ZADANIA Z PODSTAW KWANTOWEJ TEORII WIELU CIAŁ
(DLA DOKTORANTÓW)

Zestaw VI - na 11.03.2005

1. Na poprzednich ćwiczeniach i wykładzie wyprowadzono relacje dyspersji dla magnonów

$$\omega_{\mathbf{k}} = JzS(1-\gamma_{\mathbf{k}})$$

dla przypadku ferromagnetycznego, oraz

$$\omega_{\mathbf{k}} = JzS\sqrt{1-\gamma_{\mathbf{k}}^2}$$

dla przypadku antyferromagnetycznego. Wielkość $\gamma_{\mathbf{k}}$ zdefiniowano następująco:

$$\gamma_{\mathbf{k}} = \frac{1}{z}\sum_{\delta} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}_\delta},$$

gdzie sumowanie przebiega po najbliższych sąsiadach. Pokazać, że powyższe wzory prowadzą do przybliżonych relacji dyspersji dla małych $\mathbf{k}$ postaci:

$$\omega_{\mathbf{k}} = A\mathbf{k}^2 \quad \text{oraz} \quad \omega_{\mathbf{k}} = B\left|\mathbf{k}\right|,$$

odpowiednio dla przypadków ferro– i antyferromagnetycznego.

2. Pokazać, że w niskich temperaturach średnia zmiana namagnesowania i ciepło właściwe ferromagnetyka zachowują się jak $T^{3/2}$. Wyprowadzić także analogiczne wyrażenia dla antyferromagnetyka.

3. Przypomnieć średniopolowe wyprowadzenie prawa Curie–Weissa

$$\chi = \frac{C}{T-T_C}$$

dla przejścia paramagnetyk–ferromagnetyk, oraz analogicznie wyprowadzić jego odpowiednik dla ferromagnetyka:

$$\chi = \frac{2C}{T+T_N}.$$

4. Przyjmując, że pola efektywne w antyferromagnetyku o dwóch podsieciach są dane zależnościami:

$$B_A = B_a - \mu M_B - \epsilon M_A, \qquad B_B = B_a - \mu M_A - \epsilon M_B,$$

pokazać, że

$$\frac{\theta}{T_N} = \frac{\mu+\epsilon}{\mu-\epsilon}.$$