

ZADANIA Z PODSTAW KWANTOWEJ TEORII WIELU CIAŁ  
(DLA DOKTORANTÓW)

Zestaw VII - na 12 i 16.01.2004

1. Korzystając z postaci diagonalnej hamiltonianu BCS, otrzymanej metodą Bogoliubowa, wyprowadzić równanie na przerwę nadprzewodzącą  $\Delta(T)$  dla przypadku temperatur skończonych

$$1 = V \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{2E_{\mathbf{k}}} \tanh\left(\frac{E_{\mathbf{k}}}{2k_B T}\right), \quad (1)$$

gdzie  $E_{\mathbf{k}} \equiv \sqrt{\epsilon_{\mathbf{k}}^2 + \Delta(T)^2}$ . Pokazać, że w przypadku granicznym  $T \rightarrow 0$  dostajemy otrzymane wcześniej wyrażenie na  $\Delta(0)$  dla  $V\rho(\epsilon_F) \ll 1$ . Następnie wyprowadzić wzór na temperaturę przejścia do stanu nadprzewodzącego  $T_S$ , dla której  $\Delta(T_S) = 0$  i wyliczyć numerycznie uniwersalny stosunek  $2\Delta(0)/k_B T_S$ .

2. Wyrazić energię stanu podstawowego hamiltonianu BCS za pomocą gęstości stanów na poziomie Fermiego  $\rho(\epsilon_F)$  i przerwy energetycznej  $\Delta(0)$ .
3. Na podstawie równania uwikłanego (1) na zależną od temperatury przerwę energetyczną  $\Delta(T)$  wyprowadzić postaci asymptotyczne

$$\Delta(T) \simeq \Delta(0) \left[1 - \frac{T}{T_S}\right]^{1/2} \quad \text{dla } T \rightarrow T_S,$$

oraz

$$\Delta(T) \simeq \Delta(0) \left[1 - e^{-\frac{\Delta(0)}{2k_B T}}\right] \quad \text{dla } T \rightarrow 0.$$