

## ZADANIA Z KWANTOWYCH PODSTAW BUDOWY MATERII

Aktualne zadania można pobrać ze strony:

<http://th.if.uj.edu.pl/~adamr/kpbm/2012/index.html>

### Zestaw IV - na 25.04.2013

1. Proszę rozwiązać zadania 10.4 i 10.5 z podręcznika H. Haken, H.C. Wolf, *Atomy i kwanty. Wprowadzenie do współczesnej spektroskopii atomowej*, Rozdział 10.
2. Zadania 12.3, 12.5 i 12.8 z Rozdziału 12.
3. Korzystając z zasady wariacyjnej, która mówi, że dla dowolnego stanu  $|\phi\rangle$

$$E[\phi] = \frac{\langle \phi | \mathcal{H} | \phi \rangle}{\langle \phi | \phi \rangle} \geq E_0,$$

gdzie  $E_0$  jest energią stanu podstawowego dla hamiltonianu  $\mathcal{H}$ , udowodnić twierdzenie o wirale w wersji kwantowej: jeśli energia potencjalna spełnia relację  $V(\lambda \mathbf{r}) = \lambda^n V(\mathbf{r})$  (gdzie  $\lambda$  jest parametrem rzeczywistym a  $\mathbf{r}$  wektorem o dowolnej wymiarowości), to dla wartości średnich zachodzi:

$$\langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{n}{2} \langle V(\mathbf{r}) \rangle.$$

W tym celu rozważyć funkcję próbną postaci  $\phi(\mathbf{r}) = \psi(\lambda \mathbf{r})$ , gdzie  $\psi(\mathbf{r})$  to dokładna funkcja falowa stanu podstawowego. Obliczyć  $E[\phi] = \langle \phi | \mathcal{H} | \phi \rangle / \langle \phi | \phi \rangle$  a następnie zróżniczkować otrzymane wyrażenie względem  $\lambda$  i skorzystać z faktu, że  $E[\phi]$  musi osiągać minimum dla  $\lambda = 1$ . Jakie są konsekwencje tw. o wirale dla atomu wodoru a jakie dla oscylatora harmonicznego? Czy twierdzenie to stosuje się do atomów z oddziaływaniem spin orbita?

Adam Rycerz