UNIWERSYTET JAGIELLOŃSKI W KRAKOWIE

INSTYTUT FIZYKI IM. MARIANA SMOLUCHOWSKIEGO
Zakład Teorii Materii Materii Skondensowanej i Nanofizyki

dr hab. Adam Rycerz

E-mail: rycerz@th.uj.edu.pl
WWW: http://th.if.uj.edu.pl/~adamr/

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Jakuba Łuczaka:
"Splątanie i kwantowe operacje logiczne indukowane polem elektrycznym w układzie trzech kropek kwantowych"

Dostępne od kilkunastu lat możliwości manipulacji ładunkowymi oraz spinowymi stopniami swobody pojedynczych elektronów uwięzionych w kropkach kwantowych za pośrednictwem zewnętrznych pól elektromagnetycznych otwarły obiecujący kierunek realizacji obliczeń kwantowych w oparciu o zasady fizyki materii skondensowanej. Z drugiej strony, pola elektryczne, a tym bardziej magnetyczne, trudno precyzyjnie kontrolować w mikroskali, co skutkuje krótkimi (zwłaszcza w porównaniu z układami fotonowymi) czasami koherencji dla kubitów w rozważanych układach. Istniejące propozycje rozwiązania tego problemu oparte są na wykorzystaniu specjalnie przygotowanych stanów kwantowych większej liczby elektronów, których wzajemne oddziaływania czynią układ mniej wrażliwym na lokalne fluktuacje pól elektromagnetycznych. Recenzowana praca rozwija sformułowaną przez DiVincenzo i in. w 2000 roku koncepcję realizacji kubitu spinowego w przestrzeni stanów dubletowych układu trzech kropek kwantowych z trzema elektronami. W odróżnieniu kilku zespołów, które badały wcześniej zachowanie potrójnej kropki w układzie liniowym, mgr Łuczak podjął rozważania teoretyczne zachowania kropki w konfiguracji trójkątnej, w przypadku której obszar dostępny inżynierii stanów kwantowych znacząco się poszerza, gdyż mamy możliwość łamania zarówno wszystkich symetrii punktowych (poprzez efekt Starka) jak również symetrii względem odwrócenia czasu (efekt Aharonowa-Bohma).

Praca doktorska mgr. Jakuba Łuczaka podzielona jest na siedem rozdziałów, z których dwa pierwsze (*Cel i zakres rozprawy* oraz *Kropki kwantowe w informatyce kwantowej*) mają charakter wprowadzający, cztery następne referują zasadnicze wyniki Autora, w większości opublikowane w renomowanych czasopismach fizycznych (dorobek publikacyjny mgr. Łuczaka omówię w dalszej części recenzji), zaś rozdział siódmy (*Wnioski końcowe*) stanowi syntetyczne podsumowanie rozprawy. Ponadto, pracę uzupełniają dwa dodatki matematyczne, z których pierwszy prezentuje transformację kanoniczną hamiltonianu Hubbarda do przestrzeni bez podwójnych obsadzeń, zaś drugi omawia transformatę Laplace'a i jej zastosowania do rozwiązywania układów równań różniczkowych zwyczajnych, wykaz publikacji Autora i Jego wystąpień konferencyjnych, oraz spis literatury cytowanej.

Omówię teraz pokrótce zawartość rozdziałów 3. - 6., które prezentują zasadnicze wyniki otrzymane przez Autora w okresie Jego studiów doktoranckich.

W rozdziale trzecim (*Splątanie w układzie trzech kropek kwantowych kontrolowane polem elektrycznym i magnetycznym*), przedstawiono opis stanów kwantowych układu trzech jednopoziomowych kropek kwantowych z trzema elektronami wędrownymi. Wyjaśniono, dlaczego w takim układzie pojawiają się dwa (fizycznie nierównoważne) dublety spinowe, oraz opisano (częściowo w Dodatku A) transformację hamiltonianu typu Hubbarda do efektywnego hamiltonianu spinowego. Dalej, Autor pokazuje jak zewnętrzne pole elektryczne modyfikuje oddziaływanie i zmienia strukturę poziomów energetycznych układu, prowadząc do tzw. spinowego efektu Starka. Interesującym wynikiem jest tutaj istnienie *spinowego stanu ciemnego*, w przypadku którego funkcja falowa ma postać iloczynu czynnika opisującego stan spinu na wybranej kropce oraz czynnika opisującego maksymalnie splątany stan pozostałych dwóch spinów. Warto nadmienić, że istotne dla zrozumienia natury spinowego stanu ciemnego było ścisłe wyrażenia jednej ze standardowych miar ilościowych splątania kwantowego, tzw. zbieżności (ang. *concurrence*), przez spinowe funkcje korelacji liczone jako wartości oczekiwane w rozważanym stanie kwantowym. Wspomniane wyrażenia mają przy tym formę prostych i eleganckich wzorów.

W dalszej części rozdziału, Autor dyskutuje wpływ strumienia magnetycznego przechodzącego przez układ. Okazuje się, że pole magnetyczne wymusza uporządkowanie chiralne spinów i istotnie redukuje efekt Starka. Oryginalne wyniki opisane w tym rozdziale zostały opublikowane w dwóch artykułach, w *Physical Review B* i *Journal of Physics: Condensed Matter* (odpowiednio w 2011 i 2012 roku), których pierwszym autorem jest mgr Jakub Łuczak, a jego wkład pracy według oświadczenia promotora, Prof. dr hab. Bogdana Bułki, był wiodący.

Rozdział czwarty (*Przejścia Landaua-Zenera w układzie trzech kropek kwantowych*) poświęcony jest zagadnieniu ewolucji czasowej rozważanych układów w przypadku, gdy zewnętrzne pole elektryczne, które moduluje potencjały elektrochemiczne w poszczególnych kropkach, zmienia się (np. narasta liniowo liniowo) jako funkcja czasu. Rozdział rozpoczyna przejrzyste wyjaśnienia istoty przejść Landaua-Zenera (L-Z) na prostym przykładzie podwójnej kropki kwantowej, dla której odpowiednio szybkie zmiany pola mogą prowadzić do przejścia nieadiabatycznego. W wyniku takiego przejścia, stan końcowy zmierza asymptotycznie do jednego ze stanów wzbudzonych układu, a prawdopodobieństwo opisanego procesu jest tym większe, im szybsze są zmiany pola zewnętrznego. Następnie, Autor przejrzyście referuje wyniki doświadczalne Gaudreau i in. [*Nature Physics* **8**, 54–58 (2012)], dotyczące układu trzech kropek kwantowych w konfiguracji liniowej, dla którego zasadniczy mechanizm przejścia L-Z pozostaje w analogii z przypadkiem kropki podwójnej.

Dalsza część rozdziału czwartego to prezentazja wyników własnych mgr. Jakuba Łuczaka. Po pierwsze, porównując wyniki swoich obliczeń numerycznych z wynikami doświadczalnymi Gaudreau i in., Autor wykazał, że wprowadzony w rozdziale trzecim

efektywny hamiltonian spinowy dobrze modeluje także ewolucję czasową potrójnej kropki kwantowej, przynajmniej w najbardziej interesującej podprzestrzeni stanów dubletowych. Okazuje się jednak, że konfiguracja liniowa posiada pewną nieusuwalną wadę, która stawia pod znakiem zapytania możliwe zastosowanie takiego układu trzech kropek jako elementu składowego komputera kwantowego. Nie istnieje mianowicie możliwość pełnej, elektrostatycznej, kontroli nad stanami dubletowymi takiego układu: przejście do stanu, w którym stan jednego ze spinów nie jest splątany z pozostałymi możliwe jest tylko w przypadku, gdy układ jest asymetryczny (tzn. sprzężenie jednej pary sąsiednich kropek jest większe niż drugiej pary), a dodatkowo prawdopodobieństwo takiego przejścia jest małe. Kluczowym wynikiem Autora referowanym w rozdziale czwartym jest spostrzeżenie, że opisana wyżej wada całkowicie znika po zmianie konfiguracji układu na taką, w której środki kropek kwantowych stanowią wierzchołki trójkąta równobocznego. W nowej konfiguracji, nazywanej dalej trójkątną, możliwe jest otrzymanie każdego spośród stanów dubletowych z prawdopodobieństwem bliskim jedności, zaś wybór żądanego dubletu (lub ich dowolnie wybranej kombinacji liniowej) dokonuje się poprzez wybór orientacji pola elektrycznego w płaszczyźnie układu.

Dalsze badania Autora rozprawy pokazują, że konfiguracja trójkątna umożliwia kodowanie kubitu (w przestrzeni stanów dubletowych) jak również efektywne sterowanie nim za pośrednictwem zewnętrznego pola elektrycznego. Mgr Łuczak pokazał między innymi, jak wygenerować określony stan kubitu takiego, przeprowadzić na nim wybrane operacje logiczne, a następnie odczytać stan końcowy. Badał ponadto możliwość prowadzenia operacji na dwóch kubitach. Wyniki zreferował w syntetycznej formie w rozdziałach piątym i szóstym, które stanowią kluczową część recenzowanej rozprawy.

Rozdział piąty (*Operacje jedno-kubitowe i dynamika pseudospinowa w układzie trzech kropek kwantowych*) jest najdłuższy w całej pracy (32 strony), jednak rozmach opisanych badań sprawia, że Autorowi należą się słowa uznania za umiejętność zwięzłego referowania wyników. Wychodząc od koncepcji DiVincenzo i in. [*Nature* **408**, 339 (2000)], Autor rozważa możliwość kodowania pojedynczego kubitu jako kwantowej superpozycji dwóch stanów dubletowych układu trzech kropek w konfiguracji trójkątnej. W szczególności pokazuje, jak należy dobrać elektryczne impulsy sterujące, aby wykonać sekwencje kwantowych operacji logicznych znanych jako *bramki Pauliego* (X i Z), oraz *bramka Hadamarda*. Duża część rozdziału poświęcona jest problemowi odczytu stanu końcowego kubitu. Analizując transport ładunkowy w reżimie stanów ciemnych pokazano, że przepływ prądu elektrycznego przez takie stany jest zablokowany, co pozostaje w związku dyskutowaną w rozdziale trzecim naturą takich stanów, a w szczególności z pułapkowaniem ładunku elektrycznego.

W ostatniej części rozdziału piątego rozważany jest niezwykle istotny z punktu widzenia potencjalnego znaczenia wyników dla konstrukcji komputerów kwantowych problem dekoherencji stanów kubitowych. Autor skupia uwagę na dekoherencji związanej relaksacją do stanów w elektrodach zewnętrznych, które z całą pewnością zasługują na rozważenie w pierwszej kolejności (tj. przez ewentualną dyskusją dekoherencji związanej z oddziaływaniem nadsubtelnym, oddziaływaniem spin-orbita, czy też sprzężeniem do

fononowych stopni swobody). Przedstawione wyniki Autora dotyczą badań dynamiki układu, a dokładniej transportu nierównowagowego przez układ trzech kropek w reżimie blokady dubletowej. Otrzymane w ten sposób informacje o zachowaniu kubitu, a także procesach relaksacji i dekoherencji, oraz upływu do poszczególnych klas stanów kwantowych, pozwalają oczekiwać, że kubit zapisany w badanym układzie pozostanie wystarczająco długo w jednej podprzestrzeni, aby możliwe było wykonanie na nim porządanych operacji logicznych oraz odczyt stanu końcowego. Te oryginalne wyniki zostały opublikowane w artykule w *Physical Review B* (w 2014 roku), którego pierwszym autorem jest mgr Jakub Łuczak, a jego wkład pracy według oświadczenia promotora był wiodący.

Rozdział szósty (*Operacje dwu-kubitowe, dynamika dwóch sprzężonych układów trzech kropek kwantowych*) stanowi najprawdopodobniej opis najambitniejszego przedsięwzięcia badawczego spośród podjętych przez mgr. Łuczaka w okresie Jego studiów doktoranckich. Autor rozprawy rozważa tutaj układ złożony z dwóch potrójnych kropek kwantowych, z których każda ma konfigurację trójkątną i koduje jeden kubit (w podprzestrzeni stanów dubletowych), a sprzężenie pomiędzy kropkami, jak również częściami składowymi każdej z nich, jest opisane za pomocą efektywnego hamiltonianu spinowego. Pokazano w szczególności, jak za pomocą rozważanego układu zrealizować dwukubitowe operacje SWAP i CNOT (przy czym ta ostatnia wymaga wykonania operacji CPHASE na etapie pośrednim).

Główne, oryginalne, wyniki otrzymane przez Autora i opisane w rozdziale szóstym można podsumować dwoma stwierdzeniemi: (i) bramka SWAP wymaga jednoczesnego przyłożenia zaledwie dwóch impulsów elektrycznych do układu, oraz (ii) bramkę CNOT można zrealizować za pomocą sekwencji trzech impulsów. Odczyt stanów końcowych kubitów dokonuje się wykorzystując mechanizm blokady dubletowej przedstawiony w rozdziale piątym. Przyjmując typowe wartości parametrów hamiltonianu efektywnego za pracami doświadczalnymi zespołów z Hiszpanii i Stanów Zjednoczonych (zob. pozycje [109] i [110] w spisie literatury), tj. $J = 0{,}03$ meV dla oddziaływań wewnętrznych i $J_c = J/10$ dla oddziaływania pomiędzy kropkami, Autor szacuje fizyczne czasy realizacji rozważanych operacji jako $t_{SWAP} = 210$ ps (dla bramki SWAP) oraz $t_{CNOT} = 350$ ps (dla bramki CNOT). Ostatnia wartość jest szczególnie interesująca z punktu widzenia zastosowań praktycznych; szczególnie krótki czas t_{CNOT} jest tutaj konsekwencją wspomnianego wyżej faktu, że proponowany przez Autora rozprawy schemat realizacji operacji CNOT wymaga użycia sekwencji zaledwie trzech impulsów elektrycznych, podczas gdy w ramach schematów rozważanych wcześniej w literaturze przedmiotu potrzeba było najpierw 19 impulsów [DiVincenzo i in., *Nature* **408**, 339 (2000)], a nieco później 14 impulsów [Shi i in., *Phys. Rev. Lett.* **108**, 140503 (2002)]. Wydaje się zatem, że wyniki mgr. Jakuba Łuczaka mogą mieć istotny wpływ na rozwój technologii obliczeń kwantowych, pod warunkiem że analizowany przez niego, metodami fizyki teoretycznej, układ kropek kwantowych zostanie sfabrykowany i przebadany doświadczalnie. Taki scenariusz wydarzeń trzeba uznać za prawdopodobny, i warto w tym miejscu wyrazić ubolewanie, że poziom finansowania polskiej nauki w ostatnim dziesięcioleciu nie był wystarczający aby w Kraju mogły powstać liczniejsze zespoły teoretyczno-doświadczalne,

w których wartościowe pomysły teoretyczne mogłyby być na bierząco sprawdzane w laboratorium. Pozostaje mieć nadzieję, że sytuacja ta ulegnie zmianie w bliskiej przyszłości.

Wyniki przedstawione w rozdziale szóstym rozprawy nie zostały jeszcze opublikowane, jednak według informacji w opinii Promotora artykuł naukowy prezentujący wspomniane wyniki zostanie wkrótce ukończony i przesłany do recenzji. Jestem przekonany, że potencjalne znaczenie wyników mgr. Jakuba Łuczaka przedstawionych w końcowej części Jego rozprawy doktorskiej jest na tyle duże, iż możliwa będzie publikacja w czasopiśmie naukowym jeszcze wyższej rangi niż te, w których publikował do tej pory i gorąco zachęcam do podjęcia takiej próby.

Rozprawę zamyka rozdział *Wnioski końcowe*, zawierający przejrzyste podsumowanie wyników Autora zawartych w rozdziałach od 3. - 6., dwa wzmiankowane na początku tej recenzji dodadki matematyczne, oraz materiały uzupełniające, które nie wymagają tutaj szczegółowego omawiania.

Cały tekst rozprawy został zredagowany z wielką starannością, pracę czyta się z dużą przyjemnością, a podstawowe informacje wprowadzające oraz wyniki własne Autora przedstawione są w sposób przystępny. Przed końcową oceną rozprawy, wymienię teraz nieliczne uchybienia, w przewarzającej mierze o charakterze czysto edytorskim, dotrzeżone podczas czytania pracy.

1. W podrozdziale 2.2, sekcja *Detekcja i miary splątania*, macierz gęstości ϱ_{ij} nie została niestety zdefiniowana, nie jest całkiem jasne do czego odnoszą się indeksy.

2. Również w podrozdziale 2.3 znalazłem niezdefiniowane pojęcia we fragmecie dotyczącym złączy Josephsona (energia ładowania E_C i energia Josephsona E_J), zaś zdanie o fermionach Majorany sugeruje, że w istocie zobserwowano te cząstki, podczas gdy faktycznie chodzi o efektywne kwazicząstki.

3. Dalej w podrozdziale 2.3, sekcja *Realizacja kubitów na półprzewodnikowych kropkach kwantowych* zawiera nieźle zredagowane objaśnienia czym są kubity, ale brak choćby szczątkowych informacji, co to są heterestruktury półprzewodnikowe i dlaczego zainteresowanie nimi jest tak wielkie (i zaczęło się znacznie wcześniej nim próbowano realizować w tych układach bity kwantowe).

4. *Tamże*, akapit rozpoczynający się od słów "Amaha i in." (s.19) zawiera uwagi o przejściu tryplet-kwadruplet, jednak nie jest wyjaśnione, skąd w układzie trzech kropek pojawia się stan trypletowy (można domyślać się, że w wyniku odmrożenia ładunkowych stopni swobody)?

5. Ogólnie, rozdział drugi rozprawy jest przesycony wielką liczbą faktów szczegółowych przedstawionych w zasadzie bez objaśniania istoty fizycznej części zagadnień, których te fakty dotyczą. Wydaje się, że z wymieniania niektórych szczegółów można by zrezygnować na rzecz pełniejszego objaśnienie istotnych zagadnień. Rozdział ten

wydaje się także zbyt gwałtownie przerwany; przydałoby się tutaj kilka słów komentarza, w jaki sposób liczne opisane wyniki zainspirowały Autora do podjęcia badań opisanych w dalszych częściach rozprawy.

6. Podobnie, w początkowych akapitach rozdziału trzeciego dostrzegam problem nadmiernego nagromadzenia informacji typowo technicznych, które lepiej chyba byłoby wprowadzać stopniowo. Zdanie o efekcie Aharonowa-Bohma (s. 22) "Efekt ten powoduje powstanie symetrii chiralnej, wymusza powstanie cyrkulujących prądów spinowych i delokalizuje ładunki w układzie" może być nieco zaskakujące dla czytelnika znającego mezoskopowy efekt A-B, który zwykle rozumie się po tym terminem. Należałoby najpierw wyjaśnić, czym różni się efekt A-B w kropkach z silnymi korelacjami elektronowymi od jego standardowej wersji. (Jak również, co dokładnie Autor rozumie przez symetrię chiralną.)

7. W tym samym akapicie (s.22) pojawiają się też niepoprawne językowo odwołania do literatury ("w [88]", "w [89]" oraz "w [90]").

8. W podrozdziale 3.1 podany jest hamiltonian typu Hubbarda, w którym sprzężenie z polem elektromagnetycznym opisano za pomocą faz Peierlsa. Brak choćby szczątkowych objaśnień, jakie rozumowanie stało za wprowadzeniem tych modeli do fizyki materii skondensowanej, i dlaczego można je powtórzyć dla kropek kwantowych na bazie heterostruktur półprzewodnikowych.

9. *Tamże*, pod wzorem 3.16 (s. 26) brak definicji wartości własnych λ_i.

10. W podrozdziale 3.2 (a częściowo w Dodatku A) wyprowadzony jest efektywny hamiltonian spinowy dla granicy silnych oddziaływań. Przedstawione rozumowanie [oparte na pracy źródłowej Kostyrki i Bułki, *Phys. Rev. B* **84**, 035123 (2011)] jakkolwiek uwzględnia elementy specyficzne dla układu niejednorodnego, pozostaje jednak w silnej analogii z historycznym wyprowadzeniem modelu t-J z 1977 roku. Nieco dziwi brak jakiejkolwiek wzmianki o tym wyniku, zwłaszcza że w cytowanej pracy źródłowej nietrudno znaleźć odpowiednie informacje.

11. W następnym rozdziale, wzór 4.3 (s.41) jest nieopisany; użyte symbole są zdefiniowane jedynie w podpisie rysunku.

12. Bezpośrednio przed wzorem 4.8 (s. 50-51), jak również w kilku innych miejscach, Autor używa pojęcia "poziomy energetyczne kropek kwantowych" w odniesienio do wielkości, które najlepiej byłoby nazwać potencjałami elektrochemicznymi (lub energiami Fermiego, o ile chodzi o przypadek zerowej temperatury).

13. Wydaje się również, że w rozdziałach 5. i 6. wskazana byłaby obszerniejsza dyskusja innych źródeł dekoherencji stanów, takich jak oddziaływania ze spinami jądrowymi, na funkcjonowanie rozważanych układów, a zwłaszcza czas życia zakodowanych kubitów. Być może, warto także zastanowić się, czy wynik Wezela i in. [*Phys. Rev. Lett.* **94**, 230401

(2005)] dotyczący istnienia uniwersalnego ograniczenia na czas koherencji w układach ze spontanicznym złamaniem symetrii, może mieć tutaj zastosowanie.

Podsumowanie i ocena rozprawy

Pragnę podkreślić, że wymienione wyżej nieliczne uwagi krytyczne wynikają wyłącznie z poczucia obowiązku recenzenta i w niczym nie umniejszają wartości rozprawy doktorskiej Pana mgr. Jakuba Łuczaka. Za Jego główne osiągnięcia należy uznać stworzenie koncepcji i szczegółową analizę teoretyczną kwantowych operacji logicznych (jedno- i dwukubitowych) na kubitach zakodowanych w potrójnych kropkach kwantowych w konfiguracji trójkątnej. Liczne cechy prezentowanych wyników pozwalają przypuszczać, że w praktyce operacje na kubitach według koncepcji Autora rozprawy okażą się bardziej wydajne od prowadzonych według scenariuszy rozważanych wcześniej w literaturze. Pan Jakub Łuczak jest ponadto pierwszym autorem (o wiodącym wkładzie w badania) czterech artykułów w czasopismach naukowych (2 pozycje w *Physical Review B*, po jednej w *Journal of Physics: Condensed Matter* i *Acta Physica Polonica A*). Dwie dalsze prace są wykazane w spisie publikacji Autora jako przygotowywane do druku, a charakter najnowszych wyników przedstawiony w końcowej części rozprawy nie pozostawia wątpliwości, ich publikacja nastąpi niebawem.

Nie mam najmniejszych wątpliwości, że przedstawiona mi do oceny rozprawa spełnia wszystkie ustawowe i zwyczajowe wymagania stawiane pracom doktorskim, i zdecydowanie rekomenduję dopuszczenie mgr. Jakuba Łuczaka do dalszych etapów przewodu doktorskiego. Uważam także, że Jego osiągnęcia naukowe z okresu studiów doktoranckich zasługują na szczególne uznanie i w osobnym piśmie będę wnioskował o wyróżnienie pracy.

Adam Rycerz

Kraków, 9 lipca 2015