

ZADANIA Z PODSTAW KWANTOWEJ TEORII WIELU CIAŁ  
(DLA DOKTORANTÓW)

**Zestaw IX** - na 6.05.2005

1. Proszę wyprowadzić relację dla energii swobodnych stanu normalnego  $n$  i nadprzewodzącego  $s$  w zerowym polu:

$$\mathcal{F}_n(T, 0) - \mathcal{F}_s(T, 0) = \frac{H_c^2}{8\pi}.$$

Następnie, rozważyć rozwiązanie stacjonarne r. Ginzburga–Landaua i wyrazić  $H_c$  przez parametry  $a$  i  $b$ . Policzyc także prąd krytyczny dla cienkiego drutu nadprzewodzącego.

2. Korzystając ze wzoru na  $H_c$  wyprowadzonego w poprzednim zadaniu, oraz definicji londonowskiej głębokości wnikania  $\lambda$ , wyrazić parametry  $a$  i  $b$  funkcjonału G.–L. za pomocą  $H_c$  i  $\lambda$ .
3. Zapisać pierwsze równanie Ginzburga–Landaua dla przypadku bez pola magnetycznego, i wprowadzić wielkość

$$\xi^2(T) = \frac{\hbar^2}{m^*|a|},$$

zwaną *długością koherencji*. Przyjąć, że  $a = \alpha(T - T_c)$  i wykazać, że bezwymiarowy parametr  $\kappa \equiv \lambda/\xi$  nie zależy od  $T$ . Pokazać również, że  $\kappa$  jest jedynym parametrem fizycznych występującym w równaniach Ginzburga–Landaua.

4. Pokazać, że w ramach teorii Ginzburga–Landaua  $H_c(T)\lambda(T)\xi(T) = \text{const}$ .
5. Pokazać, że dla warstwy izolatora prostopadłej do osi  $z$  drugie r. Ginzburga–Landaua redukuje się do postaci

$$-i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial z} - \frac{2e}{c}A_z\Psi = 0.$$

Przyjąć, że dla cienkiej warstwy funkcje falowe po jej obu stronach są związane zależnością

$$\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial z} - \frac{2e}{c}A_z\right)\Psi_1 = -\frac{i\hbar}{b}\Psi_2,$$

gdzie  $b$  jest parametrem fenomenologicznym o wymiarze długości i pokazać, że równanie na  $J_z$  prowadzi wówczas do równania Josephsona  $I = I_c \sin(\varphi_2 - \varphi_1)$ .