ZADANIA Z ALGEBRY (KURS B)
Zestaw VII - na 8.06.2005

1. Znaleźć równanie prostej będącej przecięciem dwóch płaszczyzn o równaniach

$$\mathbf{r}\cdot\mathbf{a}=\alpha,\quad \mathbf{r}\cdot\mathbf{b}=\alpha.$$

2. Znaleźć odległość prostych $\mathbf{r}\times\mathbf{t}_1=\mathbf{b}_1$, $\mathbf{r}\times\mathbf{t}_2=\mathbf{b}_2$. Jakie warunki muszą być spełnione aby proste się przecinały?

3. Rozważmy 3 liniowo niezależne wektory $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$. Wówczas, dowolny wektor $\mathbf{x}$ możemy przedstawić w postaci $\mathbf{x}=\alpha\mathbf{a}+\beta\mathbf{b}+\gamma\mathbf{c}$. Wyrazić liczby α, β, γ przez wektory $\mathbf{x}$, $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ (bez odwoływania się do ich współrzędnych).

   Wskazówka: Skonstruować tzw. *bazę odwrotną*:

$$\mathbf{A}=\frac{\mathbf{b}\times\mathbf{c}}{[\mathbf{a},\mathbf{b},\mathbf{c}]},\quad \mathbf{B}=\frac{\mathbf{c}\times\mathbf{a}}{[\mathbf{a},\mathbf{b},\mathbf{c}]},\quad \mathbf{C}=\frac{\mathbf{a}\times\mathbf{b}}{[\mathbf{a},\mathbf{b},\mathbf{c}]}.$$

4. Znaleźć równanie płaszczyzny przechodzącej przez punkt $\mathbf{A}$ i zawierającej prostą o równaniu $\mathbf{r}\times\mathbf{t}=\mathbf{b}$.

5. Dwie płaszczyzny opisane równaniami

$$\mathbf{r}\cdot\mathbf{a}=\alpha,\quad \mathbf{r}\cdot\mathbf{b}=\beta$$

   przecinają się pod pewnym kątem. Napisać równania płaszczyzn dzielących na połowy kąty dwuścienne między tymi płaszczyznami.

6. Znaleźć równanie płaszczyzny (postaci $\mathbf{a}\cdot\mathbf{x}=\alpha$) przechodzącej przez punkty:

$$\mathbf{x}_1=\begin{pmatrix}{x_1}^1\\{x_1}^2\\{x_1}^3\end{pmatrix},\quad \mathbf{x}_2=\begin{pmatrix}{x_2}^1\\{x_2}^2\\{x_2}^3\end{pmatrix},\quad \mathbf{x}_3=\begin{pmatrix}{x_3}^1\\{x_3}^2\\{x_3}^3\end{pmatrix}.$$

   Jaki jest warunek na to, aby zadanie miało jednoznaczne rozwiązanie?