

Zadanie 20* (Mapa logistyczna)

Proszę napisać funkcję `GenerateSeries` $[f_r, r, N_0, N_1]$, która dla podanego parametrycznego odwzorowania $f_r : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ (np. $f_r(x) = rx(1-x)$, $r \in [2, 4]$), zwraca ciąg (w postaci listy) $x_{n+1} = f_r(x_n)$, $x_0 = \frac{1}{2}$ dla $n \in [N_0, N_1]$ przy $0 \leq N_0 < N_1 < \infty$ (czyli wycinek z nieskończonego ciągu x_n).

Proszę użyć funkcji `GenerateSeries` by wygenerować ciągi dla $r_m = \frac{am+(M-m)b}{M}$, $m \in [0, M]$ (czyli $r_m \in [a, b]$). Proszę następnie użyć funkcji `BinCounts` by dla każdego r_m i $X_i = [\frac{i}{I}, \frac{i+1}{I}]$, $i \in [0, I-1]$ policzyć $\rho(r_m, X_i)$ zdefiniowane jako liczba wyrazów ciągu x_n takich, że $x_n \in X_i$ (odpowiednik histogramu). Następnie proszę narysować wykres $\ln(\rho_m(r_m, X_i) + 1)$ używając `ArrayPlot` lub innej funkcji do rysowania dyskretnych wykresów (można także spróbować `ListPlot3D`).

By wykres był wystarczająco efektowny należy użyć $N_0 \approx 1000$ i $N_1 \approx 5000$ oraz $M \approx I \approx 100$ (na początek proszę poeksperymentować z mniejszymi liczbami).

Zadanie 21 (Szyna)

Mamy dwie proste szyny, pierwsza ma długość 5km, druga 5.001km. Wyginamy dłuższą szynę na kształt wycinka okręgu tak, by końce obu szyn pokryły się. O ile będą oddalone od siebie środki obu szyn? Wynik jest nieintuicyjny.

Proszę narysować wykres tej odległości w zależności od różnicy długości obu szyn. Równanie na odległość środków szyn jest transcendentne, można je rozwiązać jedynie numerycznie (`FindRoot` lub `NSolve`).

Zadanie 22* (10mod7)

Niech $m(x) = \text{mod}(10x, 7)$. Używając `Reduce` proszę znaleźć takie x , dla których $m(x) = x$. Proszę następnie znaleźć rozwiązania równań $m^2(x) = m(m(x)) = x$ i $m^3(x) = x$ i zauważyć pewną prawidłowość. Korzystając z tej prawidłowości, proszę podać wzór na x_n spełniający $m^n(x_n) = x_n$.

Rozwiązania powyższego równania można użyć do testowania algorytmu iterującego $m(x)$ numerycznie, proszę sprawdzić dla jakich n $m^n(x_n)$ odbiega od oczekiwanego wyniku.

Podpowiedź. Proszę listę rozwiązań $m^2(x) = x$ pomnożyć przez $99/7$.