ZADANIA Z PODSTAW KWANTOWEJ TEORII WIELU CIAŁ
(DLA DOKTORANTÓW)

Zestaw XIV - na 28.05.2004

1. Korzystając z definicji funkcji jednocząstkowej funkcji Greena pokazać, że:

   a) $\langle \hat{n}(\mathbf{x}) \rangle = \pm i \, \mathrm{Tr}\, G(\mathbf{x}t, \mathbf{x}t^+)$,

   b) $\langle \vec{\sigma}(\mathbf{x}) \rangle = \pm i \, \mathrm{Tr}[\vec{\sigma} G(\mathbf{x}t, \mathbf{x}t^+)]$,

   c) $\langle \hat{T}(\mathbf{x}) \rangle = \pm i \int d^3\mathbf{x} \lim_{\mathbf{x}' \to \mathbf{x}} \left[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} \mathrm{Tr}\, G(\mathbf{x}t, \mathbf{x}'t^+) \right]$,

   d) $\langle \hat{V}(\mathbf{x}) \rangle = \pm \frac{1}{2} i \int d^3\mathbf{x} \lim_{\mathbf{x}' \to \mathbf{x}} \left[i\hbar\partial_t - \hat{T}(\mathbf{x}) \right] \mathrm{Tr}\, G(\mathbf{x}t, \mathbf{x}'t^+)$,

   e) $\langle \hat{V}(\mathbf{x}) \rangle = \pm \frac{1}{2} i \int d^3\mathbf{x} \lim_{\mathbf{x}' \to \mathbf{x}} \left[i\hbar\partial_t + \hat{T}(\mathbf{x}) \right] \mathrm{Tr}\, G(\mathbf{x}t, \mathbf{x}'t^+)$.

2. Na wykładzie omawiany był operator ewolucji czasowej, który w *obrazie oddziaływania* można zapisać w postaci:

   $$\hat{U}(t, t_0) = T \exp \left[-\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^{t} dt' H_1(t') \right].$$

   Proszę wykazać, że:

   a) $\hat{U}^\dagger(t, t_0) = \hat{U}^{-1}(t, t_0) = U(t_0, t)$,

   b) $\hat{U}(t_1, t_2)\hat{U}(t_2, t_3) = \hat{U}(t_1, t_3)$.

3. Proszę zapoznać się z dowodem twierdzenia Gell–Manna i Lowa o stanie podstawowym w kwantowej teorii pola. Literatura: A. L. Fetter, J. D. Walecka, *Kwantowa Teoria Układów Wielu Cząstek*.