ZADANIA Z MATEMATYKI DYSKRETNEJ

Zestaw VII - na 9.12.2009

1. Proszę dokończyć Zadanie 7. z poprzedniego zestawu.
2. Udowodnij, że $\mathrm{NWD}(m,n)\cdot\mathrm{NWW}(m,n) = m\cdot n$. Następnie wykorzystaj tę tożsamość, aby wyrazić $\mathrm{NWW}(m,n)$ za pomocą $\mathrm{NWW}(n \bmod m, m)$ dla $n \bmod m \neq 0$.
3. W kręgu stoi 10 osób, eliminujemy co m-tą osobę. Pokaż, że nie jest możliwe, aby dla jakiegokolwiek k jako pierwsze zostały wyeliminowane numery 10, k i $k+1$.
4. Pokaż, że liczba $(3^{77}-1)/2$ jest nieparzysta i złożona. *Wskazówka*: Sprawdź najpierw, czemu jest równe $3^{77} \bmod 4$.
5. Oblicz $\varphi(999)$. (Informacje o funkcji Eulera $\varphi(m)$ można znaleźć w rozdziale 4.9 podręcznika *Matematyka Konkretna*.)
6. Udowodnij lub podaj kontrprzykład
   a) $\mathrm{NWD}(km, kn) = k\mathrm{NWD}(m,n)$,
   b) $\mathrm{NWW}(km, kn) = k\mathrm{NWW}(m,n)$.
7. Liczby Euklidesa są zdefiniowane rekurencyjnie: $e_1 = 2$, $e_n = e_1 e_2 \ldots e_{n-1} + 1$ dla $n > 1$. Czy każda liczba pierwsza jest podzielnikiem pewnej liczby Euklidesa e_n?