburzeń wewnętrznych. Najprościej można sobie wyobrazić taki stan dla bozonów, dla których prawdopodobieństwo przejścia następnego bozonu do tego stanu jest proporcjonalne do liczby cząstek już w nim będących. W wyniku tego tworzą się makroskopowe

(skondensowane) stany kwantowe tych cząstek. Kiedy możemy uważać taki kwantowy stan skondensowany za stan cieczy kwantowej? Można powiedzieć, że musi to być stan nowej jakości (nowa faza w sensie termodynamicznym), otrzymany ze stanu normalnego przez przejście fazowe, a ściślej, dzięki obecności punktu krytycznego, w którym następuje złamanie symetrii i występują osobliwości własności termodynamicznych. Tak przynajmniej się dzieje we wszystkich przypadkach obserwowanych do tej pory.

Może przydatna będzie tutaj następująca uwaga ogólna dotycząca stanu nadprzewodzącego jako stanu skondensowanego. W tym przypadku mamy do czynienia z fermionami, więc zwykły opis przez kondensację B–E nie da się zastosować. Wiadomo jednak, że w nadprzewodniku pary elektronów tworzą stan związany – parę Coopera – którą można uważać za bozon o ładunku $2e$ i zerowym spinie (dla zwykłych nadprzewodników) lub spinie równym 1 (dla nadprzewodników trypletowych). Jednakże taki stan związany ma pewien charakterystyczny rozmiar ξ , zwany długością koherencji (średnią odległość cząstek), która dla zwykłych nadprzewodników metalicznych, jak Hg, Sn czy Nb, wynosi parę tysięcy angstromów, natomiast w metalu średnia klasyczna odległość między elektronami wynosi $d_{e-e} = (V/N)^{1/3}$, czyli kilka Å, gdzie V jest objętością układu. W związku z tym objętość pary, rzędu ξ^3 , jest przenikana przez wiele innych par, jak pokazano na rys. 4. Natomiast o gazie bozonowym można mówić, jeśli $d_{e-e} \gg \xi$, czyli gdy pojedyncze bozony (pary elektronów) są dobrze odizolowane od innych. Dlatego też nie można uważać stanu nadprzewodzącego za stan skondensowany par Coopera jako bozonów⁴. Kondensacja fermionów w pary Coopera, a wskutek tego w stan nadprzewodzący czy nadciekły (jak dla ciekłego ^3He), jest szczególnym typem kondensacji, zwanym kondensacją Bardeena–Coopera–Schrieffera (BCS).

Warto jednak nadmienić, że w tzw. poddomieszkowanych nadprzewodnikach wysokotemperaturowych (blisko przejścia do stanu izolatora magnetycznego) $d_{e-e} \gtrsim \xi$, co skłania niektórych badaczy [7] do próby znalezienia opisu przejścia od stanu skondensowanego typu nadprzewodzą-

cego (BCS) do stanu, w którym pary Coopera podlegają kondensacji B–E. Jest to droga do unifikacji tych dwóch typów kondensacji (por. źródłową w tym zakresie pracę [8]).

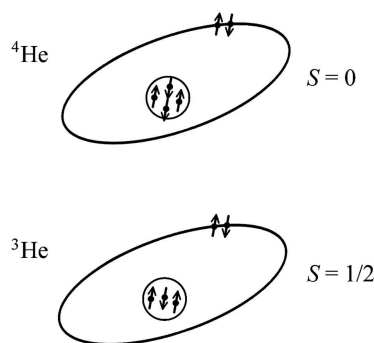


Rys. 4. Konfiguracja par Coopera w przypadku, gdy odległość klasyczna d_{e-e} między cząstkami jest znacznie mniejsza niż długość koherencji ξ .

2. Kanoniczne ciecze kwantowe: ^4He i ^3He

2.1. Podstawowe własności makroskopowe

Jak już powiedziano, pierwsze zbadane ciecze kwantowe to ciecze złożone z izotopów ^4He lub ^3He . Atom ^4He jako całość jest bozonem (ma spiny jądrowy i elektronów zerowe), natomiast ^3He jest fermionem o spinie (jądra) $s = 1/2$ (rys. 5). Zauważmy od razu, że oba atomy mają



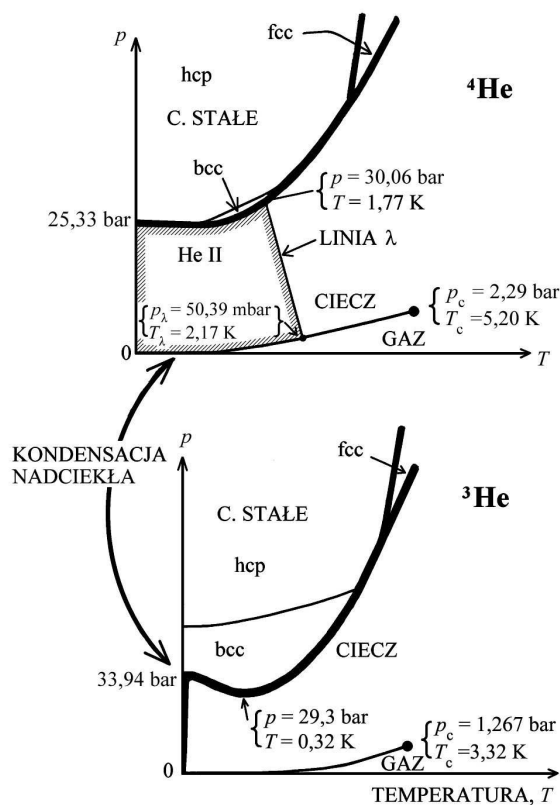
Rys. 5. Konfiguracje spinowe cząstek w atomach ^3He i ^4He .

tę samą zapełnioną powłokę $1s^2$ najprostszego gazu szlachetnego, mają zatem takie same własno-

⁴ Widać to także formalnie, gdyż operatory kreacji i anihilacji par Coopera ($a_{k\uparrow}^\dagger a_{-k\downarrow}^\dagger$ oraz $a_{-k\downarrow} a_{k\uparrow}$) nie spełniają bozonowych reguł komutacji.

ści chemiczne. Co więcej, spin ^3He jest „głęboko ukryty” pod powłoką elektronową, ale to, że atom jako całość stanowi stan związany o energii wiązania znacznie przewyższającej energię wzajemnego oddziaływania van der Waalsa między atomami, oznacza, że należy cały atom traktować jako fermion. Z tych samych względów atomy ^4He trzeba uważać za bozony. Te koncepcje pięknie się sprawdzają przy badaniu tych cieczy w niskiej temperaturze, do czego obecnie przechodzimy.

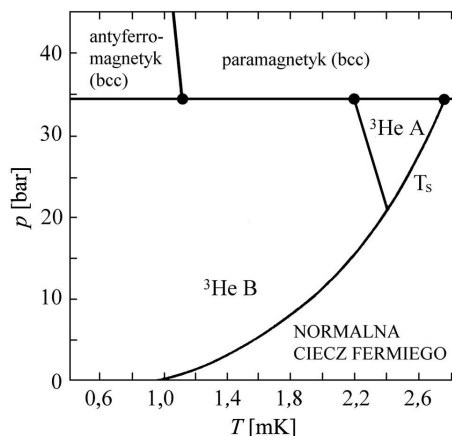
Diagramy fazowe na płaszczyźnie p - T (ciśnienie-temperatura) dla obu cieczy przedstawiono schematycznie na rys. 6. Widać przede wszystkim



Rys. 6. Diagramy fazowe ^3He i ^4He na płaszczyźnie p - T .

linię λ przejścia do fazy nadpłynnej w temperaturze T_λ dla ^4He . Dla ^3He taką fazę nadpłynną obserwuje się w zakresie milikelwinowym; odpowiedni diagram fazowy przedstawiono na rys. 7. Jak już wspomniano, w fazie stałej ^3He jest jądrowym antyferromagnetykiem poniżej temperatury Néela $T_N = 1,2 \text{ mK}$. Jak widać, pozostałe szczegóły diagramu fazowego różnią się poza jednym: krzywa topnienia ^3He ma minimum dla $T = 0,32 \text{ K}$, $p = 29,3 \text{ bar}$. Istnienie tego minimum jest zjawiskiem fundamentalnym, związa-

nym z efektem Pomeranczuka, który zauważył, że występowanie takiego minimum na krzywej topnienia oznacza, iż entropia ciała stałego jest większa niż entropia cieczy. Ta różnica z kolei wynika stąd, że dla ^3He wkład nieuporządkowanych magnetycznie spinów jądrowych $s = 1/2$ w fazie stałej do energii swobodnej wynosi $-k_B T \ln 2$ na spin (w fazie ciekłej nie ma tej entropii, bo atomy tworzą ciecz fermionów o rozkładzie Fermiego-Diraca). Ponadto mnogość faz stałych dla kryształów helowych wynika z silnych drgań zerowych atomów wokół położenia równowagi w fazie stałej. Z tego samego powodu układy te są też cieciami aż do $T = 0$ przy małych ciśnieniach.



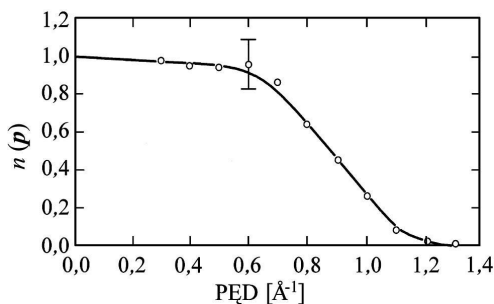
Rys. 7. Fazy nadciekle oraz stałe ^3He na diagramie fazowym p - T .

Fazy nadciekle ^3He są związane z trypletowym łączeniem się w pary. I tak, faza B odpowiada występowaniu par ze składową z -ową spinu pary $S^z = 1, 0, -1$ w jednakowych proporcjach, Natomiast faza A – tylko parom ze składowymi $S^z = 1$ lub -1 . W polu magnetycznym odpowiedni diagram fazowy jest także skomplikowany [9]. Nadciekły ^3He stanowi zatem przykład stanu BCS z parami Coopera w stanie spinowym $S = 1$. Niedawne doniesienia o nadprzewodnictwie w ferromagnetykach UGe_2 [10], URhGe [11] oraz ZrZn_2 [12] to odkrycia nadprzewodników trypletowych. Jest nim najpewniej także badany wcześniej związek Sr_2RuO_4 [13].

2.2. Własności statystyczne ^3He

Na rys. 8 przedstawiono zmierzony rozkład statystyczny atomów ^3He w funkcji pędów dla ciekłego ^3He [14]. Krzywa ciągła przedstawia do-

pasowanie w postaci rozkładu Fermiego–Diraca w temperaturę Fermiego $T_F \equiv \epsilon_F/k_B = 1,8$ K. Zgodność z doświadczeniem jest bardzo dobra; mimo że mamy hel w fazie skondensowanej, oddziaływanie między cząstkami (typu van der Waalsa) winno wpływać na kształt rozkładu. I rzeczywiście wpływa, gdyż dopasowana temperatura Fermiego różni się od tej, która wynika z zależności energii od pędu Fermiego, $\epsilon_{p_F} = p_F^2/2m_3$, gdzie $p_F = \hbar k_F$, a $k_F = (3\pi^2 N_0/V)^{1/3}$ i dla normalnego ciśnienia wynosić winna $T_F^0 = 4,9$ K. Co więcej, zmierzona wartość T_F zgadza się bardzo dobrze z wartością wyznaczoną z pomiaru współczynnika liniowego ciepła właściwego, jeśli przyjmując w obu przypadkach za masę atomów masę efektywną $m^* = 2,7 m_3$, gdzie m_3 jest masą atomu swobodnego. Odpychanie między atomami renormalizuje zatem ich masę, co jako pierwszy dostrzegł Landau w 1956 r. To założenie stanowi jedną z podstaw teorii cieczy Fermiego–Landaua [4].

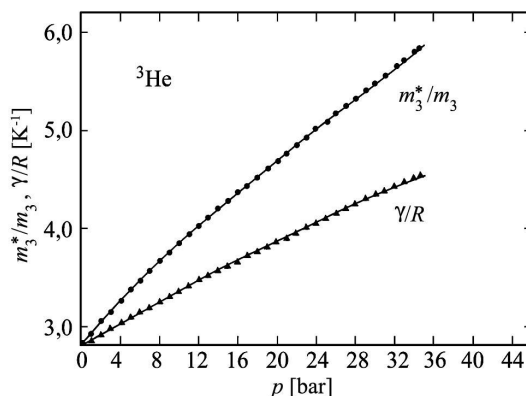


Rys. 8. Rozkład Fermiego–Diraca $n(p)$ dla ciekłego ${}^3\text{He}$ w temperaturze $T = 0,37$ K. Linia ciągła przedstawia krzywą teoretyczną dla temperatury Fermiego $T_F = 1,8$ K [14].

Na rys. 9 wykreślono zależność liniowego współczynnika ciepła właściwego oraz stosunku m^*/m_3 faktycznej (zrenormalizowanej) masy do masy swobodnego atomu od ciśnienia hydrostatycznego dla ciekłego ${}^3\text{He}$ [15]. Zauważmy, że masa m^* rośnie wraz ze zbliżaniem się do linii przejścia fazowego ciecz–ciało stałe. W fazie stałej atomy ${}^3\text{He}$ drgają wokół ściśle określonych położeń w sieci krystalicznej. Zatem w tym przypadku $m^* = \infty$, a przejście ciecz–ciało stałe to lokalizacja całych atomów, czyli spontaniczne złamanie symetrii translacyjnej, występującej w stanie ciekłym.

Zjawisko nadciekłości w ${}^3\text{He}$, czyli łączenia się w pary atomów w trypletowym stanie spino-

wym i z krętem orbitalnym $L = 1$, doczekało się wielu omówień podręcznikowych (np. [16]), nie będziemy go więc tutaj już omawiać. Jeszcze raz podkreślimy, że jest ono odpowiednikiem zjawiska nadprzewodnictwa (dla par atomów ${}^3\text{He}$ w stanie trypletowym), podczas gdy zjawisko kondensacji bozonów jest kondensacją pojedynczych cząstek (w tym przypadku całych atomów); przejdziemy obecnie do jego krótkiego opisu.



Rys. 9. Zależność liniowego współczynnika γ ciepła właściwego oraz względnej masy efektywnej m^*/m_3 od ciśnienia dla ciekłego ${}^3\text{He}$ [15].

2.3. Temperatura kondensacji bozonów jako temperatura charakterystyczna

Założmy, że mamy idealny gaz bozonów ze spinem $S = 0$ i o energii kinetycznej cząstek

$$\epsilon_p = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m\lambda^2}, \quad (4)$$

gdzie λ jest długością fali de Broglie’a. Gdy gaz ten ma temperaturę T , to $\langle \epsilon_p \rangle = \frac{3}{2}k_B T$. Z tą energią można związać średnią (termiczną) długość fali materii

$$\lambda^2 = \frac{\hbar^2}{3mk_B T} \approx \frac{0,5}{AT} [\text{nm}^2], \quad (5)$$

gdzie A jest liczbą masową ($A = 4$ dla ${}^4\text{He}$), a T jest wyrażone w kelwinach. Układ ten powinien wykazywać makroskopowe własności kwantowe, gdy $\lambda \approx d$, gdzie d jest średnią odległością między atomami w tym płynie. Przyjmując $d \approx 0,25$ nm otrzymamy, że nastąpi to, gdy $T < T_0$, gdzie T_0 , zwana temperaturą degeneracji, wyraża się wzorem

$$T_0 = \frac{\hbar^2}{3mk_B d^2}. \quad (6)$$

Dla $T < T_0$ fale poszczególnych cząstek (atomów) się nakładają i jeśli jest to nakładanie w ustalonej

fazie, to powstaje jedna fala materii wspólna dla wszystkich cząstek (rys. 3). W takim przypadku mamy do czynienia z kwantową kondensacją cząstek, a osiągnięty w ten sposób stan jest makroskopowym stanem kwantowym.

Co powoduje, iż różne nieoddziałujące cząstki interferują ze sobą w zgodnej fazie? Przyczyną jest fakt, że dla bozonów prawdopodobieństwo przejścia do danego stanu jest proporcjonalne do liczby cząstek, które się w tym stanie już znajdują (ten fakt jest także źródłem emisji wymuszonej w laserze). Co więcej, jeśli utworzenie takiego stanu ma być przejściem fazowym, to zależność liczby cząstek w kondensacie od temperatury musi prowadzić do osobliwości termodynamicznych; zostało to szczegółowo przedyskutowane przez Londona [6]. Liczba cząstek w kondensacie zadana jest mianowicie dla idealnego gazu wzorem

$$n_0 = N[1 - (T/T_c)^{3/2}] \quad (7)$$

dla $T \leq T_c$, gdzie

$$T_c \approx \frac{h^2}{11,9 m k_B d^2}. \quad (8)$$

Jak widać, rzeczywisty punkt krytyczny jest powiązany z T_0 zależnością $T_c \approx T_0/4$. Wytworzeniu stanu skondensowanego towarzyszy zatem rzeczywiście przejście fazowe.

Kondensacja idealnego gazu bozonów nie zachodzi w układach dwu- i jednowymiarowych. Może jednak występować w układach skończonej liczby bozonów w układach cząstek uwięzionych w pułapce i jest to wielkim osiągnięciem ostatnich lat [17]. Oczywiście w przypadku nadciężkości skondensowanego ${}^4\text{He}$ te oszacowania T_c oraz liczby cząstek w kondensacie są bardzo jakościowe, jako że wówczas mamy do czynienia z cząstkami oddziałującymi. W związku z tym oszacowania teoretyczne dają w wyniku ok. 10% cząstek w kondensacie dla $T = 0$. Problemem tym nie będziemy się tutaj dalej zajmować.

3. Makroskopowa funkcja falowa dla bozonów: opis korpuskularno-falowy

Przechodzimy teraz do trochę bardziej formalnych koncepcji i przedyskutujemy ideę parametru porządku dla stanu nadciężkiego. W tym

celu zdefiniujemy makroskopową funkcję falową w języku operatora pola:

$$\hat{\Psi}(\mathbf{r}) = \sum_n \Phi_n(\mathbf{r}) \hat{a}_n, \quad (9)$$

który wyraża cząstkowe własności układu, a \hat{a}_n jest operatorem anihilacji cząstki w stanie jednocząstkowym $\Phi_n(\mathbf{r})$. Operator pola pozwala nam określić gęstość cząstek przez wielkość $\hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r})\hat{\Psi}(\mathbf{r})$. W ten sposób całkowita liczba cząstek wyraża się wzorem

$$N = \int \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r})\hat{\Psi}(\mathbf{r}) d^3r. \quad (10)$$

Zauważmy, że choć operator $\hat{\Psi}(\mathbf{r})$ jest funkcją współrzędnych pojedynczej cząstki, to wyraża on wielocząstkowe charakterystyki układu. Co więcej, w stanie skondensowanym mamy makroskopowe obsadzenie stanu podstawowego, np. stanu jednocząstkowego (z $n = 0$). Wtedy taki stan można uważać za stan spójny, dla którego \hat{a}_0 można identyfikować ze zmienną zespoloną a_0 . Zwykle uważa się, że parametrem porządku jest $\langle 0|\hat{\Psi}(\mathbf{r})|0\rangle$, co prowadzi do pewnych kontrowersji ze względu na zasadę zachowania liczby cząstek. Dla prostoty argumentacji weźmiemy pod uwagę tylko niezerową amplitudę a_0 i w związku z tym $\hat{\Psi}(\mathbf{r}) \rightarrow \Psi(\mathbf{r}) \approx \Phi(\mathbf{r})a_0$, gdzie a_0 jest amplitudą kwantową dla kondensatu⁵. Zauważmy, że w takim przypadku

$$\hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r})\hat{\Psi}(\mathbf{r}) = |\Phi(\mathbf{r})|^2 |a_0|^2 + \sum_{n,m \neq 0} \Phi_n^*(\mathbf{r})\Phi_m(\mathbf{r}) a_n^\dagger a_m. \quad (11)$$

Dla prostoty argumentu pomijamy drugi wyraz.

Zasadniczy krok polega na wprowadzeniu funkcjonu Ginzburga-Landaua dla tego przypadku, z parametrem porządku Bogolubowa $\Psi(\mathbf{r}) \equiv \Phi(\mathbf{r})a_0$, a mianowicie energii zależnej od dodatkowego parametru $\Psi(\mathbf{r})$. Ma ona dla $T = 0$ postać

$$E\{\Psi(\mathbf{r})\} = E_0 + \frac{1}{2} \int |\Psi^*(\mathbf{r})|^2 V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') |\Psi(\mathbf{r})|^2 d^3r d^3r' + \int \Psi^*(\mathbf{r}) \left[-\frac{\hbar^2}{2m} + V(\mathbf{r}) \right] \Psi(\mathbf{r}) d^3r, \quad (12)$$

⁵ Oczywiście, uwzględnienie wzbudzonych stanów prowadzi do poprawniejszej teorii. Nie jest jednak to ważne dla istoty opisu kondensatu.

gdzie E_0 jest energią stanu normalnego. W stanie z $a_0 \neq 0$ należy określić i wartość a_0 , i charakter funkcji falowej $\Phi(\mathbf{r})$ dla cząstki w kondensacie. Minimalizując ten funkcjonal względem zarówno a_0 (ułamek cząstek w kondensacie) jak i $\Phi(\mathbf{r})$, otrzymamy w efekcie zrenormalizowane równanie falowe dla funkcji falowej cząstki w kondensacie:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} + V(\mathbf{r}) \right] \Phi(\mathbf{r}) - \lambda \int V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') |\Phi(\mathbf{r}')|^2 d^3r' \Phi(\mathbf{r}) = \mu \Phi(\mathbf{r}), \quad (13)$$

gdzie współczynnik λ zawiera całkę z funkcji $\Phi(\mathbf{r})$. Prawa strona tego równania wyraża zachowanie średniej liczby cząstek. Jeśli potencjał oddziaływania między cząstkami przyjmiemy za kontaktowy, tj. $V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \sim \delta^{(3)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$, to równanie (13) jest stacjonarną wersją równania Grossa–Pitaiewskiego dla funkcji falowej kondensatu. Dla kondensatów atomowych $V(\mathbf{r})$ wyraża potencjał pułapkujący (ściślej, jest to energia potencjalna). Obecność tego wyrazu pułapkującego cząstki pozwala na kondensację B–E nawet dla układów ze stosunkowo małą liczbą cząstek. Źródłem nieliniowości jest oddziaływanie między cząstkami. Zatem zjawisko kondensacji kwantowej nie tylko prowadzi do przejścia fazowego, ale także do zmiany natury stanów jednocząstkowych. Nieliniowość i nielokalność pochodzą od środowiska innych cząstek oddziałujących z daną cząstką. Ciekawe jest pytanie: czy kwantowe fluktuacje próżni, np. pola elektromagnetycznego, mogą także prowadzić do zrenormalizowanego równania dla pojedynczej cząstki nalaodowanej? Na to pytanie dotychczas nie ma odpowiedzi.

Szczegółowe informacje na temat kondensacji B–E w układach atomowych można znaleźć np. w artykule Gawlika zamieszczonym w tym zeszycie [18].

4. Stan metaliczny dla fermionów jako stan skondensowany

4.1. Uwagi wstępne

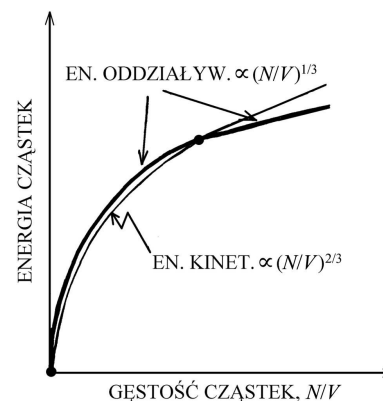
Zajmiemy się teraz przypadkiem oddziałujących fermionów. Stan metaliczny można uważać

za kwantowy stan skondensowany, ponieważ istnienie powierzchni Fermiego jest efektem czysto kwantowym. Podobnie jak w przypadku bozonów, uważamy w pierwszym przybliżeniu, że mamy do czynienia z nieoddziałującymi elektronami, których funkcja falowa może być opisana przez pojedynczy wyznacznik Slatera

$$\Psi_{p_1, \dots, p_N}(\mathbf{r}_1 \sigma_1, \dots, \mathbf{r}_N \sigma_N) = \frac{1}{\sqrt{N!}} \begin{vmatrix} \Psi_{p_1}(\mathbf{r}_1 \sigma_1) & \dots & \Psi_{p_N}(\mathbf{r}_1 \sigma_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Psi_{p_1}(\mathbf{r}_N \sigma_N) & \dots & \Psi_{p_N}(\mathbf{r}_N \sigma_N) \end{vmatrix}. \quad (14)$$

Takie podejście prowadzi do poprawnego opisu metali w stanie normalnym, zwłaszcza jeśli się uwzględni poprawki wynikające z teorii cieczy Fermiego.

Należy jednak zadać pytanie: skąd fermiony „wiedzą”, że jest zakaz Pauliego, skoro ze sobą nie oddziałują? Możliwość takiego opisu stanu metalicznego jako układu nieoddziałujących cząstek zachodzi wtedy, gdy energia jednocząstkowa (kinetyczna + potencjalna) znacznie przewyższa energię oddziaływania cząstek. Jeśli bowiem przedstawimy energię kinetyczną w postaci $\epsilon_p = p^2/2m^*$, to całkowita energia kinetyczna jest proporcjonalna do $(N/V)^{2/3}$, natomiast energia oddziaływania Coulomba między elektronami – do $(N/V)^{1/3}$. Zatem w granicy dużych gęstości cząstek energia jednocząstkowa będzie dominująca, jak schematycznie pokazano na rys. 10. Jednak aby przewidzieć wystąpienie takich zjawisk, jak magnetyzm czy nadprzewodnictwo (czyli nadciekłość par elektronów), musimy uwzględnić oddziaływanie między cząstkami w sposób nieper-

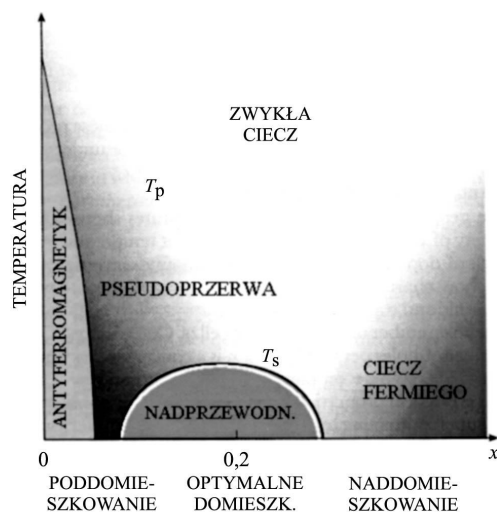


Rys. 10. Zależność energii kinetycznej i energii oddziaływania kulombowskiego elektronów od gęstości cząstek N/V (schematycznie).

turbacyjny. W teorii cieczy Fermiego przyjmuje się ponadto zwykle liniową zależność dyspersyjną $\epsilon_k - \mu = v_F k$, gdzie v_F jest prędkością elektronów na powierzchni Fermiego, a wektor falowy k jest mierzony od poziomu Fermiego. Dla tych elektronów oddziaływanie jest zawsze istotne. Ponieważ opis cieczy Fermiego, magnetyzmu i nadprzewodnictwa typu BCS jest wspaniale przedstawiony w wielu podręcznikach, skoncentrujemy się tutaj na kilku wybranych układach fermionów (układy z przejściem metal–izolator omówiłem wcześniej [19]).

4.2. Nadprzewodnictwo wysokotemperaturowe

Nowa era dla cieczy kwantowych zaczęła się odkryciem nadprzewodnictwa wysokotemperaturowego, zwłaszcza w związkach $\text{YBa}_2\text{CuO}_{7-\delta}$ (por. [20]), kiedy temperatura przejścia nadprzewodzącego T_s przekroczyła temperaturę skraplania się azotu (77 K). Na rys. 11 przedstawiono schematycznie diagram fazowy nadprzewodnika wysokotemperaturowego $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ (podobny ma $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$, ale dla niego fazy antyferromagnetycznego izolatora i nadprzewodzącego metalu stykają się). Należy od razu zauwa-



Rys. 11. Diagram fazowy dla $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ (schematyczny). Szczegółowe objaśnienia podane są w tekście.

żyć, że faza nadprzewodząca tworzy się z fazy antyferromagnetycznej La_2CuO_4 (lub $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_6$), w której jest on izolatorem Motta. Po drugie, nadprzewodnictwo pojawia się przy koncentracji dziur ok. 5% na formułę CuO_2^{2-} . Po trzecie, znika ono przy ułamku molowym domieszek $x \approx 0,3$.

Po czwarte, oprócz nadprzewodnictwa występuje stan z pseudoprzerwą dla układów poddomieszkowanych (dla x mniejszego od wartości odpowiadającej maksimum T_s – dla $T > T_s$). Można zatem zadać pytanie, czy ta pseudoprzerwa jest pozostałością przerwy antyferromagnetycznej typu Slatera, czy też jest to zjawisko związane z wirtualnymi wzbudzeniami do stanu związanego par Coopera lub (w wersji skrajnej) – czy nastąpiło utworzenie bipolaronowych stanów związanych o stosunkowo małym rozmiarze. Nadprzewodnictwo znika, gdy liczba nośników prądu zaczyna przekraczać koncentrację o maksymalnej temperaturze przejścia w stan nadprzewodzący.

Wszystkie te fakty, występujące jednocześnie dla jednej klasy układów (związków) świadczą nie tylko o bogactwie ich własności fizycznych, ale przede wszystkim o tym, że zjawiska uważane dotąd za oddzielne trzeba potraktować łącznie. Po drugie, musimy zrozumieć, czy nadprzewodnictwo może być wynikiem oddziaływania wymiany antyferromagnetycznej, czy też jest ono niejako produktem ubocznym, związanym z silnym oddziaływaniem elektron–sieć. Na to pytanie nie ma na razie odpowiedzi. Na rys. 12 przedstawiono schematycznie dwie podstawowe charakterystyki dla tych układów, obie w funkcji temperatury: wkład elektronów do ciepła właściwego i opór elektryczny. O ile ciepło właściwe wskazuje na ciągłą ewolucję w funkcji domieszkowania, to opór elektryczny wykazuje zadziwiającą liniowość w pełnym przedziale temperatury ($\rho \propto T$) tylko dla próbek domieszkowanych optymalnie, tj. takich, dla których $T_s = T_{s\text{max}}$.

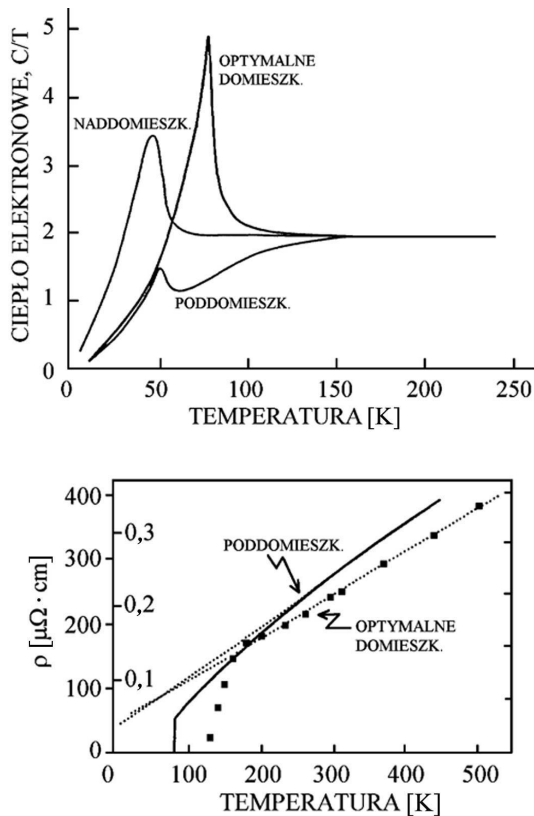
Wykrycie nadprzewodnictwa wysokotemperaturowego jest wielkim osiągnięciem fizyki doświadczalnej. Odkrycie to stawia szereg wyzwań dla teoretyków. Oto kilka podstawowych problemów, które należy rozwiązać:

1) Układy takie, jak $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ są metalami dwuwymiarowymi w fazie normalnej (przewodnictwo elektryczne w kierunku prostopadłym do płaszczyzn CuO_2 ma charakter niemetaliczny), natomiast są one nadprzewodnikami trójwymiarowymi (choć niestandardowymi).

2) Dlaczego własności fizyczne optymalnie domieszkowanych nadprzewodników są takie proste (zwykle zależności wprost lub odwrotnie proporcjonalne do T dla podstawowych wielkości elektronowych w szerokim zakresie temperatury), mimo

że nie są to zależności, których należy oczekiwać, gdyby podukład elektronowy był cieczą Fermiego–Landaua?

3) Jaki jest mechanizm łączenia się elektronów w pary? Czy są to dwa powiązane ze sobą mechanizmy: jeden łączący elektrony w pary w płaszczyznach CuO_2 i drugi korelujący je w trzecim wymiarze? Innymi słowy, czy dominują korelacje elektronowe w tych układach, czy sprzężenie elektronów z siecią?



Rys. 12. Wkład elektronowy do ciepła właściwego C/T (u góry) oraz opór właściwy (u dołu) w funkcji temperatury dla nadprzewodników wysokotemperaturowych. Wyodrębniono obszar poddomieszkowania (dla T_s funkcją rosnącą).

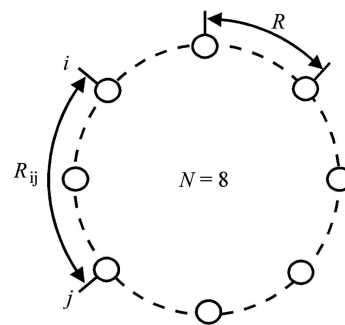
Inne własności nadprzewodników wysokotemperaturowych zostały przedstawione w wykładzie Stankowskiego zamieszczonym w tym zeszycie [21].

4.3. Jak mały może być metal?

Ten podrozdział dotyczy układów już nie mezo-, a nanoskopowych, czyli o rozmiarach nanometrów, mieszczących się pomiędzy układami atomowymi (o rozmiarach rzędu 0,1 nm) a układami mezo- czy makroskopowymi (o rozmiarach

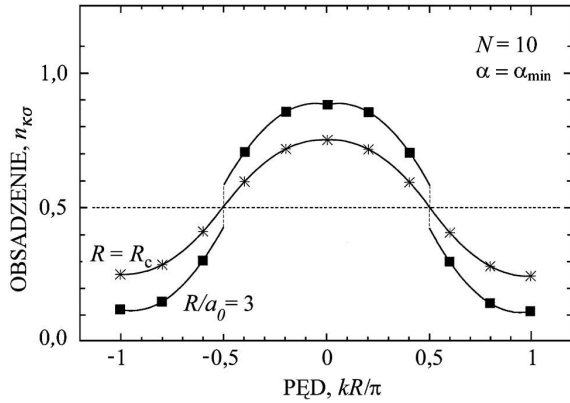
$\gg 10$ nm). Należy przy tym nadmienić, że do tej klasy nie należą równie interesujące układy, dla których przynajmniej jeden z wymiarów ma rozmiary makroskopowe (czyli układy warstwowe, jak dwuwymiarowe układy Halla lub supersieci). Natomiast zalicza się do nich układy z efektem Aharonova–Bohma, układy Josephsona i kropki kwantowe, a być może także atomy rydbergowskie. Dla wszystkich tych układów bada się, do jakiego stopnia są one opisywane jako kwantowe układy atomowe, a do jakiego można je traktować jak fazę skondensowaną (ciało stałe).

Podstawowa jest tu kwestia, czy stany elektronowe tych układów można opisać przez rozkład Fermiego–Diraca. Rozważmy prosty łańcuch atomów z periodycznymi warunkami brzegowymi (rys. 13), przy czym każdy atom ma początkowo elektron w stanie $1s$. Dla układu $N \leq 12$



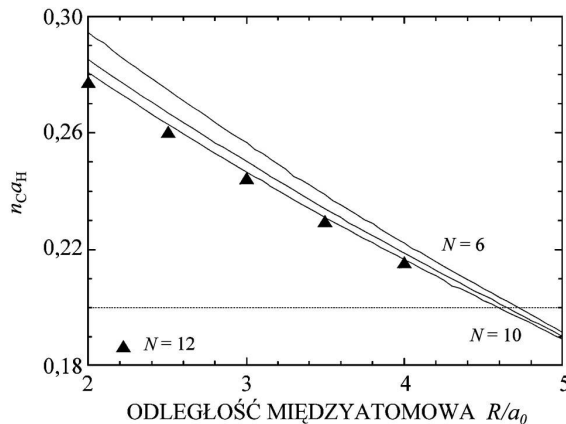
Rys. 13. Modelowy układ nanoskopowy jako liniowy łańcuch atomów z periodycznymi warunkami brzegowymi; każdy atom ma początkowo elektron w stanie $1s$. Pęd charakteryzuje wektor falowy $k = p/\hbar$.

atomów można obliczyć ściśle stany elektronowe nową metodą [22], za pomocą której nie tylko wyznacza się energię stanu z oddziaływaniem, ale także optymalizuje orbitale jednocząstkowe w stanie skorelowanych cząstek. Na rys. 14 przedstawiono ewolucję rozkładu statystycznego $n_{k\sigma}$ od zmodyfikowanego rozkładu Fermiego–Diraca dla małych odległości międzyatomowych R do rozkładu ciągłego powyżej pewnej odległości krytycznej $R = R_c$. Oczywiście, dyskretny układ poziomów energetycznych oznacza, że „metaliczność” dla $R < R_c$ występuje powyżej progowej wartości napięcia $V_g = \Delta E/e$, gdzie ΔE jest odległością między poziomami przy powierzchni Fermiego. Najważniejszą cechą jednak jest to, że stany przy powierzchni Fermiego muszą się rozciągać na cały układ.

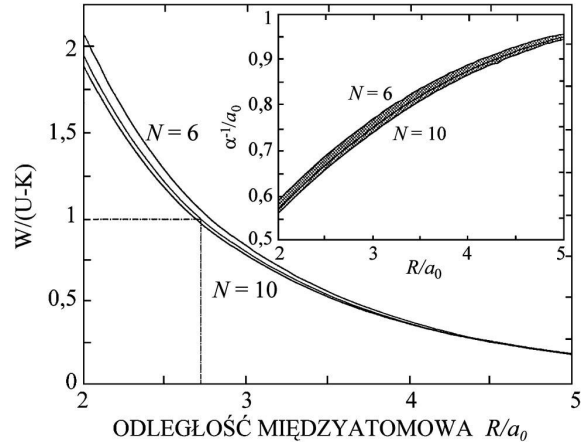


Rys. 14. Rozkład statystyczny $n_{k\sigma}$ dla elektronów w liniowym łańcuchu $N = 10$ atomów [2]; odległość międzyatomowa jest podana w jednostkach promienia Bohra a_0 . Linia ciągła odpowiada interpolacji przez funkcję paraboliczną: $n_{k\sigma} = 1/2 + \alpha|k - k_F|^2 + \beta|k - k_F| + \gamma$.

Można zdefiniować kryteria Motta i Hubbarda lokalizacji nośników prądu (rys. 15 i 16). W przypadku Motta takie kryterium stanowi wartość iloczynu koncentracji nośników $n_c = 1/R$ i rozmiaru $a_H = \alpha^{-1}$ zlokalizowanego stanu atomowego na progu lokalizacji; ma on mieć w przybliżeniu wartość 0,22. Stan atomowy jest reprezentowany przez funkcję falową typu 1s: $\phi_i(\mathbf{r}) = (\alpha^3/\pi)^{1/2} \exp(\alpha|\mathbf{r} - \mathbf{R}_i|)$, gdzie rozmiar stanu α^{-1} jest wyznaczony z minimalizacji energii stanu podstawowego ($\alpha = \alpha_{\min}$). W przypadku kryterium Hubbarda wyznaczamy stosunek szerokości pasma W do wielkości oddziaływań wewnątrzatomowych (U) pomniejszonych o wielkość oddziaływania między najbliższymi sąsiadami (K). Lokalizacja następuje dla $W/(U - K) < 1$. Jak widać,

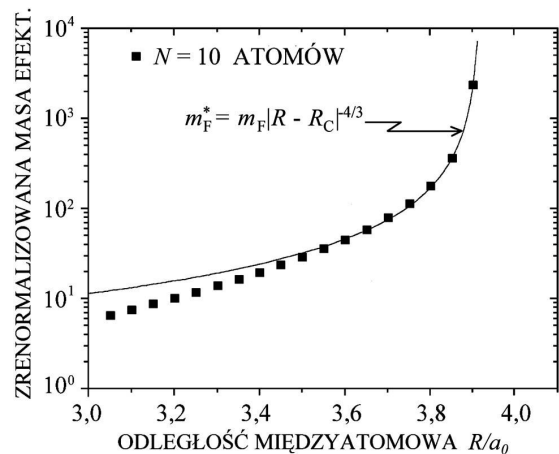


Rys. 15. Kryterium Motta, reprezentowane przez wartość $n_c a_H$ w funkcji R dla liczby atomów $6 \leq N \leq 12$. Pozioma linia kropkowana oznacza to kryterium w przypadku trójwymiarowych układów.



Rys. 16. Kryterium Hubbarda, czyli wartość $W/(U - K)$ w funkcji R ; kryterium dla trzech wymiarów zaznaczono linią przerywaną. Wstawka przedstawia optymalny rozmiar α_{\min}^{-1} orbitali 1s (w jednostkach a_0). Takie zoptymalizowane orbitale składają się na funkcję Wanniera dla układu N atomów, które odgrywają rolę funkcji falowych dla pojedynczej cząstki na i -tym atomie ($w_i(\mathbf{r}) = w(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i)$).

kryteria Motta i Hubbarda nie są ze sobą zgodne dla układów nanoskopowych. Jednakże kryterium Motta jest w przybliżeniu zgodne z kryterium rozbieżności masy kwazicząstkowej m^* (rys. 17); ciągła krzywa odpowiada interpolacji typu $m^* \approx m_F |R - R_c|^{-4/3}$, gdzie m_F oznacza oddzielnie wyznaczoną masę pasmową [23].



Rys. 17. Zachowanie krytyczne dla masy kwazicząstek na poziomie Fermiego [2]; punkty obliczone numerycznie dla $N = 10$ atomów przedstawiono krzywą ciągłą przedyskutowaną w tekście.

Należy zaznaczyć, że dla małych układów własności fizyczne układu nie wykazują osobliwości, np. w okolicy progu lokalizacji. Opis ich musi

zatem być bardzo precyzyjny, gdyż aproksymacje w rodzaju przybliżenia Hartree’ego–Focka dla oddziaływania czy masy efektywnej mogą być nieprawdziwe. Jednak nasze prace wskazują [23], że w granicy metaliczności przybliżenie masy efektywnej, tak owocne w przypadku kropek kwantowych [24], też może być stosowane. Badania te z pewnością winny być kontynuowane, ażeby wyłonić cechy uniwersalne ich opisu.

5. Uwagi końcowe

W tym krótkim przeglądzie starałem się wypunktować pewne nowe aspekty fizyki cieczy kwantowych, zwłaszcza te dotyczące niestabilności ich stanu normalnego, a także wspomnieć układy na granicy stosowalności pojęcia „ciecz kwantowa” (kondensaty atomowe, układy nanoskopowe). Niestety, dotychczas nie jesteśmy w stanie jasno powiedzieć, do jakiego stopnia te układy są kwantowe, a do jakiego klasyczne. Biorąc bowiem parametr uporządkowania dla układu kwantowego jako średnią, charakteryzujemy go przez wielkość klasyczną [25]. Mimo to nie można mówić o makroskopowej funkcji falowej jako o wielkości klasycznej. Na tym polega dylemat.

W opracowaniu tym opuściłem cieczy kwantowe Halla i ich opis jako złożonych fermionów, tj. jako obiektów złożonych z fermionu i kwantów strumienia magnetycznego (por. np. [26]). W układach tych występują także wzbudzenia o ładunku ułamkowym (proste przedstawienie tych zjawisk można znaleźć w [27]). Podobnie nie opisywałem cieczy kwantowych Tomonagi–Luttingera w jednym wymiarze, dla których następuje separacja ładunkowo-spinowa wzbudzeń (por. np. [28]). Wreszcie opuściłem niezwykle interesujące wyniki dotyczące ferromagnetyków nadprzewodzących $ZrZn_2$, UGe_2 oraz $URhGe$ [10–12]. Być może będzie szansa powrócić do tych zagadnień w niedługim czasie.

W zakresie teorii cieczy kwantowych badania w Polsce zostały zapoczątkowane przez profesorów Zygmunta Galasiewicza [29] i Jerzego Czerwonkę oraz ich uczniów, a w zakresie układów skorelowanych – przez profesorów Janusza Morkowskiego i Leona Kowalewskiego oraz ich uczniów. Prof. Jan Stankowski prowadzi w Odolanowie coroczne szkoły z zakresu cieczy kwantowych dla uczniów szkół średnich.

W artykule tym pominąłem zachowanie nie-landauowskie układów skorelowanych w pobliżu kwantowego punktu krytycznego (ang. non-Fermi liquid effects). Jest to tematyka bardzo intensywnie rozwijana w ostatnich latach. Dla wstępnego zapoznania się z nią polecam artykuły [30].

Chciałbym podziękować Robertowi Podsiadłemu i Pani Annie Gagatek za pomoc techniczną przy redagowaniu tego tekstu. Dziękuję także moim doktorantom: Edwardowi Görlichowi, Adamowi Rycerzowi i Romanowi Zahorbeńskiemu za dyskusje. Praca wchodzi częściowo w zakres grantu KBN nr 2P03B 092 18.

Literatura

- [1] J. Wilks, *An Introduction to Liquid Helium* (Clarendon Press, Oxford 1970).
- [2] J. Spałek, A. Rycerz, *Phys. Rev. B* **64**, 161105(R) (2001).
- [3] M. Gajda, K. Rzążewski, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2687 (1997).
- [4] G. Baym, C. Pethick, *Landau Fermi-Liquid Theory* (J. Wiley and Sons, New York 1991).
- [5] A. Einstein, *Sitzber. kgl. preuss. Akad. Wiss.*, s. 261 (1924); s. 3 (1925).
- [6] F. London, *Superfluids*, t. II (Chapman and Hall Ltd., New York 1954), rozdz. C.
- [7] P. Nozières, S. Schmitt-Rink, *J. Low Temp. Phys.* **59**, 195 (1985); C.P. Enz, w: *Proc. 26th Karpacz Winter School of Theoretical Physics*, red. Z. Galasiewicz, A. Pękalski (World Scientific, Singapore 1991), s. 111; M. Randeria i in., *Phys. Rev. B* **41**, 327 (1991); R. Micnas, T. Kostyrko, w: *Recent Development in High Temperature Superconductivity*, red. J. Klamut i in. (Springer Verlag, Berlin 1996), s. 221.
- [8] A.J. Leggett, w: *Modern Trends in the Theory of Condensed Matter*, red. A. Pękalski, J. Przystawa, Springer Lecture Notes in Physics, t. 115 (1980), s. 13.
- [9] J.C. Wheatley, *Rev. Mod. Phys.* **47**, 415 (1975).
- [10] A. Huxley i in., *Phys. Rev. B* **63**, 144519 (2001).
- [11] D. Aoki i in., *Nature* **413**, 613 (2001).
- [12] C. Pfleiderer i in., *Nature* **412**, 58 (2001).
- [13] Y. Maeno i in., *Nature* **372**, 532 (1994).
- [14] H.A. Mook, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2452 (1985).
- [15] D. Greywall, *Phys. Rev. B* **33**, 7520 (1986).
- [16] D. Vollhardt, P. Wölfle, *The Superfluid Phases of Helium 3* (Taylor and Francis, London 1990); T. Tsuneto, *Superconductivity and Superfluidity* (Cambridge University Press, 1998).
- [17] M.H. Anderson i in., *Science* **269**, 198 (1995).
- [18] W. Gawlik, niniejszy zeszyt, s. 54.
- [19] J. Spałek, *Postępy Fizyki* **51**, 1 (2000); *Eur. J. Phys.* **21**, 511 (2000).
- [20] *Physical Properties of High Temperature Superconductors*, red. D.M. Ginsberg (World Scientific, Singapore, kolejne tomy wydawane okresowo od 1989 r.).

- [21] J. Stankowski, niniejszy zeszyt, s. 46.
- [22] J. Spałek i in., *Phys. Rev. B* **61**, 15676 (2000); A. Rycerz, J. Spałek, tamże **63**, 073101 (2001).
- [23] A. Rycerz, J. Spałek, *Phys. Rev. B* **65**, 035110 (2002).
- [24] L. Jacak, P. Hawrylak, A. Wójs, *Quantum Dots* (Springer Verlag, Berlin 1998); S. Bednarek i in., *Phys. Rev. B* **64**, 195303 (2001).
- [25] W. Żurek, informacja prywatna.
- [26] *Composite Fermions: A Unified View of the Quantum Hall Regime*, red. O. Heinonen (World Scientific, Singapore 1998).
- [27] M. Heiblum, A. Stern, *Phys. World*, marzec 2000, s. 37.
- [28] J. Voit, *Rep. Prog. Phys.* **57**, 977 (1995).
- [29] Z. Galasiewicz, *Superconductivity and Quantum Fluids* (PWN, Warszawa 1970); „Helium 4”, w: *Selected Readings in Physics* (Pergamon Press, Oxford 1971).
- [30] S. Sachdev, *Phys. World*, April 1999, s. 33; *J. Phys.: Cond. Matter* **8**, nr 48 (1996) – numer specjalny.