

## ZADANIA Z JĘZYKA C DLA GRUP 7. I 9.

### Zestaw VI - styczeń 2016 (c.d.)

19. **Generator Boxa-Mullera.** W wielu sytuacjach, np. kiedy próbujemy modelować komputerowo różne procedury pomiarowe, pojawia się potrzeba generowania liczb pseudolosowych o rozkładzie Gaussa (tzw. rozkładzie normalnym). Punktem wyjścia jest tutaj generator o wartości oczekiwanej 0 i wariancji 1, dla którego gęstość prawdopodobieństwa dana jest wzorem:

$$N(0, 1; x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-x^2/2).$$

Następnie, stosując proste przeskalowanie  $x' = \sigma x + \mu$  można otrzymać  $x'$  podlegające rozkładowi Gaussa o dowolnie wybranej wartości oczekiwanej  $\mu$  i wariancji  $\sigma^2$ , zwykle oznaczanemu symbolem  $N(\mu, \sigma^2; x)$ .

Jeśli założyć, że mamy dany generator liczb losowych o rozkładzie równomiernym na przedziale  $(0, 1)$ , to liczby losowe o rozkładzie zbliżonym do  $N(0, 1; x)$  możemy otrzymywać na dwa (najczęściej spotykane) sposoby:

- Wygenerować 12 liczb losowych  $0 < x < 1$ , dodać je, a sumę pomniejszyć o 6.
- Wygenerować 2 liczby losowe  $x$  i  $y$ , a następnie zastosować transformację Boxa-Mullera

$$u = \sqrt{-2 \ln x} \cdot \cos(2\pi y), \quad v = \sqrt{-2 \ln x} \cdot \sin(2\pi y),$$

w wyniku której otrzymujemy liczby  $u$  i  $v$  podlegające rozkładowi  $N(0, 1; x)$ .

Na pierwszy rzut oka wydaje się, że drugi sposób jest bardziej efektywny, ze względu na konieczność generowanie tylko 2 wyjściowych liczb losowych. Tak jednak być nie musi, gdyż obliczanie logarytmu i funkcji trygonometrycznych jest dość czasochłonne. Proszę napisać osobne funkcje stosujące te dwie metody, jak również programy, które pozwolą porównać rzeczywiste czasy generacji np.  $10^6$  liczb losowych o rozkładzie Gaussa.

Generację ciągu liczb metodą Boxa-Mullera można nieco przyspieszyć, stosując w odpowiedniej funkcji *zmienne statyczne*. Dla przykładu, w funkcji

```
void moja_funkcja(...)  
{  
    static int n=0;  
  
    n++;  
    ...  
}
```

zmienna  $n$  pozwala ustalić, z którym kolejnym wywołaniem funkcji mamy do czynienia. W przypadku funkcji generującej liczby losowe metodą Boxa-Mullera, można zadbać o to, aby przy *nieparzystym* wywołaniu była wykonywana cała procedura począwszy od losowania liczb  $x$  i  $y$  a skończywszy na zwróceniu  $u$  jako liczby wylosowanej, zaś przy wywołaniu *parzystym* po prostu zwracana była wartość  $v$  (zapamiętana wcześniej w innej zmiennej statycznej). To samo można oczywiście osiągnąć za pomocą zmiennych globalnych, jednak mechanizm zmiennych statycznych jest zdecydowanie bardziej elegancki, a w praktyce pozwala uniknąć trudnych do wykrycia błędów w bardziej skomplikowanych programach. (W istocie, zmienne statyczne to takie *ukryte* zmienne globalne, widoczne tylko w bloku, w którym zostały zadeklarowane.)

20. **Rozkład Wignera.** Napisać możliwie najbardziej efektywny generator liczb losowych o tzw. rozkładzie Wignera, dla którego gęstość prawdopodobieństwa dana jest wzorem:

$$P(x) = \frac{\pi}{2} x \exp(-\pi x^2/4).$$

Po wylosowaniu ok.  $10^6$  liczb stworzyć histogram rozkładu i prostą wizualizację wyników np. w programie `gnuplot`.

*Wskazówka:* Rozkładowi takiemu podlega np. promień wodzący punktu na płaszczyźnie  $r = \sqrt{u^2 + v^2}$ , jeżeli  $u$  i  $v$  podlegają rozkładowi Gaussa.