

ZADANIA Z METOD STATYSTYCZNYCH
Zestaw IV - na 26.11.2009

1. *Generator Boxa-Mullera*. Niech u_1 i u_2 będą niezależnymi losowymi o rozkładzie jednorodnym w przedziale $(0, 1]$. Pokazać, że zmienne z_1 i z_2 dane transformacją

$$z_1 = \sqrt{-2 \ln u_1} \cos(2\pi u_2), \quad z_2 = \sqrt{-2 \ln u_1} \sin(2\pi u_2),$$

są także niezależnymi zmiennymi losowymi, a każda z nich podlega rozkładowi $N(0, 1)$ (tj. rozkładowi Gaussa o wartości oczekiwanej $\mu = 0$ i wariancji $\sigma^2 = 1$).

2. Jak uzyskać z powyższego generator liczb losowych o rozkładzie $N(\mu, \sigma^2)$?
3. W tzw. wersji *polarniej* generatora Boxa-Mullera startujemy od zmiennych u i v o rozkładzie jednorodnym w przedziale $[-1, 1]$, a następnie obliczamy

$$z_1 = u \sqrt{\frac{-2 \ln s}{s}}, \quad z_2 = v \sqrt{\frac{-2 \ln s}{s}}.$$

gdzie $s = u^2 + v^2$. Pokazać, że tak otrzymane z_1 i z_2 również są niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładzie normalnym.

4. Wyjaśnić, dlaczego wersja polarna generatora jest lepsza do zastosowań praktycznych od wersji podstawowej?
5. Krótko omówić tzw. algorytm *Ziggurat*, używany do generacji liczb pseudolosowych o rozkładzie danym dowolną funkcją malejącą (przy założeniu, że generator liczb pseudolosowych o rozkładzie jednorodnym jest dany). Wystarczające informacje o algorytmie Ziggurath można znaleźć np. w angielskiej wersji *Wikipedii*.