

ZADANIA Z ALGEBRY (KURS B)
Zestaw IV - na 4.05.2005

1. Korzystając z twierdzenia Kroneckera–Capellego znaleźć (o ile istnieją) rozwiązania układów równań liniowych z parametrem rzeczywistym λ :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_3 + 4x_4 = \lambda \end{array} \right. , \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 + 8x_3 + 7x_4 = \lambda \end{array} \right. .$$

2. Wyznaczyć zbiory rozwiązań poniższych układów równań liniowych. Dla uproszczenia, układy postaci $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ zapisano w formie $(A|\mathbf{b})$.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 4 & -2 & -2 & 0 \\ -1 & -2 & 1 & 5 & -4 \\ 2 & 4 & -4 & -4 & -4 \\ 1 & 2 & -3 & 1 & -8 \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & 4 & 8 \\ 2 & 2 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 4 \\ 4 & 4 & 5 & 13 \end{array} \right).$$

3. Proszę wymyślić kilka przykładów na zastosowanie twierdzenia Kroneckera–Capellego dla układów jednorodnych $A\mathbf{x} = 0$, gdzie A jest macierzą kwadratową $n \times n$. Rozważyć przypadki $\text{rank} A = n$ i $\text{rank} A < n$.
4. Mostowski i Stark, rozdział V §3.1, zad. 1 i 2.