

**ZADANIA Z KWANTOWEJ TEORII CIAŁA STAŁEGO**  
**Zestaw I - na 16.10.2006**

1. Znaleźć transformację postaci  $b_k^\dagger = \sum_i B_{ik} a_i^\dagger$  diagonalizującą hamiltonian:

$$H = \epsilon \sum_{i\sigma} n_{i\sigma} + t \sum_{i\sigma} \left( a_i^\dagger a_{i+1} + \text{h.c.} \right),$$

dla łańcucha jednowymiarowego. Wyznaczyć energie własne i przedyskutować charakter stanu podstawowego, osobno dla  $t < 0$  i  $t > 0$ .

2. Temat jak w Zadaniu 1, dla hamiltonianu:

$$H = \epsilon_A \sum_{i \in A, \sigma} n_{i\sigma} + \epsilon_B \sum_{j \in B, \sigma} n_{j\sigma} + t_A \sum_{i \in A, \sigma} \left( a_i^\dagger b_{i+1} + \text{h.c.} \right) + t_B \sum_{j \in B, \sigma} \left( b_j^\dagger a_{j+1} + \text{h.c.} \right),$$

gdzie do podsieci  $A$  należą węzły o numerach parzystych, do  $B$  - o nieparzystych.

*Wskazówka:* zastosować najpierw transformację otrzymaną w Zadaniu 1 niezależnie dla każdej podsieci, a następnie zdiagnozować otrzymaną macierz  $2 \times 2$ .

3. W przybliżeniu ciasnego wiązania obliczyć energie pasmowe dla sieci krystalicznych: *sc, bcc, fcc, hcp* (Informacje o strukturach krystalicznych: C.Kittel, *Wstęp do fizyki ciała stałego*). *Wskazówka:* Energia pasmowa w przybliżeniu ciasnego wiązania dana jest wzorem:

$$\epsilon_{\mathbf{k}} = \sum_{j(i)} t \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}_{ij}), \quad (1)$$

gdzie wektor falowy  $\mathbf{k}$  należy do pierwszej strefy Brillouina,  $\mathbf{R}_{ij} = \mathbf{R}_j - \mathbf{R}_i$ , zaś sumowanie przebiega po *najbliższych sąsiadach* węzła  $i$ -tego. Należy znać wyprowadzenie wzoru (1).